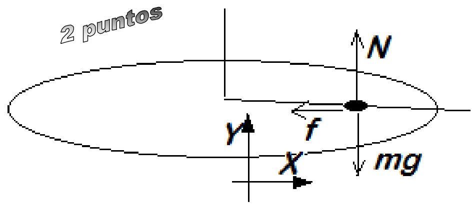
Problema 1

Un botón (m=10g) se coloca sobre una plataforma giratoria horizontal de 0.32 m de diámetro, la cual gira a 40 rpm. El botón no se desliza sobre la plataforma siempre que esté a menos de 0.15 m del eje de rotación.

a) Cuál es el coeficiente de fricción estático entre el botón y la plataforma?
b) A qué distancia del eje puede estar el botón sin resbalas, si la plataforma gira a 60 rpm?

2 puntos



a) $\begin{cases} f = \mu_s N \\ N = mg \\ -f = ma \end{cases}$ MCU $\begin{cases} a = -\omega^2 r \\ \omega = \frac{\frac{2\pi 40}{60} rad}{s} \end{cases}$

$-\mu_s mg = -m\omega^2 r$

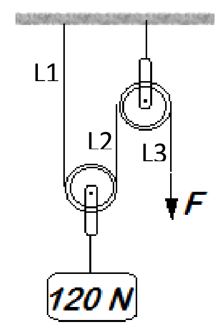
4 puntos

$$\mu_s = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{0{,}15x(4{,}19)^2}{9{,}8} = 0{,}269$$

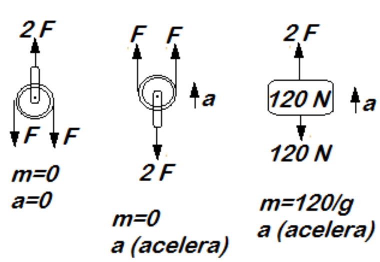
c) $\begin{cases} \omega = \frac{2\pi 60}{60} rad/s \\ a = -\omega^2 r_1 \end{cases}$ $\quad -\mu_s mg = -m\omega^2 r_1 \quad$ $r_1 = \frac{\mu_s g}{\omega^2} = \frac{0{,}269x9{,}8}{(6{,}28)^2} = 0{,}067m$

4 puntos

Problema 2 Un bloque de 120 N de peso debe ser levantado una altura de 50 m en 10 s por un sistema de poleas de masa despreciable como se muestra en el gráfico (aceleración constante, a partir del reposo).



a) Determine la magnitud de la fuerza que hay que aplicar en el extremo libre de la cuerda para lograr este objetivo.
b) Cuál es el trabajo de esta fuerza?



DCL1 $T(techo) = 2F$

2 puntos

DCL2 T(polea inferior)=2F

DCL3 $2F - 120 = \frac{120}{9{,}8} a$

$a)\ a = const \quad 0 < t \quad parte\ del\ reposo\ \ v(0) = 0$

$v = at + C \quad donde\ C = 0\ \rightarrow v = at$

$$y(0) = 0 \quad y(t) = \frac{at^2}{2} + C' \ \ pero\ \ C' = 0 \ \rightarrow y(t) = \frac{at^2}{2}$$

$Para\ t = 10\ s\ \ y(10) = 50 = \frac{a10^2}{2} \rightarrow a = 1\ m/s^2$ 3 puntos

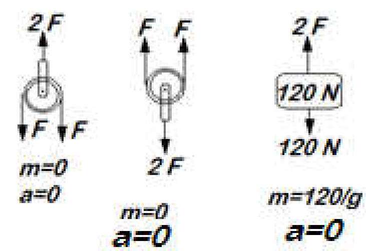
A partir del DCL3 $F = \frac{\frac{120x1}{9{,}8} + 120}{2} = 66\ N$ 2 puntos b.- $F = const \quad MR \quad \rightarrow W = Fdcos(\theta)$

$L1 + L2 + L3 = Ltotal = const \quad \rightarrow \Delta L1 + \Delta L2 + \Delta L3 = 0$

$\Delta L1 = \Delta L2 \;\rightarrow\; \Delta L3 = -2\Delta L1 \;\rightarrow si\; \Delta L1 = -50m \;\rightarrow \Delta L3 = 100m$

$W = 66x100\cos(0) = 6600\,J$ 3 puntos

OPCIÓN 2 SUBE CON VELOCIDAD CONSTANTE



DCL1 $T(techo) = 2F$

DCL2 T(polea inferior)=2F 2 puntos

DCL3 $2F - 120 = 0$

$a)\; a = 0$

$v = \frac{50}{10} = 5\frac{m}{s} = const$

A partir del DCL3 $F = \frac{120}{2} = 60\;N$ 4 puntos

b.- $F = const \quad MR \quad \rightarrow W = Fdcos(\theta)$

$L1 + L2 + L3 = Ltotal = const \quad \rightarrow \Delta L1 + \Delta L2 + \Delta L3 = 0$

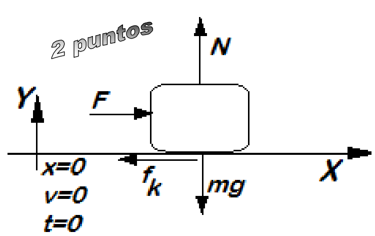
$\Delta L1 = \Delta L2 \;\rightarrow\; \Delta L3 = -2\Delta L1 \;\rightarrow si\; \Delta L1 = -50m \;\rightarrow \Delta L3 = 100m$

$W = 60x100\cos(0) = 6000\,J$ 4 puntos

Problema 3 Un bloque de 5 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal rugosa (μ_k=0.2). Sobre él actúa una fuerza horizontal variable dada por $\vec{F} = (2x^2 + 15)\vec{\imath}$ donde x está en metros y F en newtons.

a) Construya el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan sobre el bloque.
b) Cuál es el trabajo neto realizado sobre el bloque al moverse desde el origen hasta x=10 m?
c) Que rapidez tiene el bloque en x=10 m?

a.- 2 puntos



b.- $\begin{cases} N - mg = 0 \\ \vec{F}_R = (F - f_k)\vec{\imath} \\ f_k = \mu_k N \end{cases} \qquad W_{neto} = \int_0^{10}(F - f_k)\vec{\imath}d x\vec{\imath}$

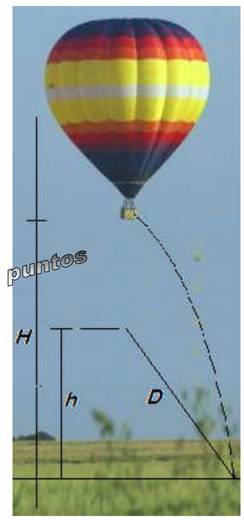
$W_{neto} = \int_0^{10}(2x^2 + 15 - \mu_k\, mg)dx$

4 puntos

$W_{neto} = \frac{2x^3}{3} + 15x - 0{,}2(5)9{,}8x \Big|_0^{10} = 719\,J$

c.- $W_{neto} = \Delta K = K_f - K_i = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2x719}{5}} = 17\ m/s$ *4 puntos*

Problema 4 Un globo aerostático desciende con rapidez constante de 20 m/s. En cierto instante se lanza horizontalmente una piedra desde la canastilla con una rapidez de 15 m/s con respecto a la canastilla. Se observa que la piedra tarda 6 s en llegar al suelo.



a) Realice un bosquejo de la trayectoria de la piedra vista por un observador en tierra.
b) Determine la altura H con respecto al suelo a la que se encontraba el globo cuando se lanza la piedra.
c) Cuál es la altura h de la canastilla con respecto al suelo en el instante del choque de la piedra con el suelo.
d) Encuentre la distancia (lineal) desde la canastilla al punto de impacto en el instante del choque.
e) Calcule la magnitud de la velocidad de la piedra en el instante del impacto.

2 puntos

b.- Para la piedra $\vec{a} = -g\vec{j} = const \rightarrow \vec{v} = C\vec{i} + (-gt + C')j$

$Dado \quad t = 0 \quad \vec{v} = 15\vec{i} - 20\vec{j} \rightarrow 15\vec{i} - 20\vec{j} = C\vec{i} + C'\vec{j} \rightarrow \quad C = 15 \ y \ C' = -20$

$De\ donde\ \vec{v}(t) = 15\vec{i} + (-gt - 20)\vec{j} \qquad \vec{r} = (15t + C'')\vec{i} + (-4{,}9t^2 - 20t + C''')\vec{j}$

$Con\ la\ condición\ t = 0 \quad y = H \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad H\vec{j} = C''\vec{i} + C'''\vec{j} \qquad C'' = 0 \qquad C''' = H$

$Por\ lo\ que \quad \vec{r}(t) = 15t\vec{i} + (-4{,}9t^2 - 20t + H)\vec{j}$ *4 puntos*

Si para $t = 6s \quad y = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = -4{,}9x6^2 - 20x6 + H \quad \rightarrow \quad H = 296{,}4\ m$

c.- Para la canastilla $\vec{a} = 0 \qquad \vec{v} = -20\vec{j} = const \quad \rightarrow \quad y = -20t + A$

Dado que para $t = 0 \quad y = H \quad \rightarrow \quad H = A \quad \rightarrow \quad y(t) = -20t + 296{,}4$

En $t = 6\ s \quad y = h \quad \rightarrow \quad h = -20x6 + 296{,}4 = 176{,}4\ m$ *3 puntos*

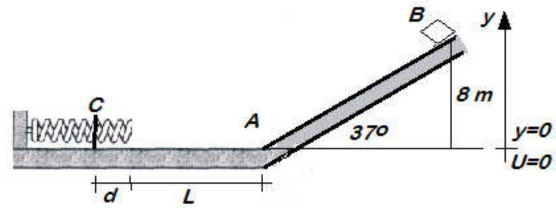
d.- Para la piedra $t = 6\ s \quad x = 15x6 = 90\ m \quad \rightarrow \quad D = \sqrt{90^2 + 176{,}4^2} = 198\ m$ *3 puntos*

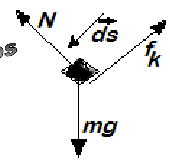
e.- $En\ t = 6\ s \quad v_x = 15\frac{m}{s},\ v_y = -9{,}8x6 - 20 = -78{,}8\frac{m}{s} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{15^2 + 78{,}8^2} = 80{,}2m/s$

3 puntos

Problema 5 Un bloque (m=10 kg) se suelta a partir del reposo desde una altura h= 8m en un plano rugoso (μ_k=0,5) inclinado 37^o con respecto a la horizontal. Luego continúa por un plano horizontal liso y choca con un resorte de constante elástica k=2000 N/m que está a una distancia L = 10 m del punto A, como se indica en la figura.

a) Cuál es el trabajo de la fuerza de fricción sobre el bloque?
b) Cuál es la rapidez del bloque al pasar por el punto A?
c) Determine la máxima compresión del resorte.





5 puntos

a.- Para la fricción cinética $f_k = \mu_k N \qquad N = mgcos(37^o)$

$$\rightarrow \quad f_k = const \qquad Entre\ A\ y\ B \quad MR \quad \rightarrow \quad W = f_k \frac{8}{\sin(37^o)} \cos(180^o)$$

$$W = -523\ J$$

b.- Entre A y B existen fuerzas no conservativas $\rightarrow \quad \Delta E = W_{FNC} \quad \rightarrow \quad E_A - E_B = -523$

$$U_A + K_A - U_B - K_B = -523 \quad \rightarrow \quad 0 + \frac{mv_A^2}{2} - mg(8) - 0 = -523 \quad v_A = \sqrt{\frac{256}{5}} = 7{,}16\ m/s$$

5 puntos

c.- El tramo AC no tiene fricción por lo que la energía mecánica se conserva:

$$E_A = E_C \quad \rightarrow \quad U_A + K_A = U_C + K_C \quad \rightarrow \quad 0 + \frac{mv_A^2}{2} = \frac{kd^2}{2} + 0 \quad \rightarrow \quad d = v_A\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$d = 7{,}16\sqrt{\frac{10}{2000}} = 0{,}506\ m$$

5 puntos