ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIA NATURALES Y MATEMÁTICAS
ÁLGEBRA LINEAL • MATG1003

METODOLOGÍA DE APRENDIZAJE ACTIVO

TRABAJO AUTÓNOMO 8

TÉRMINO II 2019 – 2020

ESTUDIANTE: PARALELO:

FECHA:

0.- Sebastián tiene una granja; cría tres razas de ovejas: Merino, Cheviot y Suffolk; que son alimentadas por tres tipos de alimento balanceado: Tipo I, Tipo II y Tipo III. El consumo semanal de alimento para un ejemplar de cada tipo de oveja se muestra en la siguiente tabla:

	Merino	*Cheviot*	*Suffolk*
Alimento :			
Tipo I	1	2	0
Tipo II	2	3	2
Tipo III	2	1	6

Cada semana se colocan 400 unidades de alimento Tipo I, 1000 unidades de alimento Tipo II y 1400 unidades de alimento Tipo III.

a) ¿Cuántos ejemplares de cada tipo de oveja pueden convivir en la granja de Sebastián si al final de la semana se consume todo el alimento colocado?

ESPACIOS ASOCIADOS A UNA MATRIZ

Hay 4 espacios asociados a una matriz mxn, los cuales tienen sus dimensiones relacionadas entre sí.

OBJETIVOS: Se espera que el estudiante aprenda a:

- Dada una matriz, describir sus espacios asociados
- Determinar las respectivas dimensiones mediante el uso de los teoremas correspondientes
- Utilizar los teoremas relacionados para resolver eficientemente un problema

Si alguna de estas tareas se le dificulta, por favor recurra al profesor, técnico o ayudante más cercano.

1.- Investigue y enuncie el Teorema de Resumen (libro de Grossman, final del capítulo 5); también conocido como Lista de Equivalencias No Singulares en el libro de Kolman. En ediciones antiguas se conoce también como Teorema Creciente.
Úselo en sus problemas. Por ejemplo: ¿Qué valores puede tomar la nulidad de una matriz no invertible?

2.- (PRÁCTICA DE HABILIDADES ELEMENTALES) En cada una de las siguientes matrices:

- $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \\ 3 & 3 & 3 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$ • $T=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ • $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ • $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) Encuentre una base del Núcleo y halle la nulidad
b) Halle el Núcleo de la matriz
c) Encuentre una base de la Imagen y halle el rango
d) Halle la Imagen de la matriz

3.- (ANÁLISIS) Sea la matriz

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Hallar los espacios: Im(A), Ker(A), EC_A y EL_A.

b) Hallar las respectivas bases y dimensiones de los espacios del literal a).

c) ¿Es el sistema $Ax=b$ es consistente cuando $b=\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?

d) ¿Pertenece el vector $x=\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$ al núcleo de A?

NOTA: Son muy importantes los teoremas que ayudan a relacionar las dimensiones de los espacios asociados a las matrices. Recuerde tenerlos presente, por ejemplo, el Teorema de la Dimensión, pero hay otros igualmente importantes.

PROBLEMAS CON MATRICES PARAMETRIZADAS

4.- Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & 7 \\ 3 & 3 & k^2+7 \\ 1 & -7 & 4 \end{pmatrix}$,

a) Halle, de ser posible, los valores de k para que $\nu(A)=0$

b) ¿Para qué valores de k se cumple que $\nu(A)\neq 0$?

c) Encuentre todos los espacios asociados a la matriz A, incluido el Núcleo (“kernel”), el Recorrido (“imagen”), el Espacio Fila, el Espacio Columna; así también encuentre las bases y dimensiones de cada uno de estos espacios en el caso que $\nu(A)=0$.

d) Repita el problema anterior para los valores de k que hacen que $\nu(A)\neq 0$.

5.- Sea $A_k=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & k & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & k \end{pmatrix}$,

a) Calcule el rango de A según varíe $k\in \mathrm{R}$.

b) Halle el núcleo de A_0 , una base y la dimensión del mismo.

6.- Sea la matriz $B_{3\times 5}$ tal que $b_{ij}=\begin{cases} i+j-1 & ,j=4 \\ i-j & i=j \\ i+j & \textit{en todos los demás casos} \end{cases}$,

a) Encuentre los espacios asociados a la matriz B, Núcleo, Recorrido, Espacio Línea y Espacio Columna; así también encuentre las bases y dimensiones de cada uno de estos espacios.

PREGUNTAS CONCEPTUALES

7.- Califique como Verdadero o Falso, justificando su respuesta:

a) Sea A una matriz nula 3x6; entonces $\rho(A)=0$ y $\upsilon(A)=3$.

b) Sea A una matriz 3x5. Si el rango $\rho\leq 2$, entonces la dim(EL_A) ≥ 1.

c) Sea A una matriz no nula de 4x7; entonces la dim(EL_A) puede ser igual a 7.

8.- Sea A una matriz de transición entre dos bases desconocidas B_1 y B_2 de P_5.

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & \pi & 2 \\ -1 & 1 & \sqrt{3} & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & e & 0 & 1 & 8 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Encuentre el Núcleo, Recorrido, Espacio Línea y Espacio Columna de A; así también encuentre sus respectivas bases y dimensiones.

9.- Con respecto al problema **0**, Sebastián decide vender su granja. Tiene 3 posibles clientes.

a) El cliente #1 afirma que quiere criar los mismos tipos de ovejas, pero que él tiene un proveedor que le puede ofrecer semanalmente 300 unidades de alimento Tipo I, 500 unidades de alimento Tipo II y 300 unidades de alimento Tipo III. Y quiere saber cuántas unidades de cada oveja puede criar bajo estas condiciones.

b) El cliente #2 comenta que él piensa criar ovejas pero que dispone, por semana, de 200 unidades de alimento Tipo I, 400 unidades de alimento Tipo II y 300 unidades de alimento Tipo III. De nuevo le pregunta a Sebastián cuántas ovejas de cada tipo podría criar de ese modo?

c) El tercer cliente hizo similares comentarios. Entonces, Sebastián decidió calcular la imagen de la matriz de coeficientes, para decirle a los posibles clientes las condiciones que debe cumplir un proveedor de alimentos para esta granja de ovejas. ¿Cómo ayuda la imagen de la matriz a responder a las dudas de los clientes? ¿Por qué la imagen proporciona la información necesaria?