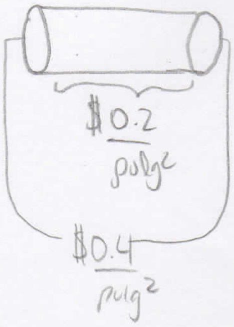
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 01 de febrero de 2012

Nombre:...Paralelo...........

1. (10 puntos) Una lata cilíndrica de $4\pi\ in^3$ de volumen, tiene un costo de fabricación de $\$0.2/in^2$ para la superficie lateral y el doble de este valor para la fabricación de las tapas. Empleando el método de Lagrange, determine las dimensiones de la lata cilíndrica que puede construirse a menor costo. Justifique su respuesta.



$V = \cancel{\pi} r^2 h = 4\cancel{\pi} \rightarrow r^2h = 4$

$C = 2\pi rh(0.2) + \overset{2\,tapas}{2}(\pi r^2)(0.4) = 0.4\pi rh + 0.8\pi r^2$

$\rightarrow \partial C_r = \lambda V_r$

$0.4\pi h + 1.6\pi r = \lambda(2rh)$ $\boxed{Ec\#1}$

$\rightarrow \partial C_h = \lambda V_h$

$\boxed{Ec\#2}$ $0.4\pi \cancel{r} = \lambda(r^{\cancel{2}}) \rightarrow \boxed{\dfrac{0.4\pi}{r} = \lambda}$

De $Ec\#1$

$0.4\pi h + 1.6\pi \cancel{r} = 0.\dfrac{4\pi}{\cancel{r}}(2\cancel{r}h)$

$0.4\pi h - 0.8\pi h = -1.6\pi r$

$\cancel{-}0.4\cancel{\pi}h = \cancel{-}1.6\cancel{\pi}r$

$\boxed{h = 4r}$

De la ec del V

$r^2h = 4 \rightarrow r^2(4r) = \cancel{4}$

$r^3 = 1 \rightarrow \boxed{r = 1}, \boxed{h = 4}$

El cilindro de menor costo es de radio 1 y altura 4.

2. (10 puntos) Una lámina Ω se encuentra acotada por las curvas $xy=1$; $xy=5$; $x=1$; $x=5$. Empleando un cambio de variable adecuado, determine la masa de Ω si la función de densidad de masa está dada por $f(x,y)=\dfrac{xy}{1+x^2y^2}$.

3. (10 Puntos) Evaluar $\iint_S \sqrt{x^2+y^2}\,ds$, siendo S la rampa espiral dada por:

$$r(u,v)=\left(u\cos(v),\, u\,sen(v),\, \sqrt{5}\,v\right)\ ;\ 0\le v\le 2\pi;\ 0\le u\le 2.$$

4. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z)=(2x-3y)\mathbf{i}+(4x+z)\mathbf{j}+(z^2-1)\mathbf{k}$; $(x, y, z)\in \mathbb{R}^3$. Calcular el trabajo realizado por $\mathbf{F}$ al mover un objeto a lo largo de la curva C dada por: $x^2+y^2=4$; $z= x^2+y^2$.

a) Utilizando integrales de línea.
b) Utilizando el Teorema de Stokes.

5. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x,y,z) = x\,\mathbf{i} + \left(y + e^{xz^2}\right)\mathbf{j} + sen\left(x^2 + y^2\right)\mathbf{k}$.

Determine el flujo de **F** a través de la porción de la superficie $z^2 = x^2 + y^2$; $1 \leq z \leq 3$.