



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

CURSO NIVEL CERO “B” INVIERNO 2010 PARA INGENIERÍAS

PRIMERA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS

GUAYAQUIL, 12 DE MARZO DE 2010

NOMBRE: _____ **PARALELO** _____

INSTRUCCIONES

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en esta hoja y en la de respuestas.
- Esta prueba consta de dos secciones: Sección I con 16 preguntas de opción múltiple, Sección II con 4 preguntas de desarrollo.
- Cada pregunta de opción múltiple tiene un valor de 3.375 puntos y cada pregunta de desarrollo tiene un valor de 4 puntos.
- Para desarrollar esta prueba tiene un tiempo de 2 horas.
- Puede escribir en cualquier parte del bloque de la prueba con esferográfica o lápiz, pero en la hoja de respuestas sólo debe marcar en la opción que usted considere correcta, utilizando el lápiz y la marca que se indican en la hoja de respuestas.
- En esta prueba no se permite el uso de calculadoras.
- La prueba es estrictamente personal.

VERSIÓN 1

SECCIÓN I: PREGUNTAS DE OPCIÓN MÚLTIPLE (3.375 puntos c/u)

1. El término central en el desarrollo de $\left(\sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{\sqrt[5]{y}}\right)^{12}$ es:

a) $-\frac{924x^4\sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^6}}$

b) $\frac{924x^4\sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^6}}$

c) $\frac{924x^6\sqrt[4]{x^3}}{y^5\sqrt[5]{y^4}}$

d) $-\frac{924x^6\sqrt[4]{x^3}}{y^5\sqrt[5]{y^4}}$

e) $\frac{x^4\sqrt{x}}{3\sqrt[5]{y^6}}$

2. La clave de la tarjeta para retiro de dinero en el cajero automático de un banco está constituida por cuatro dígitos, una persona ha olvidado su clave y lo único que recuerda es que los 3 últimos dígitos eran diferentes entre ellos, el primer dígito era un 5 y los dos últimos dígitos sumaban 8. Determine el número de claves diferentes que deberían ser verificadas hasta dar con la correcta:

a) 48

b) 54

c) 64

d) 72

e) 81

3. La lora se llevó 11 libros de matemáticas para leer en el Curso de Nivel Cero B. La lora lee $\frac{1}{4}$ de libro por noche de lunes a viernes. Los sábados y domingos tiene más tiempo y lee $\frac{3}{8}$ de libro cada día. La tercera semana la lora se enfermó (de lunes a domingo) y sólo pudo leer la mitad de lo acostumbrado. La cantidad de días que se demoró en leer todos los libros es:

a) 36

b) 40

c) 42

d) 48

e) 49



4. De los siguientes términos de una progresión aritmética: $\{7, 20, 33, \dots\}$, la cantidad de términos que están entre 200 y 500 es:

a) 22

b) 23

c) 24

d) 25

e) 26

VERSIÓN 1

5. Dada la proposición: “No estoy de acuerdo, ya que no apruebo el examen de ubicación”, identifique cuál de las siguientes proposiciones **NO** es equivalente.

- a) Si apruebo el examen de ubicación, estoy de acuerdo.
- b) Si no apruebo el examen de ubicación, no estoy de acuerdo.
- c) Si estoy de acuerdo, apruebo el examen de ubicación.
- d) Apruebo el examen de ubicación o no estoy de acuerdo.
- e) No apruebo el examen de ubicación sólo si no estoy de acuerdo.

6. Si se tienen las siguientes formas proposicionales:

$$\text{I: } [(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee p)] \rightarrow \neg q$$

$$\text{II: } [(q \wedge \neg p) \vee (q \rightarrow p)]$$

Entonces, es VERDAD que:

- a) La forma proposicional I es una tautología.
- b) La forma proposicional II no es una tautología.
- c) Las formas proposicionales I y II son tautológicas.
- d) Las formas proposicionales I y II no son tautológicas.
- e) La forma proposicional I no es una tautología y la II es una tautología.

7. Si se define el referencial $\text{Re} = [0, +\infty)$ y los predicados:

$$p(x): x^2 - 4x \leq 0$$

$$q(x): ||x - 2| - 1| - 1| = 0$$

Entonces el número de elementos de $A[p(x) \wedge q(x)]$ es:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

VERSIÓN 1

8. Considere las siguientes hipótesis de un razonamiento:

H₁: Si Carlos entiende lógica matemática, entonces disfruta de este tema de examen.

H₂: Carlos no entiende lógica matemática o no ha estudiado.

H₃: Sólo si Carlos ha estudiado, disfruta de este tema de examen.

Entonces una conclusión que hace VÁLIDO el razonamiento es:

- a) Carlos entiende lógica matemática.
- b) Carlos no disfruta de este tema de examen.
- c) Carlos no ha estudiado.
- d) Carlos ha estudiado y entiende lógica matemática.
- e) Carlos no disfruta de este tema de examen o ha estudiado.

9. Identifique cuál de las siguientes proposiciones es VERDADERA.

a) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \arctan(x + y) = \arctan(x) + \arctan(y)$

b) $\forall x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \arcsen(2x) = 2 \arcsen(x)$

c) $\forall x \in [-1, 1], \arccos(x) = 1 - \arcsen(x)$

d) $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan(x) = \operatorname{arccot}(1 - x)$

e) $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan(x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arccot}(x)$

10. La expresión trigonométrica: $\frac{\cos(\theta)\cos(2\theta)}{\cos(\theta) - \sin(\theta)} + \frac{1}{2}\sin(2\theta) + \sin^2(\theta)$, es idéntica a:

- a) $1 + \tan(2\theta)$
- b) $1 + \cos(2\theta)$
- c) $1 + \sin(2\theta)$
- d) $1 + \cot(2\theta)$
- e) $1 + \sec(2\theta)$

11. Sea $\operatorname{Re} = [0, \pi]$ y $p(x): \tan(2x) - 2\sin(x) = 0$. La suma de los elementos de $Ap(x)$ es:

- a) 0
- b) $\frac{\pi}{3}$
- c) π
- d) $\frac{5\pi}{3}$
- e) $\frac{7\pi}{3}$

VERSIÓN 1

12. Si f es una función de variable real dada por $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 + 1 & ; x < -1 \\ -x^3 & ; -1 \leq x \leq 1, \\ -(x-1)^2 - 1 & ; x > 1 \end{cases}$

$\text{sgn}(f(x))$ es:

a) $\begin{cases} 2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -2 & ; x > 0 \end{cases}$

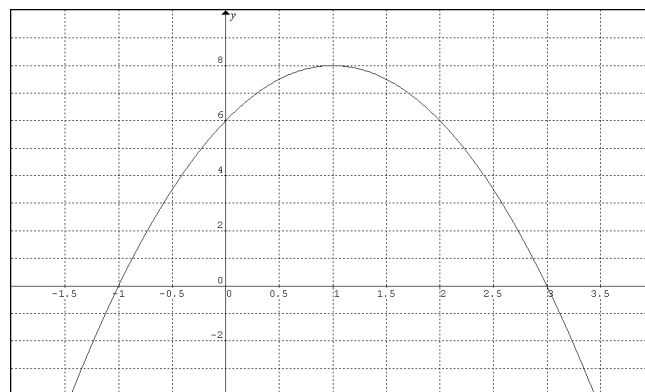
b) $\begin{cases} -2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 2 & ; x > 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x > 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$

13. La figura adjunta muestra parte de la gráfica de la función polinomial $f(x) = ax^2 + 4x + c$. Identifique cuál de las siguientes opciones es **VERDADERA**.



- a) $a = 2$.
- b) El discriminante de f es menor que cero.
- c) $f(x) = 2(3 - x)(x + 1)$
- d) La suma de los ceros de f es -2 .
- e) El producto de los ceros de f es 3 .

14. La suma $a + b$ para que el polinomio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 30$ sea divisible por $x^2 + x - 6$ es:

- a) 7
- b) -7
- c) 5
- d) -5
- e) -6

VERSIÓN 1

15. Sean f y g dos funciones de variable real tales que:

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{2-x} & ; x \leq 2 \\ e^{x-2} - 1 & ; x > 2 \end{cases} ; \quad g(x) = \begin{cases} 2^x & ; x < 2 \\ \sqrt{x+2} & ; x \geq 2 \end{cases}.$$

Identifique cuál de las siguientes reglas de correspondencia representa a (fg) .

$$\text{a) } \begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; |x| < 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; |x| \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -\sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 0 & ; x = 2 \\ 2^x (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 2 & ; x = 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 0 & ; x = 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$$

16. Dada la función de variable real $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x < -1 \\ x^3 & ; |x| \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 1 & ; x > 1 \end{cases}$, entonces la inversa de f está

dada por:

$$\text{a) } f^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x < -1 \\ -\sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ (x+1)^2 - 1 & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq \frac{1}{2} \\ (x-1)^2 + 1 & ; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } f^{-1}(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 1 & ; x < -1 \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x-1) & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{d) } f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; x < -1 \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } f^{-1}(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 1 & ; x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}(x-1) & ; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

VERSIÓN 1

SECCIÓN II: PREGUNTAS DE DESAROLLO (4 puntos c/u)

NOMBRE: _____ **PARALELO** _____

17. Empleando álgebra proposicional demuestre que si A, B, C son conjuntos de un referencial,
 $A \subseteq (B \cap C) \equiv (B^c \cup C^c) \subseteq A^c$.

VERSIÓN 1

18. Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$, se cumple la siguiente propiedad:

$$p(n): 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{(2n-1)(2n)(2n+1)}{6}$$

VERSIÓN 1

19. Sean f y g dos funciones de variable real tales que:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases} \quad ; \quad g(x) = \begin{cases} 3^x, & x > 0 \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$$

Determine la regla de correspondencia de $f \circ g$.

VERSIÓN 1

20. Sea f una función de variable real tal que $f(x) = 3\operatorname{sen}\left|2x - \frac{\pi}{4}\right| + 1$; $x \in [-\pi, \pi]$.

- a) Construya la gráfica de f .
- b) Determine $\operatorname{rg} f$.

