CÁLCULO DIFERENCIAL

Paralelo 2

Deber Tutorial #1 – Derivación.

Isaac Mancero-Mosquera

Nome:____

1.- **Constantes.-** La derivada de una constante es cero: $si\ y = k \rightarrow y' = 0$. Por otra parte, la derivada de una constante multiplicando a una función es la constante por la derivada de la función: $si\ y = \mathrm{k} f(x) \rightarrow y' = k f'(x)$.

función	*incorrecto* **X**	*correcto* **OK**
$y = 8$	$y' = 1$	$y' = 0$
$y = \ln(5)$	$y' = \frac{1}{5}$	$y' = 0$
$y = \cos(\pi / 6)$	$y' = -sen(\pi / 6)$	$y' = 0$

Algunos intentan derivar las constantes, esto trae resultados a menudo incorrectos, una expresión del tipo $y = 3\pi^2 + \pi - 3$, es siempre una constante y su derivada no es $y' = 6\pi + 1$, sino cero $y' = 0$.

El segundo problema que he observado es para derivar el producto de una constante con una función. Por ejemplo, la función $y = 8\cos(x)$, muchos la interpretan como un producto y aplican la regla: $y` = (8)'\cos(x) + 8[\cos(x)]'$. Si se hace correctamente, esto proporciona el resultado correcto, pero toma mucho más tiempo de lo que debería:

$$y` = (8)'\cos(x) + 8[\cos(x)]' = 0Cos(x) - 8sen(x) = -8sen(x)$$

Si uno recordara la regla del "producto de una constante por una función", y no del "producto de dos funciones", el procedimiento sería más corto:

$$y` = 8[\cos(x)]' = -8sen(x)$$

Si las constantes no se están derivando, se las debe mantener, pero al derivarlas es útil recordar estas dos reglas para no complicarse más de lo debido.

Derive las siguientes funciones:

función	*derivada*:
$y = sen(x) + \pi^2$	
$y = e^{ax+b+c} + 5b$	
$y = (2\pi^2 - 3\pi)\cos(x)$	
$y = \ln(4)e^x$	
$y = 8\ln(2)e^x \ln(3)\cos(x)$	
$y = \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$	

2.- Complicándose la vida.- A consecuencia de lo anterior, las constantes producen más pérdida de tiempo si aparecen en divisiones. Por ejemplo, la derivada de $y=\frac{x^2+5}{3}$ es $y'=\frac{2x}{3}$, sin embargo muchos intentan aplicar la regla de la división, entre la función x^2+2 y la función constante 3. Bien aplicada, el resultado coincide, pero es más eficiente recordar que se trata de la constante $1/3$ multiplicando a una función: $y=\frac{1}{3}(x^2+5)$.

Así también, la derivada de una función recíproca puede ser resuelta sin necesidad de división, expresándola con exponente negativo. Por ejemplo, la derivada de $y=\frac{1}{\log(x)}$, se puede resolver primero expresando la función como: $y=[\log(x)]^{-1}$, y derivando con la regla de la potencia: $y=-1.[\log(x)]^{-2}\left(\frac{1}{x}\right)$ (se requiere también la regla de la cadena).

función	*derivada*:
$y=\frac{sen(4x)}{5}$	
$y=\frac{e^{kx}+2}{c+b}$	
$y=\frac{5}{sen(4x)}$	
$y=\frac{c+b}{e^{kx}+2}$	
$y=\frac{\ln(4)}{\ln(x)}$	
$y=\frac{3}{5x^3+1}$	

3.- Simplificando.- Encontrar la derivada de $y=x^4x^3$ es más fácil si uno decide simplificar la expresión a $y=x^7$, en lugar de usar la regla del producto de x^4 con x^3. Con esto en mente, resuelva las siguientes derivadas:

función	*derivada*:
$y=x^{2/3}x^{4/5}$	
$y=x^3\sqrt{x}$	
$y=x^2\sqrt{x^{6/7}}$	
$y=\frac{\sqrt[8]{x^3}}{x}$	
$y=\frac{x^3}{\sqrt[5]{x}}x$	

4.- Regla de la Cadena.- Se utiliza para derivar funciones compuestas (funciones que se evalúan en otras funciones), por ejemplo, la derivada de $y = Sen(x^4+5x+1)$. Sabemos que la derivada de $sen(x)$ es $\cos(x)$, pero en el ejemplo se tiene la función seno evaluada en el polinomio x^4+5x+1. La regla de la cadena dicta que se derive primero la función más externa, y luego se multiplica por la derivada de la función interna:

$$y = sen(\underbrace{x^4+5x+1})$$

$$y' = \overbrace{\cos(x^4+5x+1)}.(4x^3+5)$$

Esta regla se generaliza a la composición de muchas funciones, por ejemplo, al derivar:

$$y = sen(\ln(\tan(\underbrace{x^3+3x^2+2})))$$

se obtiene:

$$y' = \overbrace{\cos(\ln(\tan(x^3+3x^2+2)))}.\left(\frac{1}{\tan(x^3+3x^2+2)}\right).\sec^2(x^3+3x^2+2).(\overbrace{3x^2+6x})$$

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

función	*derivada* :
$y = sen^3(x^4+5x+1)$	
$y = \dfrac{sen^3(x^4+5x+1)+2}{5}$	
$y = \dfrac{1}{sen(x^4+5x+1)}$	
$y = \sec(\ln(\cos(e^{4x^7+x})))$	
$y = \dfrac{3\pi^2+\pi}{\sec(\ln(\cos(e^{4x^7+x})))}$	
$y = \tan^3(x) - 4\tan^2(x) + \tan(x) + 7$	
$y = 2\tan^5(x) + 6\tan^4(x) - \tan(x)$	
$y = \cos^4(x) + 2\cos^3(x) + \cos^3(x) + 8$	
$y = \cos^4(3x) + 2\cos^3(3x) + \cos^3(3x) + 8$	
$y = \cos^4(3\sqrt{x}) + 2\cos^3(3\sqrt{x}) + \cos^3(3\sqrt{x}) + 8$	
$y = e^{4x} - 2e^{3x} + 5e^{2x} + e^x - 3$	
$y = \dfrac{\operatorname{arcsec}^{7/2}(\tan(\ln(5x^8+23x)))}{\sqrt{\operatorname{arcsec}^3(\tan(\ln(5x^8+23x)))}}$	
$y = sen(\cos(\ln(arcsen(x^2))))$	
$y = sen^2(\cos^5(\ln^3(arcsen(x^2))))$	

5.-Confundiendo potencias con exponenciales

Hay una diferencia entre una función potencial (x^n) y una exponencial (e^x). Al derivar una potencia, se usa la regla de la potencia: nx^{n-1}. Mientras que al derivar la exponencial se obtiene e^x

función	*incorrecto* **X**	*correcto* **OK**
$y = x^n$	$y' = x^n$	$y' = n\,x^{n-1}$
$y = e^x$	$y' = xe^{x-1}$	$y' = e^x$

Si la variable con respecto a la cual se deriva, "x", aparece como exponente de un numero base, se trata de una función exponencial. Si "x" aparece como la base de una potencia, entonces es una función potencial:

función	*incorrecto* **X**	*correcto* **OK**	*tipo*
$y = x^{2/3}$	$y' = x^{2/3}$	$y' = \frac{2}{3}x^{2/3\,-1}$	*potencial*
$y = e^{x^3}$	$y' = x^3 e^{x^3-1}$	$y' = 3x^2 e^{x^3}$	*exponencial*
$y = sen^7(x)$	$y' = sen^7(x).\cos(x)$	$y' = 7sen^6(x).\cos(x)$	*potencial*
$y = e^{\cos(x)}$	$y' = \cos(x)e^{\cos(x)-1}$	$y' = -sen(x)e^{\cos(x)}$	*exponencial*

Si la variable aparece sea en la base que en el exponente, es mejor aplicar derivación logarítmica:

función	*incorrecto* **X**	*correcto* **OK**	*tipo*
$y = x^x$	$y' = x^x$	$\ln(y) = x\ln(x)$	*derivación*
	$y' = xx^{x-1}$	$\rightarrow \frac{y'}{y} = \ln(x)+1$	*logaritmica*
		$y' = [\ln(x)+1]x^x$	

Hallar la derivada de las siguientes funciones:

función	*derivada*:
$y = sen^{4/3}(x^4)$	
$y = \cos^3(\sqrt{5x}+1)$	
$y = \ln^3(3x^3)$	
$y = e^{4x^7+x}$	
$y = 3\pi^2 + \pi e^{2x+5}$	
$y = 4^{\tan(x)} + 7$	
$y = 2^{\tan^5(x)}$	
$y = e^{\cos(x)+3x}$	
$y = x^{\cos(3x)}$	
$y = x^{\sqrt{1+x}}$	
$y = [\tan(x)+1]^x$	