



TRABAJO AUTÓNOMO 6

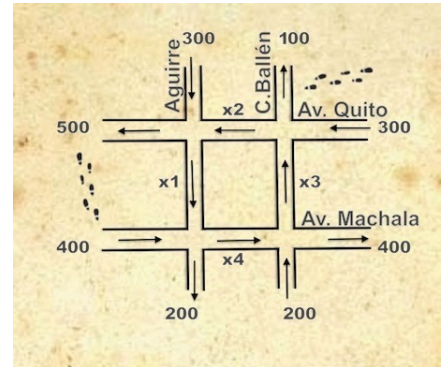
TÉRMINO II 2019 – 2020

ESTUDIANTE:

PARALELO:

FECHA:

0.- Carolina estudia el tráfico de vehículos en una zona central de Guayaquil. Los números del mapa indican la cantidad de autos por hora que entran o salen en el área mostrada, según las direcciones indicadas por las flechas. Suponiendo que no es posible parquear en la zona (es decir, todos los autos que entran tienen que salir):



- Encuentre expresiones para el tráfico por hora en los tramos indicados por x_1, x_2, x_3, x_4 . ¿Cuántas soluciones hay?
- ¿Cuál el mínimo tráfico que puede soportar cada tramo x_i , bajo la premisa que las calles no pueden invertir el sentido?
- Hay que hacer reparaciones en la calle Clemente Ballén, en el tramo entre Av. Quito y Av. Machala, y se tiene que interrumpir el tráfico. Ayude a Carolina a determinar cómo cambian los resultados.

OPERACIONES ENTRE SUBESPACIOS

Las operaciones entre subespacios como conjuntos son la **unión**, **intersección**. Pero hay otras operaciones definidas solo para subespacios, tales como la **suma** y la **suma directa**.

OBJETIVOS.- Se espera que un estudiante aprenda a:

- Describir el resultado de una operación entre subespacios (intersección, suma, etc.)
- Determinar si el resultado es un subespacio y, en tal caso, encontrar su base y su dimensión

Si alguna de estas tareas se le dificulta, por favor recurra al profesor, técnico o ayudante más cercano.

1.- Sea $V = M_{3 \times 2}$. Sea W_1 el conjunto de las matrices que tienen la primera y la última fila iguales; sea W_2 el conjunto de las matrices que tienen la primera columna igual a la segunda columna; y sea W_3 el conjunto de matrices $A_{3 \times 2}$ tales que $a_{i2} = i - 1, i = 1, 2, 3$. Determine:

- Los conjuntos que son subespacios propios de V
- La intersección entre los subespacios encontrados en el literal anterior
- La suma entre los subespacios del primer literal
- Bases para el espacio intersección y para el espacio suma, obtenidos en los literales b) y c).

2.- Sea el espacio vectorial real $V = P_3$. Sean los subespacios de V :

$$H = \{a + bx + cx^2 + dx^3 \in P_3 / a - b + c = 0 \wedge a + 2b - d = 0\} \quad \text{y} \quad W = \text{gen}\{4 + x + x^2 + 3x^3, -1 - x^2 + 2x^3\}$$

- Proporcione un ejemplo que muestre que $H \cup W$ no es un subespacio de V .
- ¿Es el polinomio $p(x) = 3 + x - 2x^2 + 5x^3$ un elemento de $H \cap W$? Justifique su respuesta.
- Halle la dimensión de $H + W$.
- ¿Es $H + W$ una suma directa? Justifique su respuesta.

3.- Sea $V = M_{2 \times 2}$. Dados los subconjuntos:

$$H_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} / 2a+1=3+b+d-2 \right\} \quad H_2 = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$H_3 = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & a+c \\ a+d & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} / a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\} \quad H_4 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} / \det(A) \neq 0 \right\}$$

- ¿Cuáles son subespacios de V ? (Justifique su respuesta)
- Halle una base y la dimensión de dos de los subespacios obtenidos en a), así como su intersección.
- Sean $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Determine si $A+B$ pertenece a la unión de los subespacios hallados en a)

TEMAS SUMATIVOS

4.- Sea $V = M_{n \times n}$, sea H el subconjunto de matrices simétricas $n \times n$, y W el subconjunto de matrices antisimétricas $n \times n$.

- Muestre que cualquier matriz $n \times n$ puede escribirse como la suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica.
- Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, hallar una matriz simétrica y una antisimétrica que sumadas sean igual a A .

5.- Sean $W_1 = \{f \in C_{\mathbb{R}}^k / f \text{ es par}\}$ y $W_2 = \{f \in C_{\mathbb{R}}^k / f(x) + f(-x) = 0\}$ dos subespacios de $C_{\mathbb{R}}^k$.

- Muestre que $C_{\mathbb{R}}^k = W_1 \oplus W_2$ (o, toda función $f \in C_{\mathbb{R}}^k$ puede escribirse como la suma de una función par y una impar)
- Sea $f(x) = e^x$, halle una función par y una impar que sumadas sean igual a $f(x)$

6.- Califique como Verdadero o Falso las siguientes afirmaciones. En caso de ser verdadera, demuéstrela; caso contrario, dé un contraejemplo:

- Si H es un subespacio de V , entonces H^c también es un subespacio de V .
- Si $V = H+W$, entonces $\dim(V) = \dim(H) + \dim(W)$
- Si H y W son dos subespacios distintos de V , entonces $H \cap W = \emptyset$
- Si $H \cap W = \{\mathbf{n}\}$ entonces $V = H \oplus W$

7.- Sea $V = \mathbb{R}^4$. Sea $H = \{(x,y,z,w) / x-2y-3z+w=0\}$ y $W = \text{gen}\{(-3,0,1,0), (0,1,1,1)\}$:

- Si $\mathbf{v} = (0,-1,-1,1)$, hallar, de ser posible, un vector \mathbf{v}_1 en H , y un vector \mathbf{v}_2 en W , tal que $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$
- Determine si $V = H+W$
- Determine $\dim(H)$, $\dim(W)$, $\dim(H+W)$ y $\dim(H \cap W)$

