ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

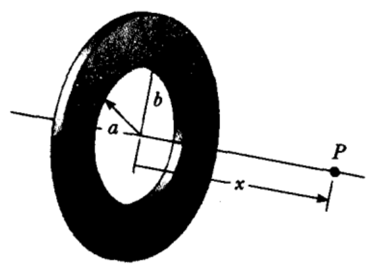
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS

FÍSICA C **I Evaluación/2006-II**

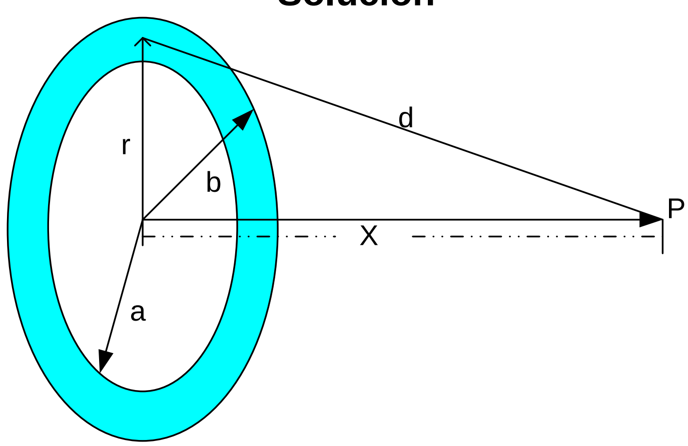
Nombre: ________________________________**Paralelo**____ **Firma**___________________

Tema 1 **(14 PUNTOS)**

Calcule el potencial dieléctrico en el punto P sobre el anillo mostrado en la Figura, el cual tiene una densidad de carga **σ=α / r**, donde **α** es una constante positiva.



Solución



$$\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$

Solución:

$$da = 2\prod dr$$

$$d = \sqrt{\left(x^2 + r^2\right)}$$

$$dV = \frac{k}{d}dq = k\frac{\sigma dA}{d} = k\left(\frac{\alpha}{r}\right)\frac{2\Pi r}{d}dr$$

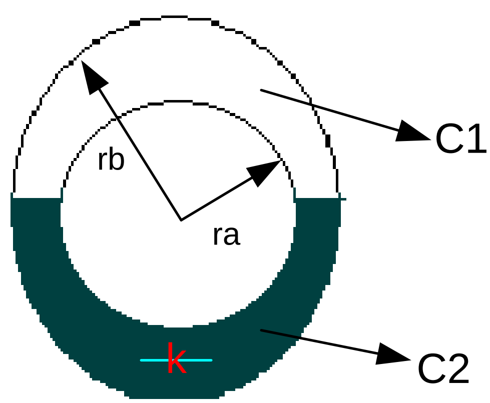
$$V = k\alpha 2\Pi \int_a^b \frac{dr}{\sqrt{\left(x^2 + r^2\right)}} = k\alpha 2\Pi \ln\left(b + \sqrt{\left(x^2 + r^2\right)}\right)\Big|_a^b$$

$$V = k\alpha 2\Pi \ln\left(\frac{b + \sqrt{\left(x^2 + b^2\right)}}{a + \sqrt{\left(x^2 + a^2\right)}}\right)$$

Tema 2 **(14 PUNTOS)**

Un condensador esférico, formado por dos esferas conductoras de radios r_a y r_b se carga a una diferencia de potencial Vo. Enseguida se introduce entre las esferas un dieléctrico líquido de constante K, hasta llenar la mitad del volumen interior.

a) Encuentre la capacitancia equivalente con el dieléctrico

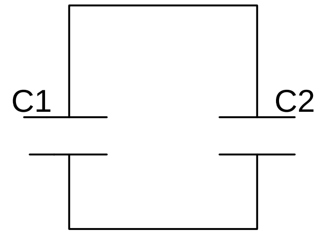


K= cte. De Coulomb
Kd= (Cte. Dieléctrica)

$$V_o = -\int_{r_b}^{r_a} \frac{kq}{r^2}dr = -kq\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_b}^{r_a} = kq\left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}\right)$$

$$Q = cV_0 \Rightarrow q = \frac{r_a r_b V_o}{k\left(r_b - r_a\right)} \Rightarrow C = \frac{r_a r_b}{k\left(r_b - r_a\right)}\left(\frac{1}{2}\right)$$

Cap. equivalente =



$$C1 = \frac{r_a r_b}{k(r_b - r_a)}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$C2 = \frac{r_a r_b K_d}{k(r_b - r_a)}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$Ceq = C1 + C2$$

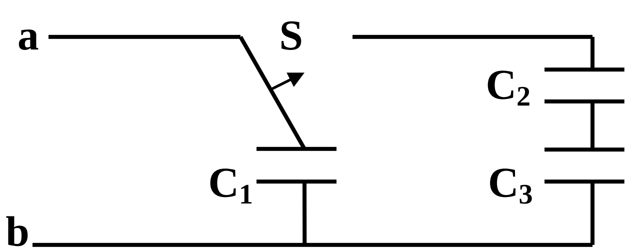
$$Ceq = \frac{r_a r_b (1 + kd)}{k(r_b - r_a)}\left(\frac{1}{2}\right)$$

TEMA 3 **(14 PUNTOS)**

El interruptor S de la figura se conecta en la posición izquierda de tal forma que el capacitor C_1 se cargue completamente al voltaje de la batería conectada entre los puntos **a** y **b,** luego el interruptor se conecta en la posición derecha. Si $C_1 = 30$ µF, $C_2 = 30$ µF, $C_3 = 30$ µF y V_{ab} =12V,

a) Determine la carga y el voltaje final en cada capacitor.

b) Demostrar que la $U_T = U_1 + U_2 + U_3$



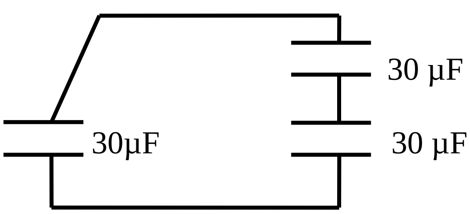


Diagrama 1

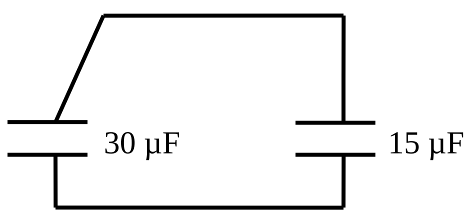


Diagrama 2

Carga inicial en C1: 12 V x 30 µF = 360 µC

Habrá transferencia de carga entre los capacitares del diagrama 2, hasta que se igualen sus potenciales:

$$\frac{Q_1}{30} = \frac{Q_2}{15} \Rightarrow Q_1 = 2Q_2 \qquad \begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= 360 & Q_2 &= 120\mu C \\ 2Q_2 + Q_2 &= 360 & Q_1 &= 240\mu C \end{aligned}$$

C_1 tendrá una carga final de 240 µC y un voltaje de 240/30 = 8V.

C_2 y C_3 tendrán cada uno una carga de 120 µC y un voltaje de 120/30 = 4V.

b) La energía después de la distribución de la carga en el circuito es:

$$U = \frac{Q^2}{2C_{equi}} \qquad U = \frac{(360x10^{-6}C)^2}{2x(45x10^{-6}F)} = 1.44x10^{-3}J$$

La energía almacenada en el primer capacitor es:

$$U = \frac{Q^2}{2C_1} \qquad U = \frac{(240x10^{-6}C)^2}{2x(30x10^{-6}F)} = 0.96x10^{-3}J$$

La energía almacenada en el segundo y tercer capacitor es:

$$U_2 = U_3 = \frac{Q^2}{2C_2} \qquad U = \frac{(120x10^{-6}C)^2}{2x(30x10^{-6}F)} = 0.24x10^{-3}J$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = (0.96 + 0.24 + 0.24)x10^{-3} = 1.44x10^{-3}J = U$$

Tema 4 **(14 PUNTOS)**

A un alambre de 1.0m de longitud y 3.0mm de diámetro se le aplica una diferencia de potencial de 10V. Se encuentra que su resistencia es de 0.017 Ohm. Calcule la resistividad del alambre y la densidad de corriente en el material.

$$V = I * R$$

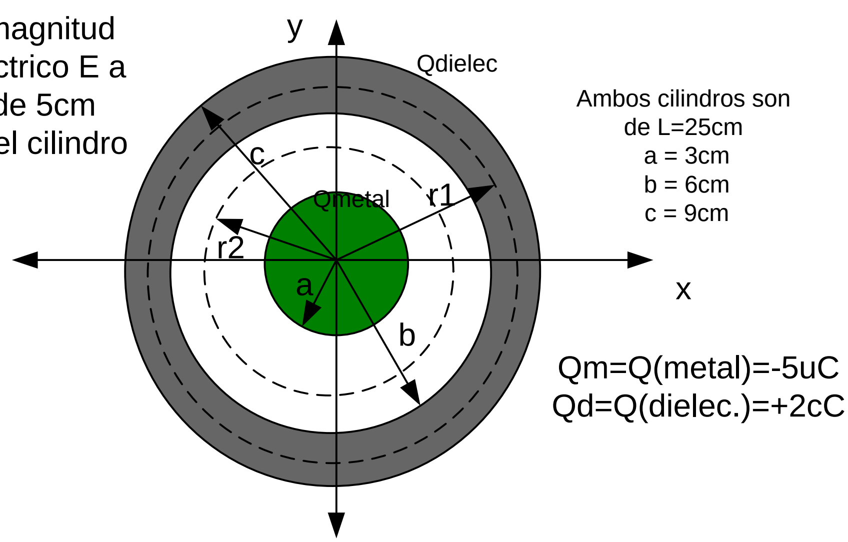
$$\frac{V}{R} = I \Rightarrow J = \frac{V}{RA} = 83.2x10^6 \frac{A}{m^2}$$

$$\rho = \frac{RA}{e} = 0.12x10^{-6}\Omega.m$$

Tema 5 **(14 PUNTOS)**

Un cilindro largo metálico (perfectamente conductor) de radio a y longitud L es concéntrico con el eje z. Rodeándolo a este cilindro se coloca un cascaron cilindro concéntrico hecho del mismo material dieléctrico; de longitud L, con radio interior b y radio exterior c. (Los dos cilindros muy largos que se pueden considerar infinitos) Una carga negativa Q_{metal} es colocada sobre el cilindro metálico, mientras que una carga total positiva $Q_{dieléctrico}$ se distribuye uniformemente sobre el volumen del cascarón cilíndrico dieléctrico. Los valores de todos los parámetros se dan en la figura.

A) Calcule la magnitud del campo eléctrico E a una distancia de 5cm desde el eje del cilindro



$$Ley\_de\_Gauss$$
$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \left(\frac{Q}{Eo}\right)$$
$$a < r2 < b$$
$$E2\Pi rL = -\frac{Qmetal}{Eo}$$
$$E = \left(-\frac{Qmetal}{2\Pi rLEo}\right)\frac{1}{r} = -7.19x10^6\frac{N}{C}$$

B) Calcule la magnitud del campo eléctrico E a una distancia de 7cm desde el eje del cilindro.

b<r<c

$$Qd = \ell\left(\Pi.c^2 - \Pi.b^2\right)$$
$$\ell = \frac{Qd}{\left(\Pi.c^2 - \Pi.b^2\right)}$$
$$E2\Pi rL = \frac{-Qm + \ell\left(\Pi.r^2 - \Pi.b^2\right)}{Eo}$$
$$E2\Pi rL = \frac{-Qm + \ell\left(r^2 - b^2\right)}{Eo\left(c^2 - b^2\right)}$$
$$E = 4.55x10^6\frac{N}{C}$$

C)Cuál es la densidad de la carga superficial σmetal sobre la superficie del cilindro metálico de
radio a?

$$\sigma metal=-Q/A=-Q/(2\pi aL)=-1.06*10^{-4}\ C/m^2$$