Franco González, Kevin
krfranco@espol.edu.ec
Paredes Padilla, Braulio
beparede@espol.edu.ec
Guevara Vinza, Bryan
bmguevar@espol.edu.ec

MODELACIÓN DEL TIEMPO ATMOSFÉRICO MEDIANTE EL ANÁLISIS DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS UTILIZANDO EL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA.

Analizamos el sistema de ecuaciones propuesto por Lorenz para la modelación del clima utilizando el método de Runge-Kutta de 4to Orden para obtener soluciones aproximadas puesto que el sistema contiene ecuaciones no lineales, utilizando un tamaño de muestra de 10049 para evidenciar el comportamiento de la gráfica en un plano bidimensional y tridimensional.

INTRODUCCIÓN

El proyecto tiene la finalidad de aplicar el método de Runge-Kutta de 4to Orden mediante la utilización del programa Pydroid 3 para obtener soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias propuesto por Lorenz, en el cual se utilizan 3 variables las cuales dependen del tiempo y de condiciones iniciales que parten de las propiedades fisicoquímicas y geométricas de la capa de fluido en la atmosfera; las soluciones aproximadas servirán para graficar y analizar lo que sucede con el 'Efecto Mariposa' en diversos intervalos de tiempo.

Probando con distintas muestras e intervalos de tiempo conseguiremos obtener el grafico que describe el efecto propuesto por Lorenz y mostrar así que es posible resolver sistemas con nada mas que un poco de conocimiento sobre programación en Python y un Smartphone.

METODOLOGÍA

Para la resolución de este sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias empleamos, por facilidad, el método de Runge-Kutta de 4to Orden puesto que este no requiere de derivadas como es el caso del método de Taylor. El sistema de ecuación presentaba los siguientes parámetros atmosféricos : $\alpha = 10$, $\beta = 8/3$ y $\rho = 28$ y dependían de las variables (t, x ,y z) en sus ecuaciones: t (tiempo), x (velocidad y dirección del fluido), y (variación de la temperatura), z (desviación del gradiente de temperatura). Con datos iniciales: $t0 = 0$, $x0 = 10$, $y0 = 7$, $z0 = 7$.

Puesto que el método de Runge-Kutta es iterativo, partimos de $K1 = h * f(t0,x0,y0,z0)$ para cada una de sus ecuaciones diferenciales en x, y, z.

ANÁLISIS

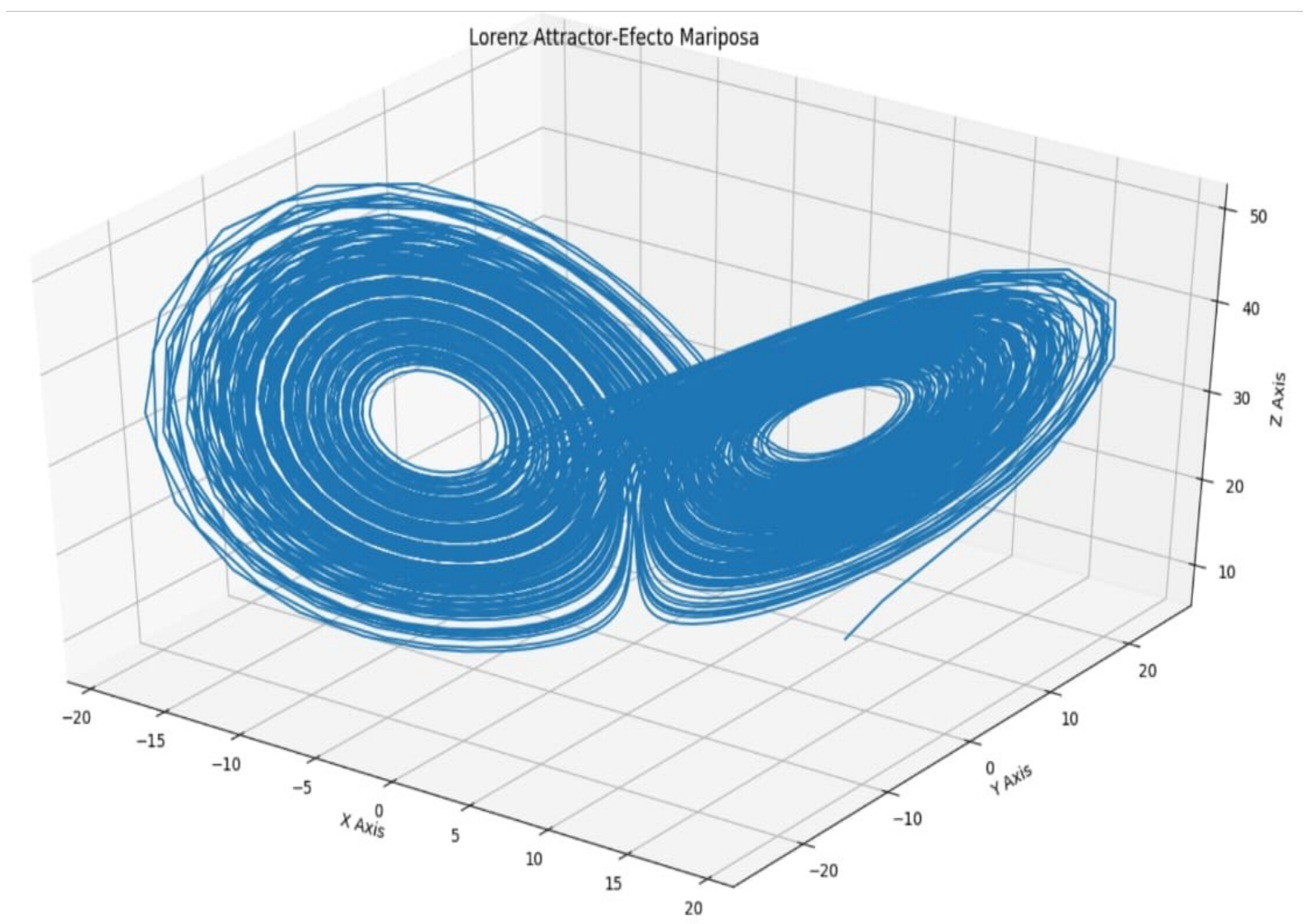
Por comparación a previos resultados obtenidos del deber con Runge-Kutta de 2do Orden se constato que: entre mayor sea el orden mejor será la precisión. Al obtener las distintas soluciones del sistema de ecuaciones procedimos a evidenciar el comportamiento de la gráfica en un plano bidimensional y tridimensional en la cual se observó que si la dirección del fluido $x > 0$ este circula en sentido horario mientras que $x < 0$ este circulará en sentido anti-horario, e incluso las soluciones oscilan en forma irregular, de manera aperiódicas es decir no existe un patrón que se repita con el tiempo, pero siempre permaneciendo en una región acotada.

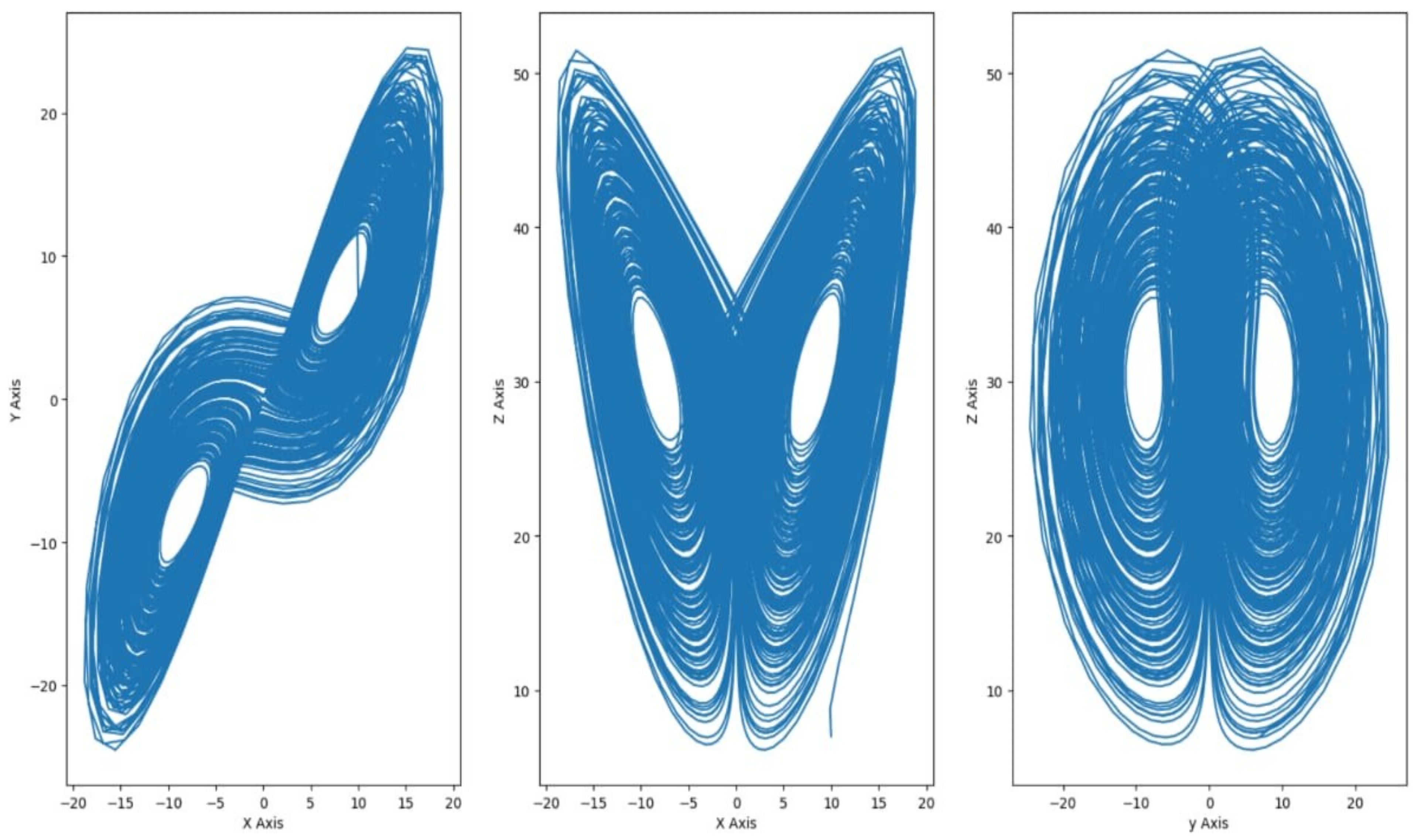
La grafica se modelará dependiendo de las muestras colocadas es decir que entre mayor sea el numero de muestras mejor se evidenciara el efecto Lorenz..

RESULTADOS

Mediante la constante manipulación de las condiciones iniciales, nos dimos cuenta que el efecto depende de los intervalos de tiempo ingresados puesto que al ejecutar el programa con datos de H muy elevados este nos daba un conjunto de soluciones con datos que al realizar la grafica se obtenía una línea recta sin fin, por otro lado al ejecutarlo con un H menor a 0.25 (para este proyecto usamos un h = 0.025) obteníamos una representación tridimensional aproximada del comportamiento propuesto por Edward Lorenz.

Independientemente de las muestras colocadas en el grafico 'X' vs 'Y' y 'X' vs 'Z' este se encontraba en el intervalo [-20,20] del eje X, y para los gráficos 'X' vs 'Z' y 'Y' vs 'Z' se encontraba en el eje de las Z en el intervalo [5,52].





CONCLUSIONES

El método de Lorenz para modelar el tiempo atmosférico depende de las condiciones iniciales y parámetros de la atmósfera, en especial el intervalo de tiempo h en el cual se evalúan las ecuaciones diferenciales ordinarias mediante la utilización del método de Runge-Kutta de 4to Orden.

El efecto Lorenz tendrá soluciones que permanecerán en regiones acotadas aunque oscilen de forma irregular.

RECOMENDACIONES

a) Probar con parámetros atmosféricos distintos a los propuesto en el ejercicio ($\alpha = 10$, $\beta = 8/3$ y $\rho = 28$) y hacer una comparación con los datos obtenidos.

b) Ejecutar el programa modelando el sistema de ecuaciones del atractor de Thomas con parámetro de b=0.19 y hacer una comparativa con el atractor de Lorenz.

c) Modelar la gráfica de manera animada para entender mejor el comportamiento con el paso del tiempo.

REFERENCIAS

https://www.researchgate.net/publication/316629141_Ecuaciones_de_Lorenz

Rodríguez, L. (2016) «ANÁLISIS NUMÉRICO BÁSICO Un enfoque algorítmico con el soporte de Python«, Libro digital, Versión 4.4 – 2016 , Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas (FCNM), ESPOL

Chapra & R. Canale (2010), Métodos Numéricos para Ingenieros. Sexta Edición. Editorial Mc-Graw Hill. México.

2019 I Término
MATG1013
Análisis Numé-

Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas