



TRABAJO AUTÓNOMO 3

TÉRMINO II 2019 – 2020

ESTUDIANTE:

PARALELO:

FECHA:



0.- Las edades de Mylene, Grace Kelly y Génesis suman 53. Si Grace Kelly hubiera nacido un año antes, su edad sería el promedio de las edades de Mylene y Génesis. Pero si todas tres hubieran nacido 5 años después, sus edades sumarían el doble de la edad que tendría Mylene si ella hubiera nacido un año antes. ¿Cuál es la edad de cada una de ellas?

SUBESPACIOS

OBJETIVOS: SE ESPERA QUE EL ESTUDIANTE APRENDA A:

- Determinar si un subconjunto de un espacio vectorial V , es un subespacio de V .
- Encontrar contraejemplos que muestren que algún subconjunto de un espacio vectorial V no es un subespacio de V .

1.- A continuación se proveen de 7 espacios vectoriales V y, para cada uno de ellos, un subconjunto respectivo. Determine si el subconjunto, con las mismas operaciones definidas en el espacio que lo contiene, es un subespacio vectorial del V correspondiente.

$$a) \quad V = M_{2 \times 3} \quad T = \{A \in M_{2 \times 3} / \operatorname{tr}(A^T A) = 1\} \text{ (traza de } A^T A \text{ es 1)}$$

$$b) \quad V = \mathbb{R}^4 \quad H = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \leq 0\}$$

$$c) \quad V = \mathbb{C} \text{ (números complejos)} \quad W = \{z \in \mathbb{C} / \|z\| = 1\} \text{ (números complejos cuyo módulo es uno)}$$

$$d) \quad V = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\} \text{ (funciones de variable real)} \quad T = \{f(x) \in F_{\mathbb{R}} / f(x + 2\pi) = f(x)\} \text{ (funciones periódicas con período } 2\pi)$$

$$e) \quad V = P_5 \quad W = \{p(x) \in P_5 / \lim_{x \rightarrow 2} p(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3p(x)\}$$

$$f) \quad V = \mathbb{B}^2 \text{ (vectores: pares de números binarios)} \quad S = \{(0, 0), (1, 0)\} \text{ (solo hay dos elementos)}$$

$$g) \quad V = \mathbb{R}^{2^*} \text{ (ver Nota al final)} \quad H = \{(a, b) \in \mathbb{R}^{2^*} / a = 2 \log(b) - 1\}$$



TRABAJO AUTÓNOMO 3

TÉRMINO II 2019 – 2020

* **NOTA:** La definición de \mathbb{R}^{2*} a utilizar es:

$$\mathbb{R}^{2*} = \{(x, y) / x \in \mathbb{R} \wedge y > 0\}$$

$$(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1 + x_2 + 1, y_1 y_2)$$

$$\alpha \odot (x, y) = (\alpha x + \alpha - 1, y^\alpha)$$

Y este conjunto sí es un espacio vectorial.

TEMAS CONCEPTUALES

2.- Califique como Verdadero o Falso los siguientes enunciados. En caso de ser verdadero, demuéstrelo; caso contrario, encuentre un contraejemplo:

- Sea $\langle V, \oplus, \odot \rangle$ un espacio vectorial sobre el campo de los números reales, y $H = \{v, n\} \subset V$, donde $v \neq n$, y n es el neutro de V ; entonces H es un subespacio de V .
- Sea V un espacio vectorial, y H un subconjunto no vacío de V . Si H es un subespacio de V , entonces H^c también es un subespacio de V .
- Sea $C_{(a,b)}^K$ el espacio vectorial de las funciones continuas en el intervalo (a,b) y k -veces derivables. Si $k=3$, entonces $C_{(a,b)}^{k-1}$ es un subespacio de $C_{(a,b)}^K$.
- Sea $C_{(a,b)}^K$ el espacio vectorial de las funciones continuas en el intervalo (a,b) y k -veces derivables. Si $k=3$, entonces $C_{(a,b)}^{k+1}$ es un subespacio de $C_{(a,b)}^K$.

