**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Instituto de Ciencias Matemáticas**

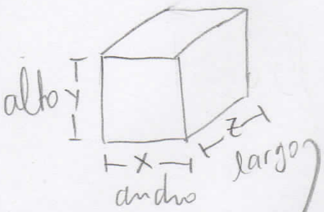
**SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**

Guayaquil, 31 de agosto de 2011

Nombre:……………………………………………………………………………Paralelo…………

1. (14 puntos) Una empresa dedicada al servicio de entrega de paquetes, requiere que las dimensiones de una caja rectangular sean tales que, la longitud más el doble de la altura más el doble de ancho sea 108 *cm*. Determine las dimensiones de la caja de mayor volumen que puede construirse con estas especificaciones.

**Justifique su respuesta.**




$F.O = V_{máx} = xyz \qquad F.R = z+2y+2x=108$

$L(x,y,z,\lambda) = xyz - \lambda(z+2y+2x-108)$

$$\begin{cases} L_x = yz - \lambda(2) = 0 \rightarrow \dfrac{yz}{2} = \lambda \quad (1) \\ L_y = xz - \lambda(2) = 0 \rightarrow \dfrac{xz}{2} = \lambda \quad (2) \\ L_z = xy - \lambda(1) = 0 \rightarrow xy = \lambda \quad (3) \end{cases}$$

$\boxed{1=2}$

$\dfrac{y\cancel{z}}{\cancel{2}} = \dfrac{x\cancel{z}}{\cancel{2}} \rightarrow y = x$

$\boxed{1=3}$

$\dfrac{\cancel{y}z}{2} = x\cancel{y} \rightarrow z = 2x$

De la f.R $z+2y+2x=108$

$2x+2x+2x=108$

$6x=108$

$\boxed{x=18} \rightarrow \boxed{y=18} \rightarrow z=2(18) \Rightarrow \boxed{z=36}$

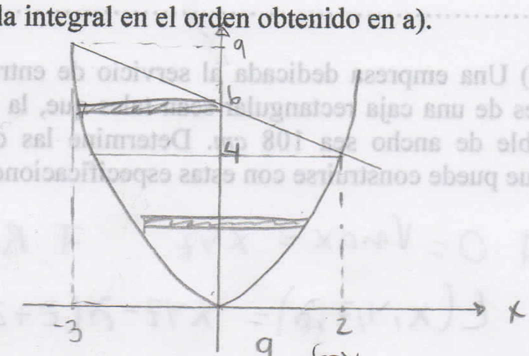
$\therefore$ Las dimensiones son 18, 18, 36 cm

2. (14 puntos) Considere la integral $\int_{-3}^{2}\int_{x^2}^{6-x} f(x,y)\,dy\,dx$ :

a) Cambie su orden de integración.

b) Si $f(x, y)=5x-2y$, evalúe la integral en el orden obtenido en a).

$$\int_{x=-3}^{x=2}\int_{y=x^2}^{y=6-x} f(x,y)\,dy\,dx$$




Pts intersección

$6-x=x^2$

$x^2+x-6=0$

$\begin{matrix} x & 3 \\ x & -2 \end{matrix} \quad \begin{cases} x=-3 \\ x=+2 \end{cases}$

a) $$\int_0^4\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx\,dy + \int_4^9\int_{-\sqrt{y}}^{6-y} f(x,y)\,dx\,dy$$

b) $$\int_0^4\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} (5x-2y)\,dx\,dy + \int_4^9\int_{-\sqrt{y}}^{6-y} (5x-2y)\,dx\,dy$$

$y=-\sqrt{y}$

$(-x)^2=(\sqrt{y})^2$

$x^2=y$

$$\int_0^4\left(\frac{5x^2}{2}-2yx\right)\Big|_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} dy + \int_4^9\left(\frac{5x^2}{2}-2yx\right)\Big|_{-\sqrt{y}}^{6-y} dy$$

$$\int_0^4\left(\frac{5}{2}y-2y\sqrt{y}\right)-\left(\frac{5}{2}y-2y(-\sqrt{y})\right)dy + \int_4^9\left(\frac{5}{2}(6-y)^2-2y(6-y)\right)-\left(\frac{5}{2}y-2y(-\sqrt{y})\right)dy$$

$$\int_0^4 -4y\sqrt{y}\,dy + \int_4^9\left(\frac{5}{2}(36-12y+y^2)-12y+2y^2\right)-\left(\frac{5}{2}y+2y\sqrt{y}\right)dy$$

$$-4\int_0^4 y^{3/2}\,dy + \int_4^9 \frac{5}{2}(36-12y+y^2)-12y+2y^2\,dy - \int_4^9 \frac{5}{2}y+2y^{3/2}\,dy$$

$$-4\left(\frac{2}{5}y^{5/2}\right)\Big|_0^4 + \frac{5}{2}\left(36y-\frac{12y^2}{2}+\frac{y^3}{3}\right)-\frac{12y^2}{2}+\frac{2y^3}{3}\Big|_4^9 - \left(\frac{5}{2}\frac{y^2}{2}+2\left(\frac{2}{5}\right)y^{5/2}\right)\Big|_4^9$$

$$-\frac{8}{5}(4)^{5/2} + \frac{5}{2}\left(36(9)-6(9)^2+\frac{(9)^3}{3}\right)-6(9)^2+\frac{2}{3}(9)^3-\left[\left(\frac{5}{2}\left(36(4)-6(4)^2+\frac{4^3}{3}\right)-6(4)^2+\frac{2}{3}(4)^3\right]\right.$$

$$-\left[\left(\frac{5}{2}\left(\frac{9^2}{2}\right)+\frac{4}{5}(9)^{5/2}\right)-\left(\frac{5}{4}\frac{(4)^2}{2}+\frac{4}{5}(4)^{5/2}\right)\right] = -\frac{256}{5}+\frac{405}{2}-\cancel{486}+\cancel{486}-($$

3. (14 Puntos) Sea $C$ el camino formado por la curva $x^2 + (y+1)^2 = 1$ ; desde $(1,-1)$ hasta $(0,0)$ y un segmento de recta; desde $(0,0)$ hasta $(0,-1)$. Calcular el trabajo realizado por el campo de fuerzas $\mathbf{F}(x,y) = 3xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$ al mover un objeto a lo largo de $C$.

4. (14 puntos) Evaluar $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr}$, si $\mathbf{F}(x, y, z) = (2z - e^x, x^3 + sen(y), y^2 - tan(z))$; $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y $C$: $\mathbf{r}(\mathrm{t}) = (cos(t), sen(t), 1)$; $0 \leq t \leq 2\pi$.

5. (14 puntos) Considere la superficie $S$: $z=5-x^2-y^2$ ubicada en el interior del ducto cilíndrico $x^2+y^2=4$. Calcular el flujo del campo vectorial $\mathbf{F}(x,y,z)=xy^2\,\mathbf{i}+x^2y\,\mathbf{j}+\frac{z^3}{3}\mathbf{k}$ a través de $S$, orientado hacia arriba.