



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

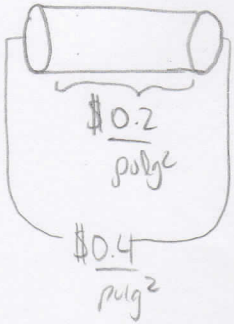
Instituto de Ciencias Matemáticas

SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES

Guayaquil, 01 de febrero de 2012

Nombre: Paralelo:

1. (10 puntos) Una lata cilíndrica de $4\pi \text{ in}^3$ de volumen, tiene un costo de fabricación de $\$0.2/\text{in}^2$ para la superficie lateral y el doble de este valor para la fabricación de las tapas. Empleando el método de Lagrange, determine las dimensiones de la lata cilíndrica que puede construirse a menor costo. Justifique su respuesta.



$$V = \pi r^2 h = 4\pi \rightarrow r^2 h = 4$$

$$C = 2\pi r h (0.2) + 2(\pi r^2)(0.4) = 0.4\pi r h + 0.8\pi r^2$$

$$\rightarrow \partial C / \partial r = \lambda \partial V / \partial r$$

$$0.4\pi h + 1.6\pi r = \lambda(2rh) \quad \boxed{\text{Ec\#1}}$$

$$\rightarrow \partial C / \partial h = \lambda \partial V / \partial h$$

$$\boxed{\text{Ec\#2}} \quad 0.4\pi r = \lambda(r^2) \rightarrow \boxed{\frac{0.4\pi}{r} = \lambda}$$

De la ec del V

$$r^2 h = 4 \rightarrow r^2(4r) = 4$$

$$r^3 = 1 \rightarrow \boxed{r=1}, \boxed{h=4}$$

De Ec\#1

$$0.4\pi h + 1.6\pi r = 0.4\pi(2rh)$$

$$0.4\pi h - 0.8\pi h = -1.6\pi r$$

$$\rightarrow 0.4\pi h = 1.6\pi r$$

$$\boxed{h=4r}$$

El cilindro de menor costo es de radio 1 y altura 4.



2. (10 puntos) Una lámina Ω se encuentra acotada por las curvas $xy=1$; $xy=5$; $x=1$; $x=5$.

Empleando un cambio de variable adecuado, determine la masa de Ω si la función de

densidad de masa está dada por $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2y^2}$.

Nombre: _____

1. (10 puntos) Una lata cilíndrica de 4π m³ de volumen, tiene un costo de fabricación de \$0.2/\pi para la superficie lateral y el doble de este valor para la fabricación de las tapas. Empleando el método de Lagrange, determine las dimensiones de la lata cilíndrica que puede construirse a menor costo. Justifique su respuesta.

(Handwritten student work for problem 1)

Diagram of a cylinder with radius r and height h .

$$V = \pi r^2 h = 4\pi \Rightarrow r^2 h = 4$$

$$C = 2\pi r h (0.2) + 2(\pi r^2)(0.4) = 0.4\pi r h + 0.8\pi r^2$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0.4\pi h + 1.6\pi r = 0 \Rightarrow 0.4h + 1.6r = 0 \Rightarrow h = -4r$$

$$\frac{\partial C}{\partial h} = 0.4\pi r = 0 \Rightarrow r = 0$$

(Note: The student's work contains several errors and is mostly illegible due to blurring and handwriting.)

El cambio de variable adecuado es el radio y la altura

3. (10 Puntos) Evaluar $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} \, ds$, siendo S la rampa espiral dada por:

$$r(u, v) = (u \cos(v), u \sin(v), \sqrt{5} v) ; 0 \leq v \leq 2\pi ; 0 \leq u \leq 2.$$

- a) Utilizando integrales de línea.
- b) Utilizando el Teorema de Stokes.

4. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - 3y)\mathbf{i} + (4x + z)\mathbf{j} + (z^2 - 1)\mathbf{k}$; $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
Calcular el trabajo realizado por \mathbf{F} al mover un objeto a lo largo de la curva C dada por:
 $x^2 + y^2 = 4$; $z = x^2 + y^2$.

- a) Utilizando integrales de línea.
- b) Utilizando el Teorema de Stokes.

5. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + (y + e^{xz^2})\mathbf{j} + \text{sen}(x^2 + y^2)\mathbf{k}$.

Determine el flujo de \mathbf{F} a través de la porción de la superficie $z^2 = x^2 + y^2$; $1 \leq z \leq 3$.