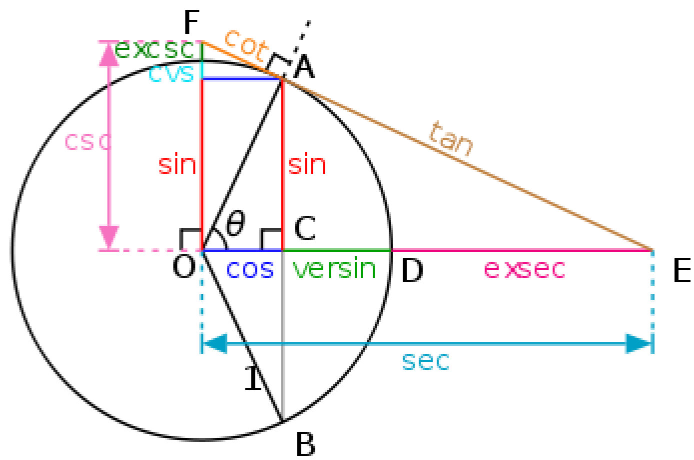
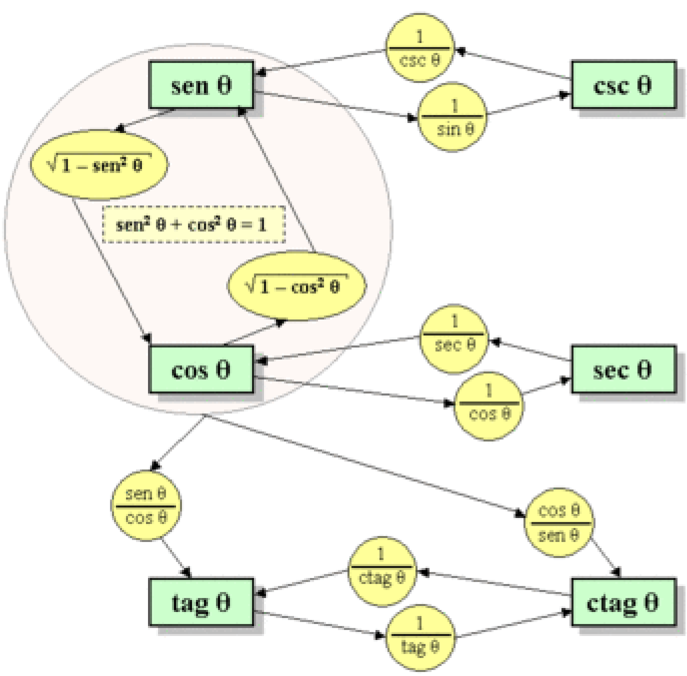
Guía de Trigonometría
Tema: Identidades y Fórmulas básicas.



Todas las funciones en *O*.



Identidades trigonométricas fundamentales, y cómo convertir de una función trigonométrica a otra.

En matemáticas, las **identidades trigonométricas** verificables para cualquier valor permisible de la variable o variables que se consideren (es decir, para cualquier valor que pudieran tomar los ángulos sobre los que se aplican las funciones).

Estas identidades, son útiles siempre que se precise simplificar expresiones que incluyen funciones trigonométricas. Otra aplicación importante es el cálculo de integrales indefinidas de funciones no-trigonométricas: se suele usar una regla de sustitución con una función trigonométrica, y se simplifica entonces la integral resultante usando identidades trigonométricas.

Notación: se define $\cos^2\alpha$, $\operatorname{sen}^2\alpha$, etc; tales que $\operatorname{sen}^2\alpha$ es $(\operatorname{sen}\alpha)^2$.

Relación pitagórica	$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$
Identidad de la razón	$\tan\theta = \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$

De estas dos identidades, se puede extrapolar la siguiente tabla. Sin embargo, nótese que estas ecuaciones de conversión pueden devolver el signo incorrecto (+ ó −). Por ejemplo, si $\operatorname{sen}\theta = 1/2$, la conversión propuesta en la tabla indica que $\cos\theta = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta} = \sqrt{3}/2$, aunque es posible que $\cos\theta = -\sqrt{3}/2$. Para obtener la única respuesta correcta se necesitará saber en qué cuadrante está θ.

Funciones trigonométricas en función de las otras cinco.

sen	$\mathrm{sen}\theta$	$\sqrt{1-\cos^2}$	$\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2}}$	$\frac{\sqrt{\sec^2\theta -}}{\sec\theta}$	$\frac{1}{\csc\theta}$
cos	$\sqrt{1-\mathrm{sen}^2}$	$\cos\theta$	$\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2}}$	$\frac{\cot\theta}{\sqrt{1+\cot^2}}$	$\frac{1}{\sec\theta}$	$\frac{\sqrt{\csc^2\theta -}}{\csc\theta}$
tan	$\frac{\mathrm{sen}\theta}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2}}$	$\frac{\sqrt{1-\cos^2}}{\cos\theta}$	$\tan\theta$	$\frac{1}{\cot\theta}$	$\sqrt{\sec^2\theta -}$	$\frac{1}{\sqrt{\csc^2\theta -}}$
cot	$\frac{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2}}{\mathrm{sen}\theta}$	$\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2}}$	$\frac{1}{\tan\theta}$	$\cot\theta$	$\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta -}}$	$\sqrt{\csc^2\theta -}$
sec	$\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2}}$	$\frac{1}{\cos\theta}$	$\sqrt{1+\tan^2}$	$\frac{\sqrt{1+\cot^2}}{\cot\theta}$	$\sec\theta$	$\frac{\csc\theta}{\sqrt{\csc^2\theta -}}$
csc	$\frac{1}{\mathrm{sen}\theta}$	$\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2}}$	$\frac{\sqrt{1+\tan^2}}{\tan\theta}$	$\sqrt{1+\cot^2}$	$\frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta -}}$	$\csc\theta$

De las definiciones de las funciones trigonométricas

$$\tan x = \frac{\mathrm{sen}x}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\mathrm{sen}x}$$
$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \csc x = \frac{1}{\mathrm{sen}x}$$

Son más sencillas de probar en la circunferencia trigonométrica o goniométrica (que tiene radio igual a 1):

$$\mathrm{sen}(x) = \mathrm{sen}(x+2\pi) \qquad \cos(x) = \cos(x+2\pi) \qquad \tan(x) = \tan(x+\pi)$$
$$\mathrm{sen}(-x) = \mathrm{sen}(x+\pi) \qquad \cos(-x) = -\cos(x+\pi)$$
$$\tan(-x) = -\tan(x) \qquad \cot(-x) = -\cot(x)$$

$$\operatorname{sen}(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad \cos(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad \tan(x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

A veces es importante saber que cualquier combinación lineal de una serie de ondas senoidales que tienen el mismo período pero están desfasadas, es también una onda senoidal del mismo período pero con un desplazamiento de fase diferente. Dicho de otro modo:

$$a\operatorname{sen}(x) + b\cos(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \operatorname{sen}\left(x + \arctan\frac{b}{a}\right)$$
$$\operatorname{sen}^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Es llamada **identidad trigonométrica fundamental**, y efectuando sencillas operaciones permite encontrar unas 24 identidades más, muy útiles para problemas introductorios del tipo *conocido el valor de la función seno, obtenga el valor de las restantes (sin tabla ni calculadora)*.

Por ejemplo, si se divide ambos miembros por $\cos^2$, se tiene:

$$\tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$$

Calculando la recíproca de la expresión anterior:

$$\cot^2(x) + 1 = \csc^2(x)$$

Entonces puede expresarse la función seno según alguna otra conocida:

$$\operatorname{sen}(x) = \sqrt{1 - \cos^2(x)} \qquad \operatorname{sen}(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^{-2}(x)}}$$
$$\operatorname{sen}(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2(x)}} \qquad \operatorname{sen}(x) = \frac{1}{\sec x}\sqrt{\sec^2(x) - 1}$$

y análogamente con las restantes funciones .

== Teoremas de la

Pueden demostrarse según la Fórmula de Euler o mediante la proyección de ángulos consecutivos. La identidad de la tangente surge del cociente entre coseno y seno, y las restantes de la recíproca correspondiente.

$$\operatorname{sen}(x \pm y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) \pm \cos(x)\operatorname{sen}(y)$$
$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x)\tan(y)}$$

De lo que se sigue para determinados ángulos suplementarios:

$$\operatorname{sen}(\pi \pm x) = \mp\operatorname{sen}(x)$$
$$\cos(\pi \pm x) = -\cos(x)$$
$$\tan(\pi \pm x) = \pm\tan(x)$$
$$\csc(\pi \pm x) = \mp\csc(x)$$

Para ángulos complementarios:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{sen}(x)$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot(x)$$
$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sec(x)$$
$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \csc(x)$$
$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan(x)$$

Para ángulos opuestos:

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$$
$$\cos(-x) = \cos(x)$$
$$\tan(-x) = -\tan(x)$$
$$\csc(-x) = -\csc(x)$$
$$\sec(-x) = \sec(x)$$
$$\cot(-x) = -\cot(x)$$

Identidades del ángulo múltiple

Si T_n es el *n*-simo Polinomio de Chebyshev entonces

$$\cos(nx) = T_n(\cos(x)).$$

Fórmula de De Moivre:

$$\cos(nx) + i\mathrm{sen}(nx) = (\cos(x) + i\mathrm{sen}(x))^n$$

Identidades del ángulo doble, triple y medio

Pueden obtenerse remplazándolo y por x (o sea $\mathrm{sen}(x+x) = \mathrm{sen}(2x)$) en las identidades anteriores, y usando Pitágoras para los dos últimos (a veces es útil expresar la identidad en términos de seno, o de coseno solamente), o bien aplicando la Fórmula de De Moivre cuando *n* = 2.

Fórmula del ángulo doble			
$\mathrm{sen}2\theta = 2\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{co}$ $= \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2}$	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \mathrm{s}$ $= 2\cos^2\theta -$ $= 1 - 2\mathrm{sen}^2$ $= \frac{1-\tan^2}{1+\tan^2}$	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2}$	$\cot 2\theta = \frac{\cot\theta -}{2}$
Fórmula el ángulo triple			
$\mathrm{sen}3\theta = 3\mathrm{sen}\theta -$	$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta -$	$\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta -}{1-3\mathrm{t}}$	
Fórmula del ángulo medio			
$\mathrm{sen}\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-}{2}}$	$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\mathrm{c}}{2}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \csc\theta - \mathrm{co}$ $= \pm\sqrt{\frac{1-}{1+}}$ $= \frac{\mathrm{sen}\theta}{1+\cos\theta}$ $= \frac{1-\cos\theta}{\mathrm{sen}\theta}$	$\cot\frac{\theta}{2} = \csc\theta +$

Producto infinito de Euler

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\theta}{4}\right)\cdot\cos\left(\frac{\theta}{8}\right)\cdots=\prod_{n=1}^{\infty}\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)=\frac{\operatorname{sen}(\theta)}{\theta}.$$

Identidades para la reducción de exponentes

Resuelve las identidades tercera y cuarta del ángulo doble para $\cos^2(x)$ y $\sin^2(x)$.

Seno	$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$	$\operatorname{sen}^3\theta = \frac{3\operatorname{sen}\theta - \operatorname{s}}{4}$	
Coseno	$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$	$\cos^3\theta = \frac{3\cos\theta +}{4}$	$\cos^5\theta = \frac{10\cos\theta + 5\cos 3\theta}{16}$
Otros	$\operatorname{sen}^2\theta\cos^2\theta = \frac{1-}{}$	$\operatorname{sen}^3\theta\cos^3\theta = \frac{\operatorname{sen}}{8}$	

conversión de producto a suma

Puede probarse usando el teorema de la suma para expandir los segundos miembros.

$$\cos(x)\cos(y)=\frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$$
$$\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)=\frac{\cos(x-y)-\cos(x+y)}{2}$$
$$\operatorname{sen}(x)\cos(y)=\frac{\operatorname{sen}(x+y)+\operatorname{sen}(x-y)}{2}$$
$$\cos(x)\operatorname{sen}(y)=\frac{\operatorname{sen}(x+y)-\operatorname{sen}(x-y)}{2}$$

¿De dónde se origina $\cos(x)\cos(y)=\frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$ **?**

Esta explicación muestra cómo obtener la fórmula anterior paso por paso (en otras palabras, es una demostración de como hacerlo).

Sabemos por el teorema de la suma y la resta que:

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$$

Si separamos la suma de la resta quedan entonces los dos posibles casos:

1): $\cos(x + y) = \cos(x)\cos(y) - \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$
2): $\cos(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$

Si tomamos la ecuación 1) y despejamos cos(x)cos(y) nos queda que:

3): $\cos(x)\cos(y) = \cos(x + y) + \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$

Y si sumamos el miembro de la derecha de la ecuación 2) al miembro izquierdo de la ecuación 3), y para mantener la igualdad se suma el lado izquierdo de la ecuación 2) en el lado derecho de la ecuación 3). (Recuerda que si se suma un elemento a ambos lados de la ecuación se mantiene la misma), quedaría:

$$\cos(x)\cos(y)+\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)+\cos(x)\cos(y) = \cos(x+y)+\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)+\cos(x-$$

Simplificando el elemento sin(x)sin(y) y sumando cos(x)cos(y) quedaría:

$$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x + y) + \cos(x - y)$$

Y por último multiplicando ambos lados de la ecuación por ½ queda:

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{\cos(x + y) + \cos(x - y)}{2}$$

Nota 1: este procedimiento también se puede aplicar para demostrar el origen de las otras dos ecuaciones simplemente cambiando los valores.

Nota 2: Usando 3) y el resultado anterior se obtiene también:

$$\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y) = \frac{\cos(x - y) - \cos(x + y)}{2}$$

Notar el cambio de signo.

Conversión de Suma a Producto

Reemplazando *x* por (*a* + *b*) / 2 *y* por (*a* – *b*) / 2 en las identidades de Producto a suma, se tiene:

$$\operatorname{sen}(a)+\operatorname{sen}(b)=2\operatorname{sen}\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos(a)+\cos(b)=2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos(a)-\cos(b)=-2\operatorname{sen}\left(\frac{a+b}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\operatorname{sen}(a)-\operatorname{sen}(b)=2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Conversión de diferencia de cuadrados a producto

$$1) sin^2(x) - sin^2(y) = sin(x+y)sin(x-y)$$

$$2) cos^2(x) - sen^2(y) = cos(x+y)cos(x-y)$$

¿De donde se origina?

1) recordando:

$$cos(x+y) = cos(x)cos(y) - sin(x)sin(y)$$

$$cos(x-y) = cos(x)cos(y) + sin(x)sin(y)$$

multiplicando

$$cos(x+y)cos(x-y) = cos^2(x)cos^2(y) - sin^2(x)sin^2(y)$$

Sabemos que:

$$sin^2(x) + cos^2(x) = 1$$

$$sin^2(y) + cos^2(y) = 1$$

En la primera ecuación transponemos $cos^2(x)$ y en la segunda $sin^2(y)$

De tal manera que obtendremos:

$$sin^2(x) = 1 - cos^2(x)$$

$$cos^2(y) = 1 - sin^2(y)$$

Aplicando esto en la ecuación inicial

$$cos(x+y)cos(x-y) = cos^2(x)(1 - sin^2(y)) - sin^2(x)(1 - cos^2(y))$$

Multiplicando

$$1) sin^2(x) - sin^2(y) = sin(x+y)sin(x-y)$$

De una manera analógica se halla el segundo teorema.

Eliminar seno y coseno

A veces es necesario transformar funciones de seno y coseno para poderlas sumar libremente, en estos casos es posible eliminar senos y cosenos en tangentes.

$$\operatorname{sen}(x) = \frac{\tan(x)}{\sqrt{1+\tan^2(x)}}$$

$$\operatorname{sen}(x) = 2\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)\cos\left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{2\tan\left(\frac{1}{2}x\right)}{1+\tan^2\left(\frac{1}{2}x\right)}$$

$$\cos(x) = \frac{1-\tan^2\left(\frac{1}{2}x\right)}{1+\tan^2\left(\frac{1}{2}x\right)}$$

Funciones trigonométricas inversas

$$\arctan(x) + \arctan(x) = \begin{cases} \pi/2, & \text{si } x > 0 \\ -\pi/2, & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$

$$\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$$

Composición de funciones trigonométricas

$$\sin^2(\arccos(x)) = 1 - x^2 \qquad \cos[\arctan(x)] = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\sin^2(\arctan(x)) = \frac{x^2}{1+x^2} \qquad \cos[\arcsin(x)] = \sqrt{1-x^2}$$

$$\tan[\arcsin(x)] = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \cos^2(\arcsin(x)) = 1 - x^2$$
$$\tan[\arccos(x)] = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \qquad \cos^2(\arctan(x)) = \frac{1}{1+x^2}$$

Fórmula de productos infinitos

Seno

$$\operatorname{sen} x = x\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{x^2}{\pi^2 n^2}\right)$$
$$\operatorname{sen}hx = x\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{x^2}{\pi^2 n^2}\right)$$
$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = \prod_{n=1}^{\infty}\cos\left(\frac{x}{2^n}\right)$$

Coseno

$$\cos x = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{x^2}{\pi^2(n-\frac{1}{2})^2}\right)$$
$$\cosh x = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{x^2}{\pi^2(n-\frac{1}{2})^2}\right)$$

Fórmula de Euler

$$e^{ix} = \cos(\mathrm{x}) + i\operatorname{sen}(\mathrm{x})$$
$$e^{-ix} = \cos(\mathrm{x}) - i\operatorname{sen}(\mathrm{x})$$

Historia

Los Elementos de Euclides, que datan del siglo III a. C., contienen ya una aproximación geométrica de la generalización del teorema de Pitágoras: las proposiciones 12 y 13 del libro II, tratan separadamente el caso de un triángulo obtusángulo y el de un triángulo acutángulo. La formulación de la época es arcaica ya que la ausencia de funciones trigonométricas y del álgebra obligó a razonar en términos de diferencias de áreas.[1] Por eso, la proposición 12 utiliza estos términos:

> «En los triángulos obtusángulos, el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es mayor que los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo obtuso en dos veces el rectángulo comprendido por un lado de los del ángulo obtuso sobre el que cae la perpendicular y la recta exterior cortada por la perpendicular, hasta el ángulo obtuso.»
>
> Euclides, *Elementos*.[2]

Siendo *ABC* el triángulo, cuyo ángulo obtuso está en *C*, y *BH* la altura respecto del vértice *B* (cf. Fig. 2 contigua), la notación moderna permite formular el enunciado así:

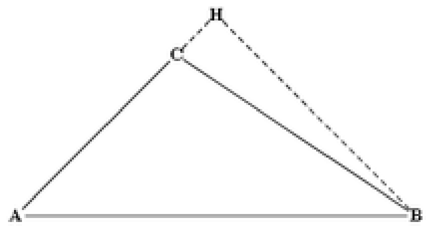


Fig. 2 - Triángulo *ABC* con altura *BH*.

$$AB^2 = zCA^2 + CB^2 + 2\ CA\ CH$$

Faltaba esperar la trigonometría árabe-musulmana de la Edad Media para ver al teorema evolucionar a su forma y en su alcance: el astrónomo y matemático al-Battani[3] generalizó el resultado de Euclides en la geometría esférica a principios del siglo X, lo que permitió efectuar los cálculos de la distancia angular entre el Sol y la Tierra.[4] [5] Fue durante el mismo período cuando se establecieron las primeras tablas trigonométricas, para las funciones seno y coseno. Eso permitió a Ghiyath al-Kashi,[6] matemático de la escuela de Samarcanda, de poner el teorema bajo una forma utilizable para la triangulación durante el siglo XV. La propiedad fue popularizada en occidente por François Viète quien, al parecer, lo redescubrió independientemente.[7]

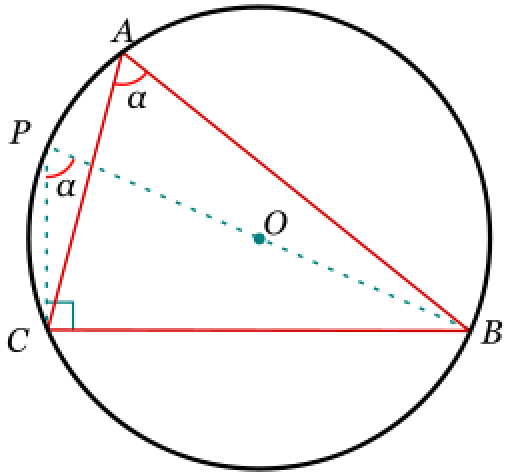
Fue a finales del siglo XVII cuando la notación algebraica moderna, aunada a la notación moderna de las funciones trigonométricas introducida por Euler en su libro *Introductio in analysin infinitorum*, permitieron escribir el teorema bajo su forma actual, extendiéndose el nombre de teorema (o ley) del coseno.[8]

Teorema del seno

En todo triángulo se da la siguiente relación entre la longitud de sus lados a, b y c y el seno de sus respectivos ángulos opuestos A, B y C

$$\frac{a}{\operatorname{sen}(A)} = \frac{b}{\operatorname{sen}(B)} = \frac{c}{\operatorname{sen}(C)}$$

Demostración



El teorema de los senos establece que *a/sin(A)* es constante.

Dado el triángulo *ABC*, denotamos por *O* su circuncentro y dibujamos su circunferencia circunscrita. Prolongando el segmento *BO* hasta cortar la circunferencia, se obtiene un diámetro *BP*.

Ahora, el triángulo *PBC* es recto, puesto que *BP* es un diámetro, y además los ángulos *A* y *P* son iguales, porque ambos son ángulos inscritos que abren el segmento *BC* (Véase definición de arco capaz). Por definición de la función trigonométrica seno, se tiene

$$\operatorname{sen} A = \operatorname{sen} P = \frac{BC}{BP} = \frac{a}{2R}$$

donde *R* es el radio de la circunferencia. Despejando *2R* obtenemos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = 2R$$

Repitiendo el procedimiento con un diámetro que pase por *A* y otro que pase por *C*, se llega a que las tres fracciones tienen el mismo valor *2R* y por tanto son iguales.

La conclusión que se obtiene suele llamarse teorema de los senos generalizado y establece:

Para un triángulo *ABC* donde *a, b, c* son los lados opuestos a los ángulos *A, B, C* respectivamente, si *R* denota el radio de la circunferencia circunscrita, entonces:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R.$$

Puede enunciarse el teorema de una forma alternativa:

> En un triángulo, el cociente entre cada lado y el seno de su ángulo opuesto es constante e igual al diámetro de la circunferencia circunscrita.

b = *qa* + *c* − 2*abcosb*

Aplicación

El teorema del seno es usado con frecuencia para resolver problemas en los que se conoce un lado del triángulo y dos ángulos y se desea encontrar las medidas de los otros lados.

Definiciones exponenciales

Función	Función inversa
$\operatorname{sen}\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$	$\arcsin x = -i \ln\left(ix + \sqrt{1 - x^2}\right)$
$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$	$\arccos x = -i \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$
$\tan\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{i(e^{i\theta} + e^{-i\theta})}$	$\arctan x = \frac{i \ln\left(\frac{i+x}{i-x}\right)}{2}$
$\csc\theta = \frac{2i}{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}$	$\operatorname{arccsc} x = -i \ln\left(\frac{i}{x} + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\right)$

$\sec\theta = \dfrac{2}{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}$	$\operatorname{arcsec} x = -i \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{i}{x^2}}\right)$
$\cot\theta = \dfrac{i(e^{i\theta} + e^{-i\theta})}{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}$	$\operatorname{arccot} x = \dfrac{i \ln\left(\frac{i-x}{i+x}\right)}{2}$
$\operatorname{cis}\theta = e^{i\theta}$	$\operatorname{arccis} x = \dfrac{\ln x}{i}$