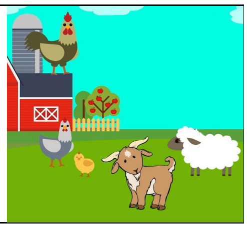
TRABAJO AUTÓNOMO 7

TÉRMINO II 2019 – 2020

ESTUDIANTE: PARALELO:
FECHA:

0.- Angie tiene una granja que cuida cuando no está estudiando Álgebra lineal. Tiene una cierta cantidad de patos, ovejas y cabras. Hay en total 108 patas y 30 colas en la granja. Si hay el doble de ovejas que de cabras, ¿cuántos ejemplares de cada animal tiene Angie en la granja?
NOTA: los patos también tienen cola.



COORDENADAS Y CAMBIO DE BASE

OBJETIVOS: Se espera que un alumno aprenda a:

- Diferenciar entre un vector y su respectivo vector coordenadas
- Dado un vector, y un conjunto base, hallar las respectivas coordenadas del vector
- Dadas las coordenadas y el conjunto base, hallar el correspondiente vector.
- Dadas dos bases, encontrar una matriz de transición entre ellas
- Dada una base y una matriz de transición, hallar la otra base

Si alguna de estas tareas se le dificulta, por favor recurra al profesor, técnico o ayudante más cercano.

1.- Sea V un espacio vectorial de dimensión 4. Considere las dos bases dadas por $\beta_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ y $\beta_2 = \{v_1 + v_2, v_4, v_2 - v_3, v_3 + 2v_4\}$.

i) Hallar la matriz de cambio de base de B1 a B2.

ii) Si $[x]_{B1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $[y]_{B2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, encontrar $[2x - 3y]_{\beta_1}$.

2.- Sea V un espacio vectorial y $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de V. Se define el conjunto:

$$W = gen\{v_1 + 2v_2,\ -v_1 + 3v_2 - v_3,\ v_1 + 3v_3\}$$

a) Determine una base para W, denotada como B_W.

b) Si es factible, halle una matriz de cambio de base de B a B_W.

3.- Sea el espacio vectorial P_2. Considere su base $\beta_1 = \{1 - x^2, 1 + x^2, 1 + x\}$ y el conjunto $H = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2, 1 - x - x^2\}$.

i) Hallar la matriz de cambio de base de β_1 a la base canónica.

ii) Construya una segunda base de P_2, β_2, con los vectores del conjunto H.

iii) Si $[p(x)]_{B1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $[q(x)]_{B2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, encontrar $[5p(x) + 7q(x)]_{\beta 1}$.

4.- Sea el siguiente conjunto $H = \{1, Cos(x), Sen(x), Cos^2(x), Cos(2x)\}$,

a) Encuentre una base β_1 y la dimensión de gen(H).

b) Encuentre una segunda base β_2 de gen(H) y halle la matriz de transición $M_{\beta 1 \to \beta 2}$

c) Si $f(x) = 3 - Cos(2x)$ y $g(x) = 1 + Sen^2(x)$, encuentre las coordenadas $[2f - 3g]_{\beta 1}$ y $[3g - 2f]_{\beta 2}$.

5.- Sean $B_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B_2 = \{u_1, u_2, u_3\}$ dos bases del espacio vectorial P_2. Suponga que se cumple que:

$$[x^2 - x]_{B1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [x+1]_{B1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [2x^2+1]_{B1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$[u_1 + u_2]_{B1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad [u_2 + u_3]_{B1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [u_3]_{B1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre ambas bases

b) Construya la matriz de cambio de base de B_1 a B_2.

PREGUNTAS CONCEPTUALES:

6.- Califique como Verdadero o Falso (Justifique su respuesta).

a) Sea V un espacio vectorial, y sea B={v_1, v_2, ... v_n} una base de V; y sea **w** un vector de V, entonces el vector coordenadas de **w** con respecto a la base B, $[\mathbf{w}]_B$, es **único**. (NOTA: teorema de **unicidad**)

b) Sea V un espacio vectorial, y B_1, B_2 y B_3 tres bases de V. Si M es la matriz de cambio de base de B_1 a B_2, y Q es la matriz de cambio de base de B_2 a B_3; entonces $P = M^{-1}Q^{-1}$ es la matriz de cambio de base de B_3 a B_1.

7.- Sea la matriz A, dada a continuación, una matriz de cambio de base entre dos bases desconocidas de P_9. Se afirma que el determinante de A es cero y su nulidad también es cero. ¿Es esto correcto?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & -1 & \pi & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$