CÁLCULO DIFERENCIAL

Paralelo 2

Tarea #1 – Coordenadas Polares: Ejercicios Propuestos

Isaac Mancero-Mosquera

Nombre:____

Objetivos: El estudiante debe saber enfrentar un problema en coordenadas polares aunque el problema no se ajuste a esquemas conocidos.

Como resumen de la clase sobre Coordenadas Polares, se vió que:

1) No hay una relación unívoca entre puntos y representación polar.
2) Los principales temas a tratar en esta etapa del curso son:
   - 2.1 Conversión entre el sistema rectangular y el sistema polar
   - 2.2 Gráfica de curvas en el plano polar
   - 2.3 Identificación de la clase de curva que se está analizando
   - 2.4 Criterios de simetría y de rotación
   - 2.5 Intersección de curvas polares: la intersección gráfica y la intersección analítica
   - 2.6 Problemas combinados.

En los problemas que requieren computador, recomiendo Wolfram Alpha® que puede ser utilizado online y no es necesario instalar nada, solo aprender a ingresar las ecuaciones: www.wolframalpha.com .

1.- Convierta las siguientes expresiones de la forma rectangular a la forma polar:

- $x^2+y^2-2ax=0$
- $y^2=9x$
- $\left(x^2+y^2\right)^2=a^2\left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right)\right)^2$
- $3x-y+2=0$
- $x=-3$
- $\left(x^2+y^2\right)^2=ax^2y$
- $y^2-8x-16=0$
- $xy=4$
- $\left(x^2+y^2\right)^2-9\left(x^2-y^2\right)=0$

2.- Convierta las siguientes expresiones de la forma polar a la forma rectangular:

- $r=4$
- $r=2Csc(\theta)$
- $r=4\mathrm{Cos}(\theta)$
- $\theta=\pi/6$
- $r^2=Sen(2\theta)$
- $r=\dfrac{1}{1-\mathrm{Cos}(\theta)}$
- $r=\dfrac{6}{2\mathrm{Cos}(\theta)-3Sen(\theta)}$
- $r=8+4Sen(\theta)$

3.- Los siguientes puntos están en forma rectangular. Encuéntrese más de un par de coordenadas polares que representen a cada uno de los mismos en el plano polar:

- $\left(\sqrt{3},\ 3\right)$
- $\left(0,\ -5\right)$
- $(0,\ 0)$
- $\left(2,\ 0\right)$
- $\left(-\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right)$
- $\left(1,\ 1\right)$

4.- Simetría. Indíquese cualquier simetría que posean las curvas siguientes:

- $r=5$
- $r=\theta$
- $r=2+\mathrm{Cos}(\theta)$
- $r=sen(\theta)$
- $r=2\,\mathrm{Sec}(\theta)$
- $r=8+4Sen(\theta)$
- $r=\theta+2\pi$
- $r=\theta/\pi$

5.- Identificación de curvas polares (Clases típicas):
Las expresiones de cada fila a continuación pertenecen a una familia de curvas en particular. Identifique a qué grupo pertenecen las expresiones de la fila y escriba la

respuesta. NOTA: No haga conversiones al sistema rectangular, busque en sus apuntes el grupo al cual pertenecen las expresiones.

				Tipo :
• $r=-4Sen\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$	• $r=5$	• $r=16\text{Cos}\left(\frac{-\pi}{3}-\theta\right)$	• $r=\pi$	:.....................
• $r=\dfrac{4}{\text{Cos}\left(\theta-\frac{\pi}{12}\right)}$	• $r=-3Csc(\theta)$	• $r\text{Cos}(\theta)=12$	• $\theta=\frac{2\pi}{16}$	:.....................
• $r=e^{\theta}$	• $r=\dfrac{1}{\lvert\theta\rvert}$	• $r=2\theta$	• $r=\dfrac{1}{\sqrt{\theta}}$	:.....................
• $r=3\text{Cos}(3\theta)$	• $r=2Sen(2\theta)$	• $r=4Sen(5\theta)$	• $r=5\text{Cos}(4\theta)$	:.....................
• $r^2=25Sen(2\theta)$	• $r^2=16\text{Cos}(2\theta)$	• $r^2=9Sen\left(2\theta-\frac{\pi}{4}\right)$	• $r^2=4\text{Cos}\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)$	:.....................
• $r=4+2Sen(\theta)$	• $r=3+3\text{Cos}(\theta)$	• $r=3-2Sen(\theta)$	• $r=2-4\text{Cos}(\theta)$	:.....................
• $r=\dfrac{4}{1+\text{Cos}(\theta)}$	• $r=\dfrac{6}{3+2Sen(\theta)}$	• $r=\dfrac{5}{1+Sen(\theta-\pi/4)}$	• $r=\dfrac{3}{2-6\text{Cos}(\theta)}$	:.....................

6.- Gráfica de curvas polares (Clases típicas): Utilizando toda la información disponible del problema anterior, bosqueje las gráficas de las curvas dadas en el problema 4.
NOTA: Grafique según la familia a la que pertenece la curva. Consulte sus apuntes.

7.- Durante su tiempo libre, Arianna Gabrielle cultiva su pasión por la astronomía. Ha descubierto un cometa de órbita parabólica justo en el momento de máxima cercanía con el sol, obteniendo en ese momento las coordenadas de su posición: $(4,\pi)$. Halle la ecuación de la órbita del cometa descubierto por Arianna y la de su recta directriz.

8.- Gráfica de curvas polares (Clases no típicas): Utilizando un software de su elección, obtenga las gráficas de las siguientes curvas:

- $r=2-\text{Csc}(\theta)$ (*concoide*)
- $r=4Sen(\theta)\text{Cos}^2(\theta)$ (*bifolio*)
- $r=1-2Sen(5\theta)$
- $r=eSen(\theta)-2\text{Cos}(4\theta)$ (*mariposa*)

9.- Emilia Nicole está indecisa si aceptar las flores que le envían sus admiradores. Así que decide exigirles exclusivamente rosas de 14 pétalos con simetría reflexiva con respecto al Eje $\pi/2$ y pétalos perfectamente distribuidos en el plano polar. Encuentre la ecuación de las rosas exigidas por Nicole.

10.- Intersecciones: Hallar todos los puntos de intersección (gráficos y analíticos) de los pares de curvas dados a continuación. NOTA: ante cualquier duda, use como referencial el intervalo $\theta\in[0,2\pi]$.

- $\begin{cases} r=2-3\text{Cos}(\theta) \\ r=\text{Cos}(\theta) \end{cases}$
- $\begin{cases} 1+\text{Cos}(\theta) \\ 1-Sen(\theta) \end{cases}$
- $\begin{cases} r=3\text{Cos}(\theta) \\ r=1+\text{Cos}(\theta) \end{cases}$
- $\begin{cases} r=4Sen(3\theta) \\ r=2 \end{cases}$
- $\begin{cases} r=3\text{Cos}(2\theta) \\ r=6 \end{cases}$
- $\begin{cases} r=2\text{Cos}(5\theta-\pi/2) \\ r=2 \end{cases}$
- $\begin{cases} r=4Sen(3\theta-\pi/4) \\ r=2 \end{cases}$
- $\begin{cases} 3+3\text{Cos}(\theta-\pi/4) \\ 3-3Sen(\theta-\pi/4) \end{cases}$

CÁLCULO DIFERENCIAL

Paralelo 2

Tarea #1 – Coordenadas Polares: Ejercicios Propuestos

Isaac Mancero-Mosquera

11.- Autoevaluación: Utilice su razonamiento para bosquejar las siguientes curvas polares no típicas. NOTA: Utilice el computador solo para comprobar.

- $r = \text{Cos}(\theta/2)$ • $r = 5 + 1/\theta$ • $r = 4 + e^{-\theta}$

12.- Dado que nadie pudo obtener las rosas que Nicole demandaba, ella decidió cambiar de idea y exigir ahora rosas de 12 pétalos, uniformemente distribuidos en el plano polar y con simetría reflexiva respecto al eje $\pi/3$. Encuentre la ecuación de las rosas requeridas por Nicole.

13.- Problemas variados:

a) * Identifique qué tipo de curva es $6xy = \sqrt{\left(x^2 + y^2\right)^3}$

b) * Hallar una expresión polar para una rosa $r = 2Sen(2\theta)$ luego de girarla un ángulo de $\pi/6$.

c) Una cónica tiene una directriz a la izquierda del foco que está en el polo, y contiene al punto $(1, 2\pi/3)$, si $e = 2$, hallar su ecuación y graficarla.

d) Sean F1 y F2 puntos fijos con coordenadas polares $(a, 0)$ y $(-a, 0)$, respectivamente. Sea P un punto con coordenadas rectangulares (x, y). Muestre que el conjunto de puntos P que satisface con $|PF1||PF2| = a^2$, es una lemniscata, determinando su ecuación polar.

e) Un segmento de recta L, de longitud $2a$ tiene sus dos extremos en los ejes X y Y respectivamente. Un punto P está sobre L de tal manera que OP es siempre perpendicular a L. Muestre que el conjunto de puntos P que satisface esta condición es una rosa de 4 pétalos, determinando su ecuación polar.

f) * Hallar la ecuación de las asíntotas de la hipérbola $r = \dfrac{2}{\sqrt{3} - 2\text{Cos}(\theta)}$.

g) Graficar la región E1 correspondiente a $2 < r \le 4$.

h) * Graficar la región E2 correspondiente a $\dfrac{|\theta - \pi/4| - \pi/3}{2} < \dfrac{\pi}{6}$.

i) Graficar la región correspondiente a $E1 \cap E2$

j) Una recta pasa por encima del polo a una distancia mínima de 4, con un ángulo de inclinación $-\dfrac{\pi}{6}$, hallar su expresión polar.

k) * Hallar la expresión de una recta que pasa por los puntos $(2, \pi)$ y $(2, -\pi/2)$.

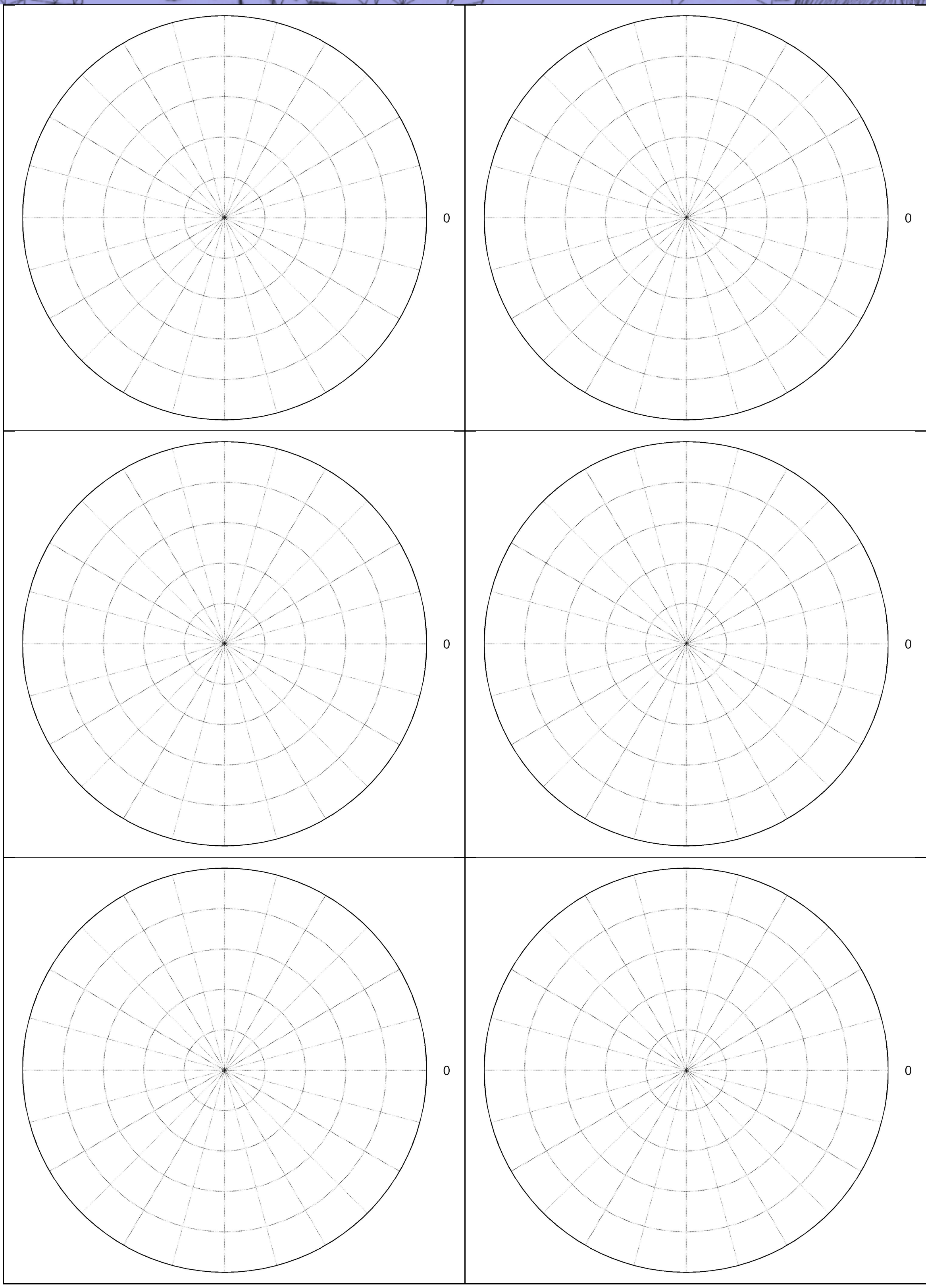
l) * Hallar la expresión de una recta perpendicular a $r = \dfrac{7}{\text{Cos}(\theta - \pi/6)}$ y que pasa a la mitad de la distancia al polo de la misma, y por encima del polo.

CÁLCULO DIFERENCIAL

Paralelo 2

Tarea #1 – Coordenadas Polares: Ejercicios Propuestos

Isaac Mancero-Mosquera



CÁLCULO DIFERENCIAL

Paralelo 2

Tarea #1 – Coordenadas Polares: Ejercicios Propuestos

Isaac Mancero-Mosquera

Nombre: