ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
PRIMERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 10 de julio de 2009

Nombre: ARCHIVO ICM Paralelo............

1. (10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.
Justifique su respuesta.

a) La recta $L: \begin{cases} x = 2+4t \\ y = -6+t;\ t \in \mathbb{R} \\ z = 5-5t \end{cases}$, está contenida en el plano $\overbrace{x+y+z=0}^{\pi}$.

π

Si L estuviera contenida en π deberá satisfacer la ecuación:

$x+y+z=0$

$(2+4t)+(-6+t)+(5-5t)=0$

$7-6=0$

$1=0$ $\therefore$ falso $L \notin \pi$

b) La ecuación $r^2 \cos(2\theta) - z^2 + 1 = 0$ representa un hiperboloide de una hoja.

Identidad Ángulo doble
$\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$
$1 - 2\sin^2\theta$

$r^2(2\cos^2\theta - 1) - z^2 + 1 = 0$

$2r^2\cos^2\theta - r^2 - z^2 + 1 = 0$

$2(r\cos\theta)^2 - r^2 - z^2 + 1 = 0$

$2(x)^2 - (x^2+y^2) - z^2 + 1 = 0$

$2x^2 - x^2 - y^2 - z^2 + 1 = 0$

$x^2 - y^2 - z^2 + 1 = 0$

$1 = y^2 + z^2 - x^2$ hiperboloide 1 hoja (Verdadero)

c) Sean $x, y, z \in \mathbb{R}$ tales que $z = f(x,y)$. Si $x^3+3y^2+8xz^2-3z^3y=1$, entonces $\dfrac{\partial z}{\partial x} = -3$ en el punto (1, 0, 0).

$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 8z^2 \quad 3(1)^2 + 8(0)^2 = 3$

falso //

d) Si f: $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es un campo derivable en $\mathbf{x_0}$, entonces f es diferenciable en $\mathbf{x_0}$.

e) Si f: $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en (x_0, y_0), $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = -\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = -\dfrac{1}{4}$, entonces la máxima variación de f en (x_0, y_0) es $\sqrt{5}/4$ unidades.

d) Si f: $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es un campo derivable en $\mathbf{x_0}$, entonces f es diferenciable en $\mathbf{x_0}$.

e) Si f: $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en (x_0, y_0), $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = -\frac{1}{2}$; $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = -\frac{1}{4}$, entonces la máxima variación de f en (x_0, y_0) es $\sqrt{5}/4$ unidades.

2. (10 puntos) Considere la superficie representada por $z = 1-\left(x^2+y^2\right)^{3/2}$. Grafique:

a) Los conjuntos de nivel para $z=0$; $z=\frac{1}{2}$; $z=1$.

b) La región $R=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / 0\leq z\leq 1-\left(x^2+y^2\right)^{3/2}\right\}$.

3. (10 puntos) Determine de ser posible la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2+4y^2+z^2-2x+4y-2z-2=0$ que es normal a la recta $L:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=1 \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

4. (10 Puntos) Sea $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2 y}{\sqrt{x^4+3y^4}} & ;(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ;(x,y)=(0,0) \end{cases}$

Determine:

a) Si f es continua en (0, 0).
b) f_x y f_y en (0, 0).
c) Si f es diferenciable en (0, 0).

5. (10 puntos) Sea $f(x,y)=\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$. Determine de ser posible la dirección donde la variación de f es cero en el punto $(1,1)$.

6. (10 Puntos) Si f es una función diferenciable de una variable tal que $z = xy\,f\left(\dfrac{x+y}{xy}\right)$,

determine si z satisface la ecuación: $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x} - y^2\dfrac{\partial z}{\partial y} = z(x-y)$.

7. (10 puntos) Sea $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^3y-y^3x}{x^2+y^2} & ;(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ;(x,y)=(0,0) \end{cases}$, determine $\mathbf{H}f(0,0)$.