ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

PROYECTO SEMESTRAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL

I Término Académico

2010-2011

Titulo:

Tendencia de variabilidad de la constante de los resortes cónicos

Autores:

Coordinador:

Darwin Yupa (dyupa@espol.edu.ec)
(saulyp_drw@hotmail.com)

Compañeros investigadores:

Jorge Alvarado

Joel Tomalá

Objetivos

El objetivo de este proyecto es aplicar los conocimientos adquiridos en el primer semestre para establecer una relación entre los resortes tipo cónico de paso y la espiral de Arquímedes a través de un proceso experimental.

Introducción

Resortes

Un resorte también conocido como muelle elástico es un operador elástico capaz de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesan las fuerzas o la tensión a las que es sometido.

Se les emplean en una gran cantidad de aplicaciones, desde cables de conexión hasta disquetes, productos de uso cotidiano, herramientas especiales o suspensiones de vehículos. Su propósito, con frecuencia, se adapta a las situaciones en las que se requiere aplicar una fuerza y que esta sea retornada en forma de energía. Siempre están diseñados para ofrecer resistencia o amortiguar las solicitaciones externas.

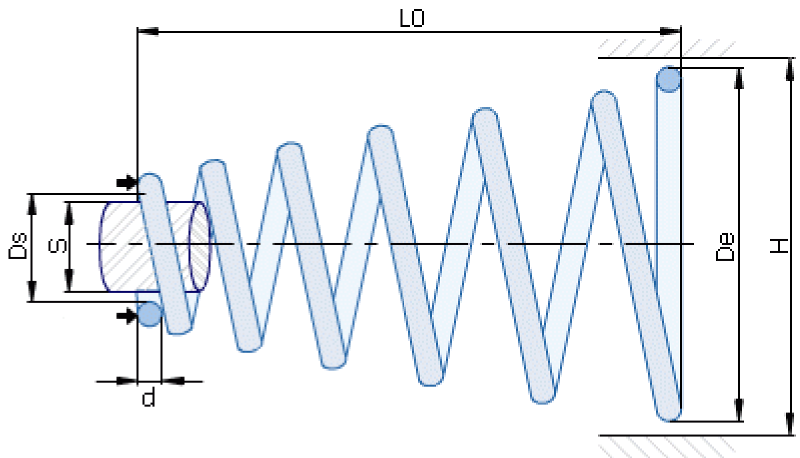
Tipos de resortes

- **Resortes de tracción**: Estos resortes soportan exclusivamente fuerzas de tracción y se caracterizan por tener un gancho en cada uno de sus extremos, de diferentes estilos: inglés, alemán, catalán, giratorio, abierto, cerrado o de dobles espira. Estos ganchos permiten montar los resortes de tracción en todas las posiciones imaginables.
- **Resortes de compresión**: Estos resortes están especialmente diseñados para soportar fuerzas de compresión. Pueden ser cilíndricos, cónicos, bicónicos, de paso fijo o cambiante.
- **Resortes de torsión**: Son los resortes sometidos a fuerzas de torsión (momentos).

Resortes cónicos

Estos resortes están diseñados con una forma cónica y su vista superior es una espiral como en la figura.

Parámetros de los muelles de compresión cónicos



Parámetros físicos

- **d (diámetro del hilo):** Este parámetro describe el espesor del hilo empleado para fabricar el muelle. Este se puede calcular por la expresión :

$$d = 2\pi a$$

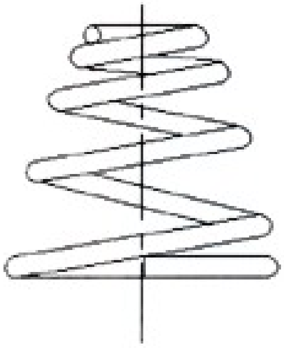
  Donde a es el parámetro de la ecuación de la espiral de Arquímedes en coordenadas polares

  $r = \theta a$

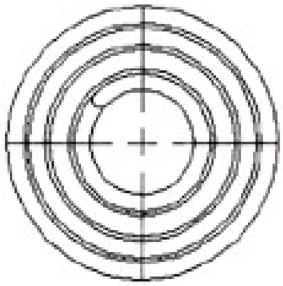
- **S (árbol):** Este parámetro describe el diámetro interior de la circunferencia mas pequeña del resorte.La tolerancia de este parámetro es de (+-)2%(indicativo).
- **Ds (mayor diámetro exterior):** Diámetro exterior del extremo mayor de un muelle. La tolerancia de este parámetro es de (+-)2%(indicativo).
- **De (Menor diámetro interior):** Diámetro interior del extremo menor de un muelle. La tolerancia de este parámetro es de (+-)2%(indicativo).
- **H (orificio):** Se trata del diámetro mínimo de funcionamiento del muelle. La tolerancia de este parámetro es de (+-)2% (indicativo).

- **L0 (longitud libre):** La longitud libre de los muelles de compresión se mide con un estado no comprimido del muelle después de un primer bloqueo. La tolerancia de este parámetro es de (+-)2%(indicativo).
- **L1 & F1 (longitud bajo carga F):** la carga F1 con longitud L1 puede calcularse con la ecuación: ***F1 = (L0-L1) * K***. que permite obtener la ecuación de la longitud

  Los parámetros anteriores son los que se toman en cuenta cuando se diseña un resorte cónico.



vista lateral



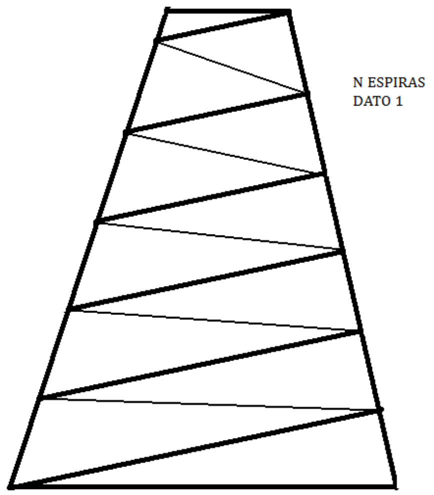
vista superior

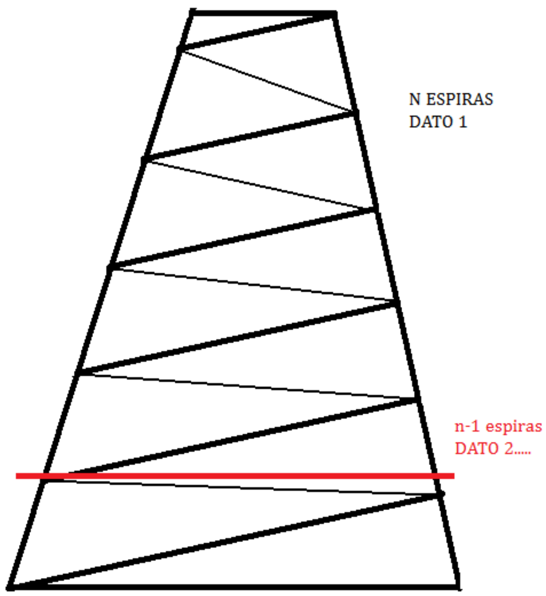
Aplicaciones:

En aplicaciones especiales en que el ciclo de trabajo tiene una frecuencia próxima a la frecuencia natural del resorte, este diseño brinda una solución al problema de resonancia.es mayor comparado con un resorte cilíndrico de diámetro igual al medio entre el mayor y el menor, manteniendo invariables las demás dimensiones. Por razones de espacio disponible o funcionamiento se requiera que frente a una fuerza determinada, la longitud del resorte resultante sea reducido, el resorte cónico brinda una

Procedimientos

1. Medimos la altura del resorte para el numero toral de espiras
2. Aplicamos una fuerza y medimos la elongación
3. Aplicamos seis fuerzas diferentes midiendo sus respectivas elongación
4. Luego calculamos la constante elástica media para ese número de espiras
5. (el numero de espiras indica hasta que ángulo se grafica la espiral de Arquímedes en el resorte)
6. Ahora tomamos en cuenta el resorte sin su ultima espira y aplicamos las mismas fuerzas midiendo sus respectivas elongaciones
7. Realizamos los cálculos respectivos para ese número de espiras
8. Repetimos el proceso disminuyendo una espira hasta tener datos a tres espiras.




N ESPIRAS
DATO 1
n-1 espiras
DATO 2.....

Datos recopilados

constante con 3 espiras			
fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	0,2	5,0000	1772,7000
1,5	0,3	5,0000	1772,7000
2	0,4	5,0000	1772,7000
2,5	0,5	5,0000	1772,7000
3	0,6	5,0000	1772,7000
4	0,7	5,7143	2025,9429
	K promedio	5,1190	1814,9071

constante con 4 espiras				
	fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	1	0,3	3,3333	1181,8000
2	1,5	0,5	3,0000	1063,6200
3	2	0,6	3,3333	1181,8000
4	2,5	0,8	3,1250	1107,9375
5	3	0,9	3,3333	1181,8000
6	4	1,2	3,3333	1181,8000
		K promedio	3,2431	1149,7929

constante con 5 espiras				
	fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	1	0,5	2,0000	709,08

				00
2	1,5	0,7	2,1429	759,7286
3	2	0,9	2,2222	787,8667
4	2,5	1,2	2,0833	738,6250
5	3	1,5	2,0000	709,0800
6	4	1,9	2,1053	746,4000
		K promedio	2,0923	741,7967

constante con 6 espiras				
	fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	1	0,7	1,4286	506,4857
2	1,5	1	1,5000	531,8100
3	2	1,4	1,4286	506,4857
4	2,5	1,7	1,4706	521,3824
5	3	2	1,5000	531,8100
6	4	2,7	1,4815	525,2444
		K promedio	1,4682	520,5364

constante con 7 espiras			
fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	0,8	1,2500	443,1750

1,5	1,2	1,2500	443,1750
2	1,6	1,2500	443,1750
2,5	2,1	1,1905	422,0714
3	2,5	1,2000	425,4480
4	3,3	1,2121	429,7455
	K promedio	1,2254	434,4650

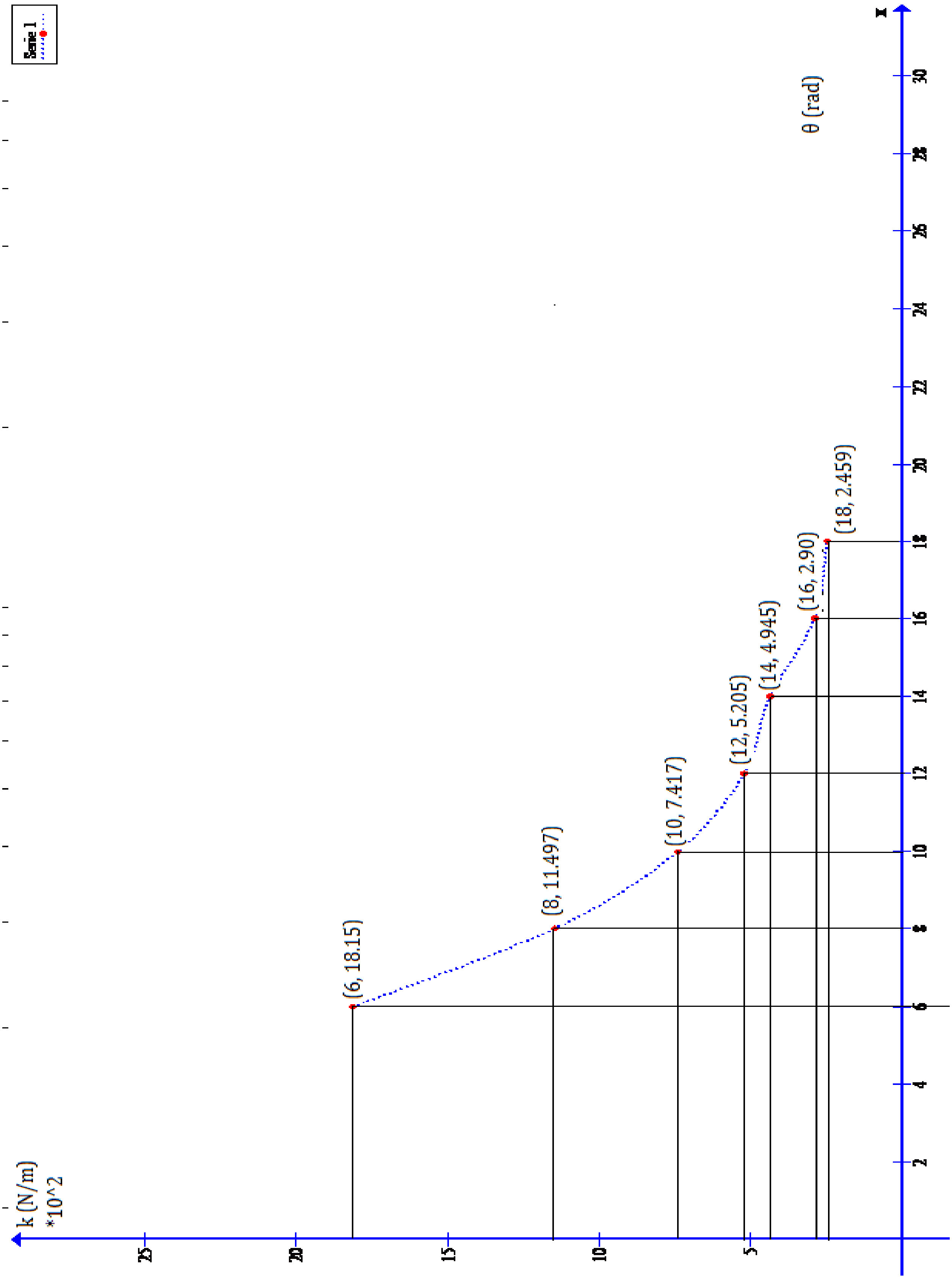
constante con 8 espiras			
fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	1,3	0,7692	272,7231
1,5	1,8	0,8333	295,4500
2	2,4	0,8333	295,4500
2,5	3	0,8333	295,4500
3	3,7	0,8108	287,4649
4	4,8	0,8333	295,4500
	K promedio	0,8189	290,3313

constante con 9 espiras			
fuerza(lb)	desplazamiento(cm)	K (lb/cm)	K(N/m)
1	1,4	0,7143	253,2429
1,5	2,2	0,6818	241,7318
2	2,9	0,6897	244,5103
2,5	3,6	0,6944	246,2083
3	4,4	0,6818	241,7318
4	5,8	0,6897	244,510

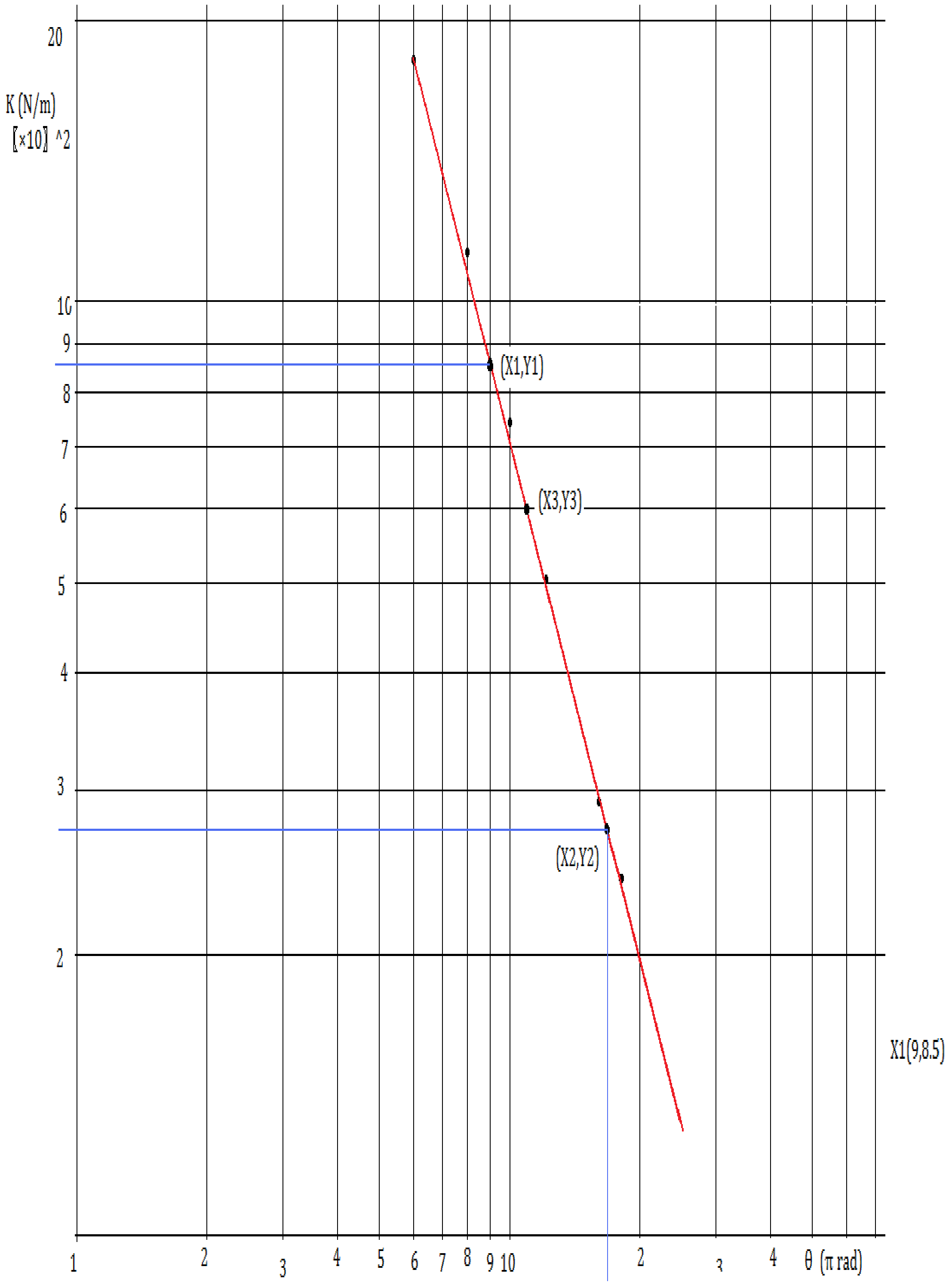
			3
	K promedio	0,6919	245,322 6

Gráficos

Curva constante elástica vs ángulo de enrollamiento



Grafica log-log (constante elástica vs ángulo de enrollamiento)



Cálculos

Luego de graficar los puntos nos resulto una grafica logarítmica entonces sabemos que la ecuación empírica para la linealización de la curva es:

$$y = ax^n$$

Donde y es la función, a una constante, x la variable independiente y n la pendiente de la grafica log-log.

Hallamos la pendiente y por la formula de la pendiente en graficas log-log:

$$n = \frac{\log \frac{y2}{y1}}{\log \frac{x2}{x1}}$$

Para ello debemos tomar dos valores al azar de nuestra grafica log-log.

Para encontrar una relación entre la espiral y el resorte tomamos los siguientes puntos:

X1=9

X2=17

Y1=8,5

Y2=2,7

Reemplazando en la ecuación de la pendiente nos resulta:

$$n = -1{,}87$$

Es lógico pues al analizar la grafica, nos percatamos de que la pendiente resultaría negativa y así lo demostraron los cálculos con los valores medidos en la grafica.

Entonces ya tenemos hasta ahora la siguiente ecuación:

$y = ax^{-1,87}$

Ahora analizamos las variables de esta ecuación, en nuestra grafica los valores de los ejes corresponden: al eje y la constante de elasticidad K y al eje x las diferentes medidas de los ángulos.

Entonces reemplazando en por las variables de la grafica tenemos:

$K = a\theta^{-1,87}$

Cabe recalcar que a no es el mismo valor de la constante de la ecuación de Arquímedes sino otro valor que corresponde a la grafica de la ecuación empírica, para que no haya confusión lo cambiaremos por otra variable, una variable m.

Así tendremos nuestra ecuación:

$K = m\theta^{-1,87}$

Donde como dijimos anteriormente m es una constante calculada tomando otro punto de la grafica y reemplazando en la ecuación:

$$m = \frac{y_3}{x_3^n}$$

Para nuestro experimento tomamos los valores

X3= 11

Y3=6

Reemplazando nos resulta:

$m = 531,56$

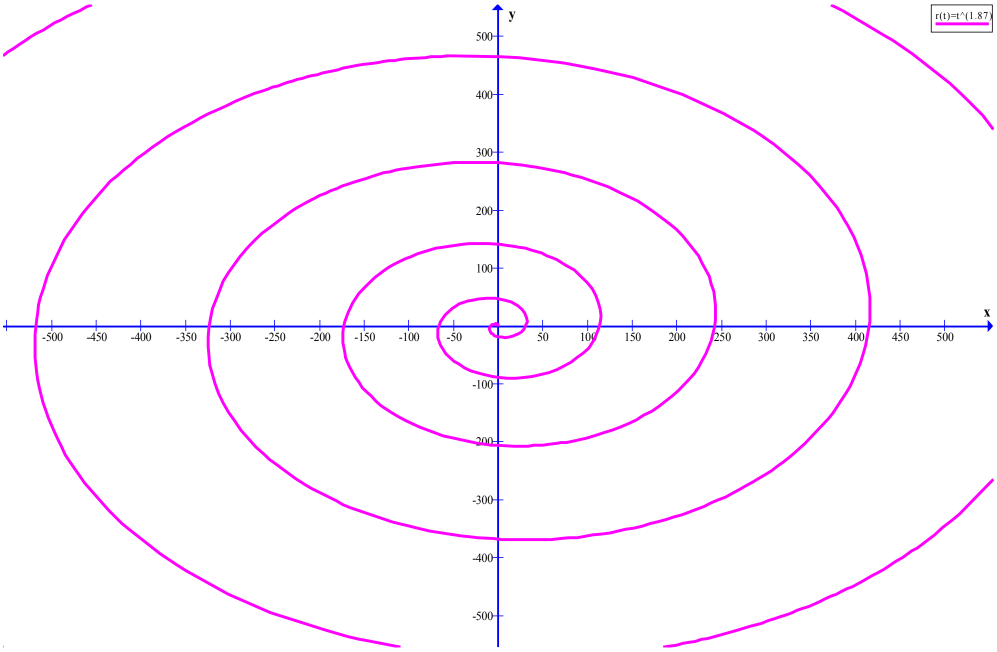
Y así tenemos la ecuación:

$K = 531,56\theta^{-1,87}$

Ahora bien nuestra ecuación tiene el parámetro θ , que es el parámetro con el cual se establece una regla de correspondencia para las distintas graficas.

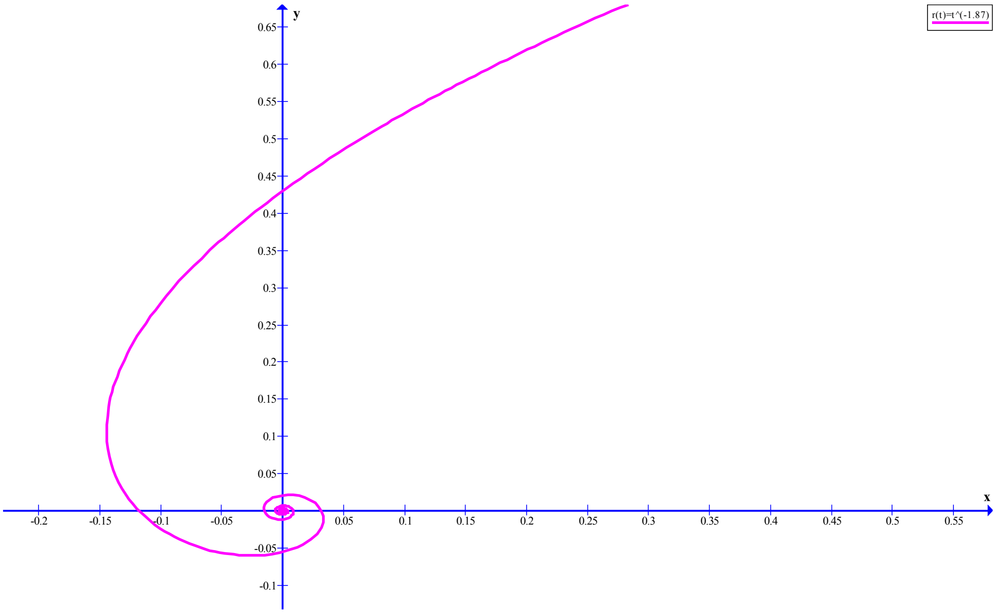
Nuestro experimento nos dio como resultado una ecuación con los parámetros parecidos a la de una grafica de espiral logarítmica.

$$K = m\theta^{n}$$



Grafica correspondiente a $k = m\theta^{-n}$ en esta ecuación se multiplicamos a n por -1 para tener una grafica logarítmica caso contario tendríamos una hiperbólica como la siguiente.

Grafica correspondiente a: $K = m\theta^n$



Conclusiones

Después de haber realizado este experimento podemos plantear la siguiente condición y establecerla como fija para todos los resortes cónicos:

"Mientras en el diseño de un resorte las espiras varían con la ecuación de Arquímedes, la tendencia de variabilidad de la constante de elasticidad variara siguiendo el patrón inverso de una espiral logarítmica (o su inversa una hiperbólica)"

Bibliografía

- Física conceptual (hewitt)
- Calculo diferencial (Purcell, Varberg, Rigdon)
- www.scribd.com/doc/23303891/Trabajo-Resortes

Colaboradores:

- Ing. Hernando Sánchez (Profesor de Física "A"- ESPOL)
- **Casa del resorte** (Aguirre y 10 de agosto)

Nota:

Cualquier sugerencia hacerlo a la dirección electrónica establecida