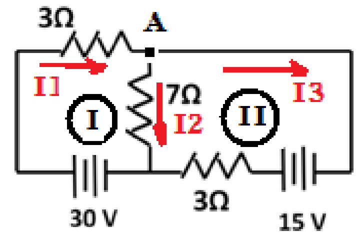
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL L ITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2011-2012
II EVALUACION DE FISICA C

Nombre: ***SOLUCION II EVALUACION DE FISICA C*** Paralelo: ___ 29/08/2011

Atención: ***Todos los temas deben presentar su respectiva justificación y/o desarrollo, caso contrario no tendrán validez.***

TEMA1 (8 pts.)

En el circuito indicado calcular la potencia disipada en la resistencia de 7Ω.



Malla I

$$30 - 3I_1 - 7I_2 = 0$$

Malla II

$$15 - 3I_3 + 7I_2 = 0$$

Nodo A

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Re*solviendo el sistema de ecuaciones se tiene* :

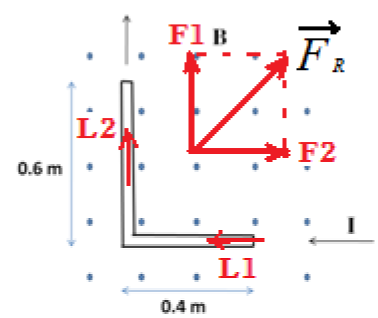
$$I_2 = 0.88A$$

Calculando la potencia en $R = 7\Omega$:

$$P_{R3} = I^2 R = (0.88A)^2 \times (7\Omega) = 5.45W$$

TEMA 2 (6 pts.)

Calcular la magnitud de la fuerza debido a la corriente de 0.50A que actúa sobre el conductor en "L", el mismo que se encuentra en un campo magnético de 0.70 T, como se muestra en la figura adjunta.



$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

$$F_R = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2)}$$

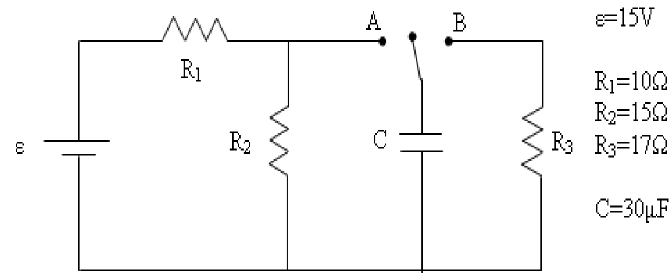
$$F_R = \sqrt{(IL_2B)^2 + (IL_1B)^2}$$

$$F_R = IB\sqrt{(L_1^2 + L_2^2)}$$

$$F_R = 0.50 \times 0.70\sqrt{(0.4^2 + 0.6^2)} = 0.25N$$

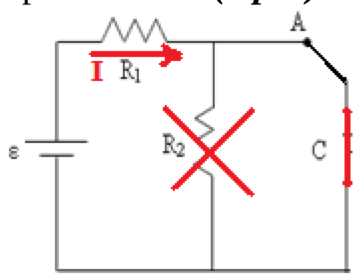
$$F_R = 0.25N$$

TEMA 3 (9 pts.)



Para la gráfica adjunta, el capacitor está inicialmente descargado y el interruptor se mueve a la posición A al instante t = 0.

a) Calcular el valor de la corriente I_1 través del resistor R_1 en el instante que el interruptor se mueve a la posición A. ***(3 pts.)***



A t=0, el capacitor se comporta como un corto, por tanto no pasa corriente por el resistor R₂.

$$I_{R1} = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{15V}{10\Omega} = 1.5A$$

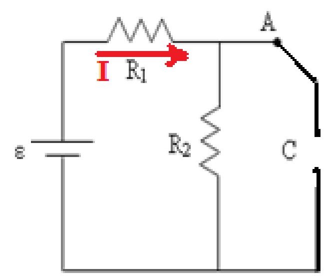
b) Determine la energía U almacenada en el capacitor después de que el interruptor ha estado en la posición A por un tiempo muy largo. ***(3 pts.)***

Calculando el potencial del capacitor :

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{15V}{25\Omega} = 0.6A$$

$$V_C = V_{R2} = 0.6A \times 15\Omega = 9V$$

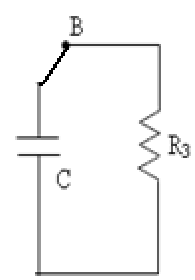
La diferencia de potencial en R₂ es igual a la diferencia de potencial en el capacitor.



Calculando energía almacenada :

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{(30\times10^{-6}F)\times(9V)^2}{2} = 1.2\times10^{-3}J$$

c) Finalmente el interruptor se mueve a la posición B. Después de que el interruptor se ha movido a la posición B, ¿cuánto tiempo le toma a la carga del capacitor reducirse a la mitad de su valor inicial? ***(3 pts.)***



Calculando τ :

$$\tau = RC = (17\Omega \times 30\times10^{-6}F) = 5.1\times10^{-4}s$$

Calculando tiempo :

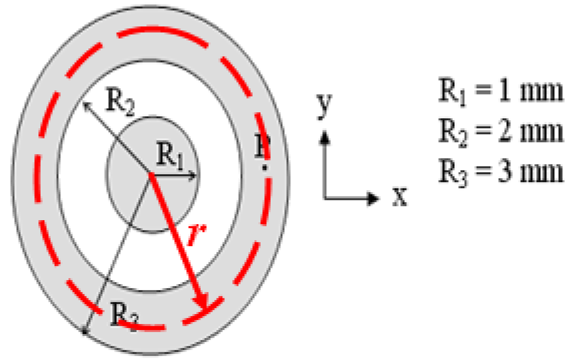
$$Q = Q_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{Q_{max}}{2} = Q_{max} e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln \tfrac{1}{2} = \ln e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln 2 = \frac{t}{\tau}$$

$$t = \tau \ln 2 = (5.1\times10^{-4}s)\times(\ln 2) = 3.5\times10^{-4}s$$

$$t = 3.5\times10^{-4}s$$

TEMA 4 (8 pts.)

Un cable coaxial infinitamente largo consiste de un cilindro conductor sólido de radio R_1 = 1 mm y un cilindro conductor hueco de radio interior R_2 = 2 mm y radio exterior R_3 = 3 mm. El cable coaxial está alineado con el eje z, y centrado en x = y = 0. El conductor interior transporta una corriente uniformemente distribuida I_1 = 2 A en la dirección +z (hacia afuera de la página) y el cascarón cilíndrico 1transporta una corriente uniformemente distribuida I_2 = 5 A en dirección -z (hacia el interior de la página).



Se encuentra que el campo magnético en el punto P es 0. ¿Cuál es la distancia al punto P medida desde el centro del cable?

$$\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I_{neta} \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I_{neta} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_{neta}}{2\pi r}$$

En este caso la corriente neta está conformada por 2 corrientes: La corriente I_1 que lleva el conductor sólido y una parte de la corriente I_2 que circula por el conductor hueco. Entonces, para aplicar la Ley de Ampere se debe primero calcular la corriente neta que atraviesa la trayectoria escogida.

Calculando la corriente neta :

$$J = \frac{I}{A} \Rightarrow \frac{I_2}{A_T} = \frac{I^*}{A^*} \Rightarrow \frac{I_2}{\pi\left(R_3^2 - R_2^2\right)} = \frac{I^*}{\pi\left(r^2 - R_2^2\right)} \Rightarrow I^* = \frac{\left(r^2 - R_2^2\right) I_2}{\left(R_3^2 - R_2^2\right)}$$

$$\text{Donde: } I_{neta} = I_1 - I^* \Rightarrow \text{Entonces: } I_{neta} = I_1 - \frac{\left(r^2 - R_2^2\right) I_2}{\left(R_3^2 - R_2^2\right)} = 2A - \frac{\left(r^2 - 0.002^2\right)\times 5A}{\left(0.003^2 - 0.002^2\right)}$$

$$I_{neta} = 6 - 1000000\, r^2$$

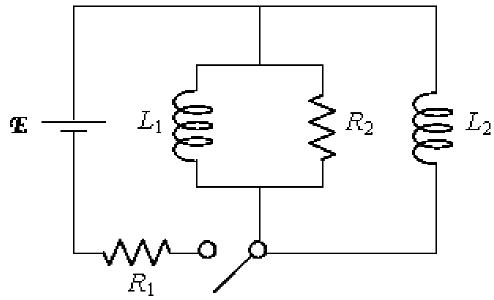
Entonces :

$$B = \frac{\mu_0 I_{neta}}{2\pi r} = \frac{\mu_0\left(6 - 1000000\, r^2\right)}{2\pi r} = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{6}{1000000} \Rightarrow r = 2.45\times 10^{-3}\, m$$

$$r = 2.45\times 10^{-3}\, m$$

TEMA 5 (6 pts.)

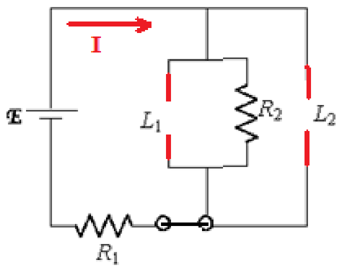
Una batería de voltaje constante es conectada a dos resistores (R_1 y R_2) y dos inductores idénticos de la manera como se indica en el gráfico adjunto. Inicialmente, no hay corrientes circulando en ninguna parte del circuito. Al instante t = 0, el interruptor del circuito se cierra.



$\mathcal{E} = 16$ V
$R_1 = 6\ \Omega$
$R_2 = 12\ \Omega$
$L_1 = L_2 = 16$ mH

a) Inmediatamente después de que el interruptor es cerrado, ¿cuál es el valor de la corriente I_{R1} a través del resistor R_1? ***(3 pts.)***

A t=0, los inductores se comportan como un circuito abierto.



$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{16V}{6\Omega + 12\Omega} = 0.89A$$

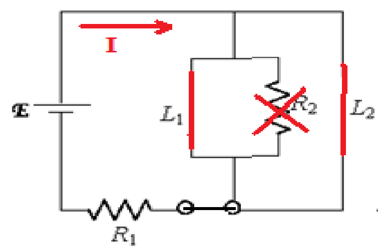
$$I = 0.89A$$

b) Después de que el interruptor ha permanecido cerrado por un tiempo muy largo, ¿cuál es el valor de la energía total almacenada en los dos inductores? ***(3 pts.)***

A tiempo infinito los inductores se comportan como un corto circuito.

Calculando la corriente que circula por la inductancia equivalente:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{16V}{6\Omega} = 2.7A$$



Calculando la inductancia equivalente:

$$L_{eq} = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} = \frac{\left(16\times10^{-3}H\right)^2}{32\times10^{-3}H} = 8\times10^{-3}H$$

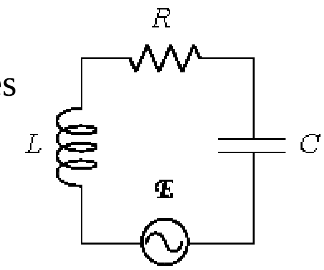
Calculando la energía total de los inductores:

$$U = \frac{\left(8\times10^{-3}H\right)\times\left(2.7A\right)^2}{2} = 29\times10^{-3}J$$

$$U = 29\times10^{-3}J$$

TEMA 6 (10 pts.)

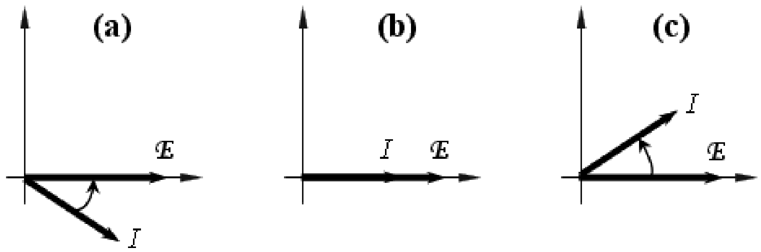
Para el gráfico adjunto, responder:



$R = 100\ \Omega$
$L = 25\ \text{mH}$
$C = 10\ \mu\text{F}$
$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$
$\mathcal{E}_0 = 10\ \text{V}$
$\omega/2\pi = 500\ \text{Hz}$

a) ¿Cuál de los siguientes gráficos de fasores representa mejor el circuito adjunto? (explique su respuesta)

(1 pts.)



$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 500 H_z \times 25\times10^{-3} H = 78.5\ \Omega$$

$$X_C = 1 \Big/ 2\pi f C = \frac{1}{2\pi \times 500 \times 10 \times 10^{-6}} = 31.8\ \Omega$$

Debido a que la reactancia inductiva es mayor que la reactancia capacitiva, el circuito es más inductivo que capacitivo, entonces el voltaje del circuito adelanta a la corriente.

Respuesta: Opción (a)

b) ¿Cuál es la diferencia de fase, φ, entre el voltaje de entrada E y la corriente I en el circuito? ***(3 pts.)***

$$\phi = arctg\left[\frac{X_L - X_L}{R}\right] = arctg\left[\frac{78.5 - 31.8}{100}\right] = 25^0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 25^0$$

c) La frecuencia del generador se cambia ahora a la frecuencia de resonancia del circuito (todos los demás parámetros dados permanecen iguales). ¿Cuál es el valor máximo del voltaje a través del inductor después de este cambio? ***(3 pts.)***

Calculando ω de resonancia :

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\left(25\times10^{-3} \times 10\times10^{-6}\right)}} = 2000\ rad/s$$

Calculando X_L :

$$X_L = \omega L = 2000 \times 25\times10^{-3} = 50\Omega$$

Calculando I_0 :

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{10V}{100\Omega} = 0.1A$$

Calculando V_{LO} :

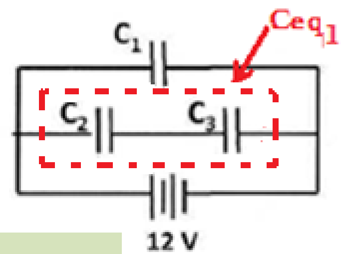
$$V_{LO} = I_0 X_L = 0.1A \times 50\Omega = 5V$$

d) Con el circuito en resonancia, ¿Cuál es la potencia promedio ($\bar{P}$) entregada al circuito por el generador? ***(3 pts.)***

$$\bar{P} = V_{RMS} I_{RMS} \cos\phi = \frac{V_0 I_0 \cos\phi}{2} = \frac{10V \times 0.1A \times \cos 0}{2} = 0.5W$$

TEMA 7 (7 pts.)

Se disponen de 3 capacitores de placas paralelas tal como se muestra en la gráfica adjunta. Las placas de C_1 tienen un área de $1000 cm^2$ y están separadas 10cm. C_2=20pF y C_3=5pF.



a) Calcular la capacitancia de C_1. ***(2 pts.)***

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{8.85\times 10^{-12} \times 0.1}{0.1} = 8.85pF \quad \Rightarrow \quad C_1 = 8.85pF$$

b) En C_3 se coloca un dieléctrico de K=3. Calcular la capacitancia equivalente C_{eq} ***después*** de introducir el dieléctrico. ***(2 pts.)***

$$C_{3f} = kC_{3i} \Rightarrow C_{3f} = 3\times 5pF = 15pF \quad \Rightarrow C_{3f} = 15pF$$

$$C_{Eq1} = \frac{C_2 \times C_{3f}}{C_2 + C_{3f}} = \frac{20pF \times 15pF}{20pF + 15pF_f} = 8.57pF$$

$$C_{EqTotal} = C_1 + C_{Eq1} = 8.85pF + 8.57pF = 9.5pF \quad \Rightarrow \quad C_{EqTotal} = 17.42pF$$

c) Calcular la C_{eq} ***antes*** de introducir el dieléctrico. ***(2 pts.)***

$$C_{Eq1} = \frac{C_2 \times C_3}{C_2 + C_3} = \frac{20pF \times 5pF}{20pF + 5pF_f} = 4pF$$

$$C_{EqTotal} = C_1 + C_{Eq1} = 8.85pF + 4pF = 4.9pF \quad \Rightarrow \quad C_{EqTotal} = 12.85pF$$

d) La energía del capacitor C_3 es: (1 ***pts.)***

I. Mayor que con el dieléctrico

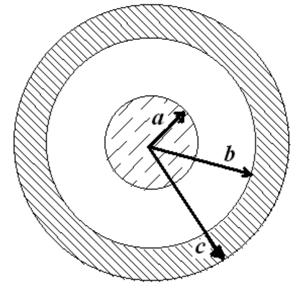
II. Menor que con el dieléctrico

III. Igual que con el dieléctrico

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

Al colocar el dieléctrico la capacitancia equivalente entre C_2 y C_3 aumenta, por tanto también aumenta la carga equivalente entre ellos (que es la misma para los dos capacitores en serie). Entonces debido a que la energía es directamente proporcional al cuadrado de la carga, la energía del capacitor con el dieléctrico es mayor que sin el dieléctrico.

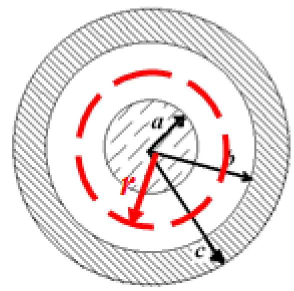
TEMA 8 (6 pts.)



Una esfera NO conductora de radio "a" está colocada en el centro de una esfera conductora hueca cuyo radio interno es "b" y cuyo radio externo es "c", tal como se muestra en la gráfica adjunta. En la esfera interna está distribuida uniformemente una carga +Q (con una densidad de carga "ρ" en C/m^3). La carga de la esfera externa es –Q. Calcular el campo eléctrico $E_{(r)}$:

a) Entre la esfera interna y la externa (a<r<b) ***(3 pts.)***

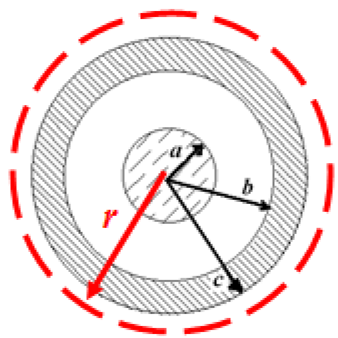
$$\oint \vec{E}\bullet d\vec{A} = \frac{Q_{neta}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Debido a que $\rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = \frac{4\pi a^3 \rho}{3}$.

$$\text{Entonces:}\quad E = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

b) Fuera de la esfera externa (r>c) ***(2 pts.)***



$$\oint \vec{E}\bullet d\vec{A} = \frac{Q_{neta}}{\varepsilon_0} \quad \text{pero} \quad Q_{neta} = 0$$

$$\text{Entonces:}\quad E = 0$$

c) ¿Cuáles son las cargas sobre las superficies interna y externa de la esfera hueca? ***(1 pts.)***

Debido a la carga +Q de la esfera NO conductora, se produce una redistribución de carga en el conductor hueco. De aquí que en la superficie interior de la esfera conductora se tiene una carga de –Q y en la superficie exterior del conductor hueco se tiene 0 coulomb. De esta forma la carga neta de la esfera conductora sigue siendo –Q.

$$Q_{r=b} = -Q \qquad\qquad Q_{r=c} = 0$$