



TRABAJO AUTÓNOMO 5

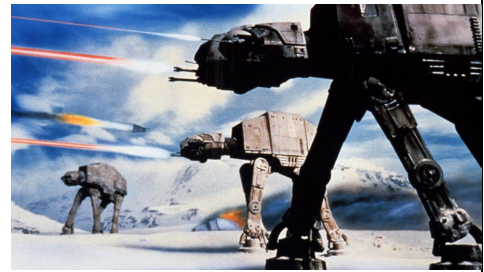
TÉRMINO II 2019 – 2020

ESTUDIANTE:

PARALELO:

FECHA:

0.- Cuando Dámaris pase Álgebra Lineal, se unirá a las fuerzas de la Alianza Rebelde que combate contra el Imperio. Conoce que en una cierta base secreta hay tres tipos de naves: el Ton-Falk, el TIE y el ISS-Enforcer. En total hay 70 naves. Hay un misil inteligente que puede ser transportado por todos ellos. Un Ton-Falk puede llevar 10 de estos misiles, pero el TIE y el ISS-Enforcer solo 4 cada uno. Se sabe que con 370 misiles se puede pertrechar por completo a todas las naves; además el número de TIE es el doble del número de Ton-Falk. Ayude a Dámaris a determinar el número de cada tipo de nave en la base.



BASES Y DIMENSIÓN

OBJETIVOS.- Se espera que el estudiante aprenda a:

- Hallar la base y determinar la dimensión de un espacio vectorial.
- Extraer una base a partir de un conjunto generador de un espacio vectorial.
- Completar una base a partir de un conjunto L.I. de un espacio vectorial.
- Utilizar bien los términos *base* y *dimensión* de acuerdo a su significado.

Si alguno de estos ejercicios se le dificulta, por favor recurra al profesor, técnico o ayudante más cercano.

1.- Sea $V = \mathbb{R}^4$ y sea el subconjunto H tal que:

$$H = \text{gen}\{(3, -2, 1, 4), (4, -1, 1, 6), (-1, -1, 0, -2), (5, 0, 1, 8)\}$$

Encuentre una base para H, y determine su dimensión.

$$2.- \text{Sea } W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} / \begin{matrix} a - 2b + c + d = 0 \\ -a + b - c + d = 0 \\ 3a - 5b + 3c + d = 0 \\ 2a - 3b + 2c = 0 \end{matrix} \right\},$$

hallar una base β de W, y determine su dimensión.

3.- Sea el siguiente conjunto $H = \{1, \text{Sen}^2(x), \text{Cos}^2(x), \text{Sen}(2x), \text{Cos}(2x)\}$.

Determine al menos dos bases para $\text{gen}(H)$

4.- Sea $H = \left\{ p(x) \in P_3 / \int_0^1 12p(x)dx = 0 \right\}$ un subespacio de P_3 .

a) Encuentre una base B_1 para H

b) Halle una base B_2 de todo P_3 tal contenga a la base B_1 hallada en el literal anterior.

Nota: Si no sabe integrar, use este conjunto: $H = \{ax^3 + bx^2 + cx + d \in P_3 / 3a + 4b + 6c + 12d = 0\}$

5.- Sea $H = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right\}$ un subconjunto de $M_{2 \times 2}$.

- Determine una base para $\text{gen}(H)$
- Halle una base de todo $M_{2 \times 2}$ tal que contenga una base de $\text{gen}(H)$

6.- Sea $V = P_4$ y sea el subconjunto H tal que:

$$H = \text{gen}\{3 - 2x + x^2 + 4x^3 + x^4, 4 - x + x^2 + 6x^3 - 2x^4, 7 - 8x + 3x^2 + ax^3 + bx^4\}$$

Encuentre los valores de a y b para que H tenga dimensión 2.

PREGUNTAS CONCEPTUALES

7.- Sea el conjunto de colores $H = \{\text{amarillo, azul, rojo}\}$. Si se considera su mezcla como una combinación lineal de los mismos, califique como Verdadero o Falso las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta:

- H es una base de $\text{gen}(H)$
- El conjunto $\{\text{amarillo, azul, verde, rojo}\}$ es también una base de $\text{gen}(H)$
- El espacio $\text{gen}\{\text{amarillo, azul, naranja, verde}\}$ tiene dimensión 3
- El espacio $\text{gen}\{\text{verde, azul}\}$ tiene dimensión 2

8.- Califique como Verdadero o Falso (Justifique su respuesta).

- El espacio vectorial trivial (que contiene solo el vector neutro) no tiene base
- La base de un espacio vectorial trivial es el vector neutro
- Si H es un subespacio propio de V , entonces $\dim(H) < \dim(V)$
- La dimensión de un espacio vectorial nunca puede ser cero
- Si $V = \{\mathbf{0}_V\}$, entonces su base $B = \emptyset$ y $\dim(V) = 0$

9.- Califique como Verdadero o Falso (Justifique su respuesta).

- Sea V es un espacio vectorial, si $\{v_1, v_2\}$ es L.I. y v_3 no está en $\text{gen}\{v_1, v_2\}$, entonces $\{v_1, v_2, v_3\}$ es L.I.
- Sea V es un espacio vectorial; si $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es una base de V , y $c \neq 0$ entonces $\{c.v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es una base de V .
- Sea $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ un conjunto L.I., en un espacio V con $\dim(V) = 5$, entonces el espacio $\text{gen}\{v_1 + v_2 + v_3, v_1 - v_2 - v_3, v_1 + 3v_2 + 3v_3, v_4, v_3 + v_4, v_3 - v_4\}$ tiene dimensión 2.

