ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
PRIMERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 12 de diciembre de 2008

Nombre:......ARCHIVO ICM..Paralelo............

1. **(10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.**
Justifique su respuesta.

Intersección entre 2 planos

a) Las rectas L_1: $\underbrace{2x+y=1;\ z+x=0}$ y L_2: $\begin{cases} x=t \\ y=2t-1; \ t\in\mathbb{R} \\ z=1-t \end{cases}$, se intersecan en un punto.

$* \ 2(t)+2t-1=1 \Rightarrow 4t=2 \rightarrow \boxed{t=1/2}$

$* \ 1-t+t=0 \rightarrow 1=0$ NO

$\therefore$ No se intersecan//

b) La traza de la superficie $x^2-y^2+z^2=4x+2y$ con el plano YZ es una parábola.

$x^2-4x-y^2-2y+z^2=0$

$(x^2-4x+4)-(y^2+2y+1)+z^2=4-1$

$(x-2)^2-(y+1)^2+z^2=3$

"YZ", $x=0$

$4-(y+1)^2+z^2=3$

$z^2-(y+1)^2=-1$

$(y+1)^2-z^2=1$

hipérbola//

c) $r=3sen(\theta)+3cos(\theta)$ representa un cilindro.

$r^2=3r\,sen\theta+3r\cos\theta$

$x^2+y^2=3y+3x$

$x^2-3x+y^2-3y=0$

$\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)+\left(y^2-3y+\frac{9}{4}\right)=\frac{9}{2}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$

Cilindro//

d) Si $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, es una función continua en $\mathbf{x}_0$, entonces es derivable en $\mathbf{x}_0$.

e) La superficie $xy^2+yz^2-x+z=1$ tiene planos tangentes paralelos al plano XZ.

2. (10 puntos) Determine de ser posible la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2+y^2+z^2+xyz=32$, si dicho plano es normal a la recta $L:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=3+2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$; y los puntos de tangencia pertenecen al plano XY.

3. (10 puntos) Sea $z=f(x,y)$ tal que $x^3+y^3+z^3+xy+yz+5=0$. Determine la derivada direccional de f en el punto (1, –2, 2) a lo largo de la dirección $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$.

4. (10 Puntos) Sea $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{(x-2)(y+1)}{\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}} & ;(x,y)\neq(2,-1)\\ 0 & ;(x,y)=(2,-1)\end{cases}$

Determine:

a) Si f es continua en $(2,-1)$.
b) Si f es derivable en $(2,-1)$.
c) Si f es diferenciable en $(2,-1)$.

5. (10 Puntos) Sean $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ y $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dos funciones tales que:

$$f(u,v,w) = \left(e^{u-w},\ \cos(v+u) + \operatorname{sen}(u+v+w)\right);$$

$u+v+w$

$$g(x,y) = \left(e^{x},\ \cos(y-x),\ e^{-y}\right).$$

Determine $\mathbf{D}(f \circ g)(0,0)$.

$$D(f\circ g)_{(0,0)} = \underset{2\times 3}{[Df]}_{g(0,0)} \underset{3\times 2}{[Dg]}_{(0,0)}$$

$$g(0,0) = \left(e^{0},\ \cos(0-0),\ e^{-0}\right) = (1,1,1)$$

$$\underset{2\times 3}{[Df]} = \begin{bmatrix} \left(e^{u-w}\cdot(-w)\right) & & -e^{u-w} \\ [-\operatorname{sen}(v+u)+\cos(u+v+w)] & [-\operatorname{sen}(v+u)+\cos(u+v+w)] & [\cos(u+v+w)] \end{bmatrix}_{(1,1,1)}$$

$$[Df] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ [-\operatorname{sen}(2)+\cos(3)] & [-\operatorname{sen}(2)+\cos(3)] & [\cos(3)] \end{bmatrix}$$

$$\underset{3\times 2}{[Dg]} = \begin{bmatrix} e^{x} & 0 \\ -\operatorname{sen}(y-x)(-1) & -\operatorname{sen}(y-x) \\ 0 & e^{-y}(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{x} & 0 \\ \operatorname{sen}(y-x) & -\operatorname{sen}(y-x) \\ 0 & -e^{-y} \end{bmatrix}_{(0,0)}$$

$$[Dg] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D(f\circ g)(0,0) = \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ [-\operatorname{sen}(2)+\cos(3)] & -\cos(3) \end{bmatrix}} \quad //$$

6. (10 puntos) Escriba la Fórmula de Taylor de segundo orden de la función $f(x,y)=e^{(x+1)^2}\tan(y)$, en el punto $\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$.

7. (10 puntos) Determine los puntos críticos de $f(x,y)=x^3+y^2-6xy+9x+5y+2$ y califíquelos como máximos relativos, mínimos relativos o puntos de silla.