

# Práctica 6: Correspondencia entre plano s y z

## 6.1. Objetivos

### 6.1.1. Objetivo general

Revisar la correspondencia entre plano s y z usando sisotool de MATLAB<sup>®</sup> para el desarrollo de ejercicios relacionados a índices de desempeño, estabilidad y lugar geométrico de las raíces.

### 6.1.2. Objetivos específicos

- Familiarizar al estudiante con la herramienta de diseño sisotool.
- Utilizar sisotool para el estudio de la correspondencia entre plano s y z, y para el estudio de contornos y regiones de desempeño.
- Resolver ejercicios de estabilidad e índices de desempeño de un sistema en lazo cerrado usando sisotool.

## 6.2. Introducción

Entre las diferentes herramientas disponibles en MATLAB<sup>®</sup>, sisotool es de gran utilidad dentro del área de Ingeniería de Control ya que facilita el diseño de controladores, compensadores y pre-filtros de sistemas de entrada única y salida única (SISO, por sus siglas en inglés) en lazo cerrado. La arquitectura por default de un sistema en lazo cerrado se muestra en la figura 6.1; sin embargo sisotool posee otras arquitecturas que pueden ser seleccionadas por el usuario.

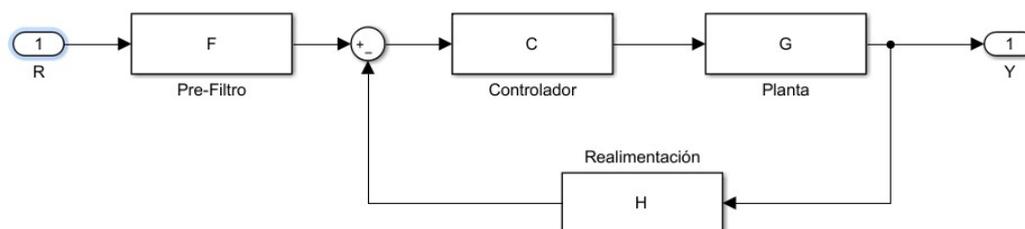


Figura 6.1: Arquitectura del lazo de control

Para usar la herramienta, se debe tener conocimiento previo de las funciones de transferencia de la planta y la realimentación. Inicialmente, si el controlador y pre-filtro son desconocidos se les asigna el valor de 1. El comando a utilizar para abrir la herramienta es:

$$\text{sisotool}(G, C, H, F)$$

En la mayoría de casos a estudiar en el curso se considera realimentación unitaria por lo que el comando se puede simplificar a lo mostrado a continuación, debido a que MATLAB<sup>®</sup> asume que los otros argumentos son iguales a 1.

$$\text{sisotool}(G)$$

Además si se invoca únicamente al comando *sisotool*, la herramienta permite cargar los valores de G, C, H y F con variables que se tengan almacenadas en el espacio de trabajo.

Sisotool presenta, entre otras cosas, el lugar geométrico de las raíces del sistema y la respuesta escalón del sistema en lazo cerrado. De manera dinámica e interactiva se pueden realizar modificaciones al controlador, compensador y pre-filtro y observar como estos cambios afectan a la ubicación de los polos de lazo cerrado del sistema y por ende a la respuesta escalón del mismo.

Otra ventaja de esta herramienta, es que permite establecer zonas o regiones de desempeño que dan al usuario una idea de la ubicación deseada de los polos de lazo cerrado de manera que se cumplan los índices de desempeño solicitados. Además muestra el círculo de radio unitario en el caso de los sistemas discretos para que el usuario tenga en cuenta la estabilidad absoluta del sistema.

## 6.3. Ejercicios

Cree un script en MATLAB<sup>®</sup> y coloque su nombre al inicio del mismo. Recuerde utilizar el símbolo % para comentar las líneas de código que considere necesario y utilizar %% para separar secciones de código. Resuelva en dicho script los ejercicios que se presentan a continuación y presente sus resultados en el *formato* proporcionado en el **blog** del curso.

### 6.3.1. Ejercicio 1

1. Ingrese las siguientes funciones de transferencia.

$$a) G_a(s) = \frac{100}{s^2 + 13.8s + 100}$$

$$b) G_b(s) = \frac{8.402}{s^2 + 4s + 8.402}$$

$$c) G_c(s) = \frac{3.282}{s^2 + 2.5s + 3.282}$$

$$d) G_d(s) = \frac{0.5251}{s^2 + s + 0.5251}$$

$$e) G_e(s) = \frac{0.0025}{s^2 + 0.069s + 0.0025}$$

2. Grafique sobre el plano s, los ceros y polos de los sistemas del literal anterior.

3. En otra figura, grafique la respuesta escalón de dichos sistemas. Muestre la característica de tiempo de estabilización y sobrenivel porcentual en cada caso.
4. Encuentre las funciones de transferencia discretas equivalentes del item 1 considerando un tiempo de muestreo  $T=0.5$  segundos.
5. Grafique sobre el plano  $z$ , los ceros y polos de los sistemas discretos encontrados en el literal anterior.
6. En otra figura, grafique la respuesta escalón de los sistemas discretos. Muestre la característica de tiempo de estabilización y sobrenivel porcentual en cada caso.
7. Conteste las preguntas presentadas en el formato.

### 6.3.2. Ejercicio 2

8. Ingrese las siguientes funciones de transferencia.

$$a) G_a(s) = \frac{4.063}{s^2 + 0.5s + 4.063}$$

$$b) G_b(s) = \frac{4.25}{s^2 + s + 4.25}$$

$$c) G_c(s) = \frac{8}{s^2 + 4s + 8}$$

$$d) G_d(s) = \frac{68}{s^2 + 16s + 68}$$

$$e) G_e(s) = \frac{148}{s^2 + 24s + 148}$$

Repita del paso 2 al paso 7; considere  $T=1$  para estos ejercicios.

### 6.3.3. Ejercicio 3

9. Ingrese las siguientes funciones de transferencia.

$$a) G_a(s) = \frac{4.063}{s^2 + 4s + 4.063}$$

$$b) G_b(s) = \frac{5}{s^2 + 4s + 5}$$

$$c) G_c(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 20}$$

$$d) G_d(s) = \frac{229}{s^2 + 4s + 229}$$

$$e) G_e(s) = \frac{904}{s^2 + 4s + 904}$$

Repita del paso 2 al paso 7; considere  $T=0.5$  para estos ejercicios.

### 6.3.4. Sisotool

Se desea diseñar diferentes controladores para el sistema  $G(z)$  que se detalla en este ejercicio, asumiendo que el mismo se encuentra en lazo cerrado con realimentación negativa y pre-filtro igual a 1; es decir, se considera  $H(z) = 1$  y  $F(z) = 1$ .

10. Ingrese la siguiente función de transferencia:

$$G(z) = \frac{0.40067(z + 0.2395)}{(z - 1)(z - 0.006738)}; T = 0.5$$

11. Abra la herramienta de diseño de control sisotool y realice captura de pantalla del lugar geométrico y respuesta escalón inicial del sistema.

12. Encuentre el valor de  $C(z)$  que permita que el sistema en lazo cerrado cumpla cada una de las siguientes condiciones. En cada caso, haga captura de pantalla del lugar geométrico final mostrando el contorno correspondiente y la respuesta escalón obtenida mostrando, de ser posible, el cumplimiento de la característica solicitada y comente acerca de la estabilidad del sistema.

- a) Coeficiente de amortiguamiento igual a 0.5.
- b) Sobrenivel porcentual igual a 5%.
- c) Tiempo de estabilización igual a 2 segundos.

13. Conteste las preguntas presentadas en el formato.

## 6.4. Conclusiones y Recomendaciones

# Práctica 7: Diseño de controladores discretos usando lugar geométrico de las raíces-Simulación

## 7.1. Objetivos

### 7.1.1. Objetivo general

Diseñar controladores discretos usando técnicas del lugar geométrico de las raíces en sisotool de MATLAB<sup>®</sup> para el análisis del desempeño del sistema en lazo cerrado con cada controlador diseñado.

### 7.1.2. Objetivos específicos

- Obtener los requerimientos de diseño de los controladores a partir de las gráficas dadas para el posterior diseño del controlador.
- Diseñar dos controladores en base a los requerimientos planteados en cada caso usando sisotool.
- Simular el sistema en lazo cerrado usando cada uno de los controladores diseñados en Simulink.
- Verificar el cumplimiento de los requerimientos de diseño a partir de las gráficas obtenidas.

## 7.2. Introducción

Como ya se estudió, el límite de estabilidad de los sistemas discretos queda definido por el círculo unitario en el plano  $z$ . La ecuación característica utilizada para bosquejar el lugar geométrico de las raíces (LGR) para sistemas discretos posee la misma forma que la utilizada para sistemas continuos. El lugar geométrico de las raíces es una gráfica que presenta las posibles ubicaciones de los polos de lazo cerrado del sistema dependiendo del valor que tome el controlador del mismo.

Sisotool es una herramienta de MATLAB<sup>®</sup> que permite obtener, entre otras cosas, el LGR de un sistema. Esta herramienta además permite modificar la función de transferencia del controlador y pre-filtro, para que el usuario pueda observar de manera dinámica cómo dichos cambios afectan al LGR, la ubicación de polos de lazo cerrado y la respectiva respuesta escalón del sistema. Además, sisotool permite a los usuarios especificar regiones y contornos en el plano  $z$  dependiendo de los índices de desempeño solicitados.

Para que un polo pertenezca al LGR debe cumplir los criterios de magnitud y fase, mismos que se muestran a continuación:

- $\angle F(z) = +180^\circ(2k + 1) \quad k = 0, 1, 2, \dots$
- $|F(z)| = 1$

Otras ecuaciones que debe tener en consideración para el desarrollo de esta práctica se muestran a continuación, donde  $\omega_s$  representa la cantidad de muestras por segundo y  $\omega_d$  representa la cantidad de oscilaciones por segundo:

$$\frac{\omega_s}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\angle z} \tag{7.1}$$

$$\angle z = T\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} = T\omega_d \tag{7.2}$$

Finalmente, se debe recordar que el controlador PID discreto tiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{M(z)}{E(z)} = G_D(z) = K_{pD} + \frac{K_{iD}}{1 - z^{-1}} + K_{dD}(1 - z^{-1}) \tag{7.3}$$

$$G_D(z) = \frac{(K_{pD} + K_{iD} + K_{dD})z^2 - (K_{pD} + 2K_{dD})z + K_{dD}}{(z - 1)z} \tag{7.4}$$

### 7.3. Especificaciones del experimento

Se desea diseñar dos controladores discretos de la familia de controladores PID para una planta cuya función de transferencia se muestra a continuación:

$$G(s) = \frac{10}{(s + 10)}$$

Se conoce que la arquitectura de lazo de control a utilizar es la mostrada en la figura 7.1. El tiempo de muestreo a utilizar es de  $T = 0.1[s]$ .

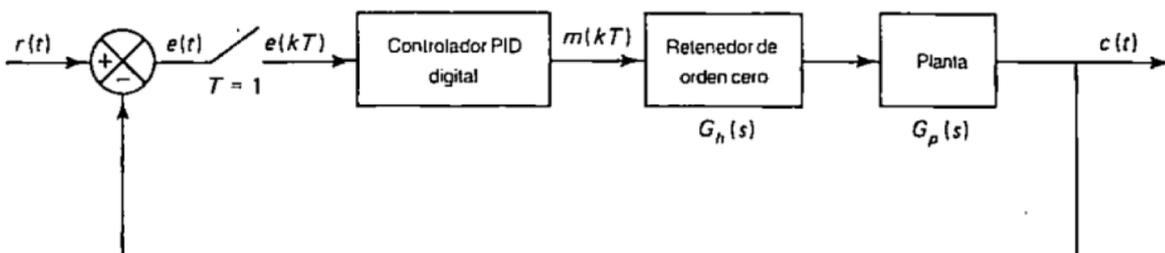


Figura 7.1: Arquitectura del lazo de control

Las respuestas de lazo cerrado deseadas en cada caso se muestran a continuación:

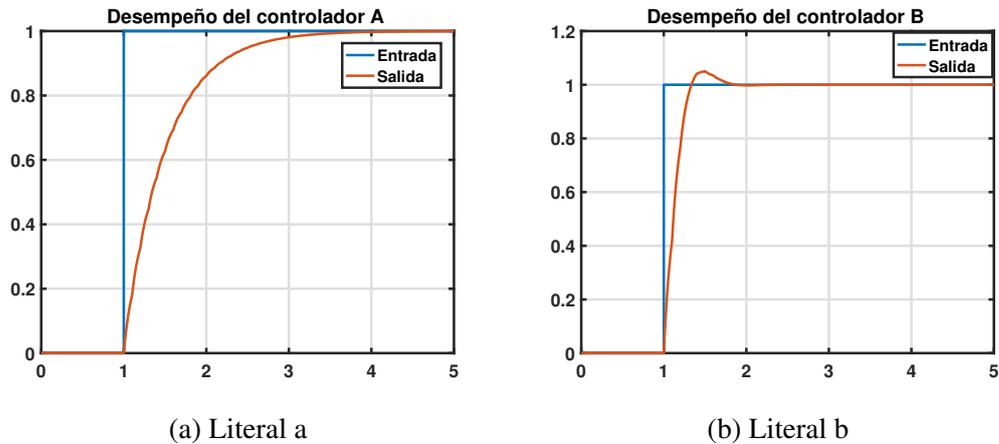


Figura 7.2: Respuestas escalón de lazo cerrado esperadas

## 7.4. Procedimiento

Cree un script en MATLAB<sup>®</sup> y coloque su nombre al inicio del mismo. Recuerde utilizar el símbolo % para comentar las líneas de código que considere necesario y utilizar %% para separar secciones de código. Resuelva en dicho script los ejercicios que se presentan a continuación y presente sus resultados en el *formato* proporcionado en el **blog** del curso.

1. Ingrese la función de transferencia de la planta y obtenga su equivalente discreto considerando el retenedor de orden cero y el tiempo de muestreo solicitado.

Para cada literal:

2. A partir de las gráfica dada obtenga los índices de desempeño necesarios para el diseño de del controlador.
3. Use el comando sisotool, cierre las ventanas que no sean necesarias y marque los requerimientos de diseño del controlador. Realice captura de pantalla del LGR y de la respuesta escalón inicial ( $C(z) = 1$ ).

**Nota:** Recuerde usar integrador para aumentar el tipo del sistema y cumplir con el requerimiento de error de estado estacionario en caso de ser necesario.

4. Añada los ceros y polos que sean necesarios para lograr que exista LGR en la intersección de los contornos graficados, considerando la estructura de la familia de controladores PID.
5. Ubique los polos de lazo cerrado en las intersecciones de los contornos modificando la ganancia del controlador y obtenga la función de transferencia del controlador. Verifique el cumplimiento de los requerimientos de diseño en la respuesta escalón mostrada. Registre dicha función en su reporte y obtenga los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  de su controlador discreto. Recuerde que todos los parámetros deben ser positivos.

6. Realice captura de pantalla del LGR final y de su respectiva respuesta escalón mostrando las características que evidencien el cumplimiento de los requerimientos de diseño. Registre dichas gráficas en su formato.
7. Arme un diagrama en Simulink similar al presentado en la figura 7.1. Recuerde configurar el bloque ZOH y el bloque del controlador (*Discrete Transfer Fcn*) con el tiempo de muestreo solicitado en el ejercicio.
8. Añada un Mux y configure el Scope o los bloques To Workspace que sean necesarios para que al simular el modelo se exporten los datos de la entrada, salida y señal de control del sistema al workspace de MATLAB<sup>®</sup>. Registre el diagrama en su reporte.
9. Realice la simulación considerando una entrada de prueba escalón unitario. Configure el tiempo de simulación de acuerdo al tiempo de estabilización solicitado en cada caso. Recuerde revisar que el tiempo de muestreo máximo de Simulink sea menor al tiempo de muestreo usado en el controlador.
10. Presente en su reporte las siguientes gráficas; recuerde incluir cuadrículas, títulos, nombres de los ejes y leyendas. Incluya marquillas en las gráficas que le faciliten el cálculo de los índices de desempeño obtenidos.
  - Gráfica de la entrada y salida del sistema superpuestas versus tiempo con el controlador del literal a.
  - Gráfica de la entrada y salida del sistema superpuestas versus tiempo con el controlador del literal b.
  - Subfigura mostrando la señal de control de cada controlador versus tiempo.
11. Complete la tabla presentada en el formato.

## 7.5. Conclusiones y Recomendaciones