Scuola Superiore Politecnica del Litorale

Facoltà di Scienze Naturali e Matematica

Calcolo Differenziale

Còmpito Complessivo #6 – Derivación Parte 2

Isaac Mancero-Mosquera

Nome:____

1.- Practique aún la regla de la cadena y halle la derivada de las siguientes funciones:

- $y=(3+3Cos(x))^4$
- $y=\left(2x-5Cos^3(x)\right)^4$
- $y=\tan^3(x)$
- $y=\sqrt{\tan^3(x)}$
- $y=Sen\left(Cos\left(\ln\left(x^3+2\right)\right)\right)$
- $y=Sen(Cos(\sqrt{x}-1))$
- $y=e^{\sqrt{\arctan(x)}}$
- $y=\left(a^{2/3}-x^{2/3}\right)^{3/2}$
- $y=\sqrt{Cot(x)}-\sqrt{Cot(a)}$
- $y=Csc^2(3x)+Sec^2(x)$
- $y=Tan(\ln(1-x^2))$
- $y=(Arcsec(x))^5$

2.- Encuentre la derivada implícita $\dfrac{dy}{dx}$ de las siguientes expresiones:

- $xy=yx^2+xy^2$
- $y^3x-y^4=x^2y^2+x^3y$
- $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$
- $y^3=\dfrac{x-y}{x+y}$
- $e^y=x+y$
- $xy=\text{Arctan}\left(\dfrac{x}{y}\right)$
- $aCos(x+y)=b$
- $\ln(y)=\dfrac{x}{y}+c$
- $\text{Arccot}\left(\dfrac{y}{x}\right)=\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2\right)$

3.- Usando la relación para expresiones paramétricas $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ hallar la derivada de:

- $f:\begin{cases}x=2(t-Sen(t))\\ y=2(1-Cos(t))\end{cases}$
- $f:\begin{cases}x=2t^2-t\\ y=\sqrt{t}-1\end{cases}$
- $f:\begin{cases}x=Sen\left(\dfrac{1}{t^2+1}\right)\\ y=\ln\left(\sqrt{t}\right)\end{cases}$
- $f:\begin{cases}x=Arccot\left(\sqrt{1-t}\right)\\ y=Arctan\left(\sqrt{1+t}\right)\end{cases}$

4.- Hallar la derivada de una función polar $r=f(\theta)$ usando la fórmula $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$, donde $x=r.cos(\theta)$, $y=r.sen(\theta)$; aplicarla en cada uno de los siguientes casos:

- $r=3+3Cos(\theta)$
- $r=5Sen(\theta)$
- $r=1-2Sen(\theta)$
- $r=\dfrac{5}{Sen(\theta)}$
- $r=4Sen(3\theta)$
- $r=1+\dfrac{Cos(\theta)}{2}$
- $r=4$
- $r=-\theta$
- $r=3Cos(4\theta)$

5.- Encontrar $\dfrac{dy}{dx}$ usando la técnica de aplicar el logaritmo a ambos lados de las siguientes expresiones:

- $y=(x+1)(2x+1)(3x+1)$ • $y=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ • $y=x^{x^2}$
- $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[4]{(x+2)^3}\ \sqrt[3]{(x-2)^4}}$ • $y=\left(\operatorname{Arctan}(x)\right)^x$ • $y=x^{x^x}$
- $y=\dfrac{(x+3)^2}{(x+1)^3(x+3)^4}$ • $y=\left(Cos(x)\right)^{Sen(x)}$ • $y=\sqrt[x]{x^2}$
- $y=Sen^3(1-x)\left(\dfrac{1-x^2}{x+4}\right)Cos^4(x)e^{3x}\sqrt[5]{x^3}$

6.- Derivadas de orden superior.

a) Encontrar una fórmula para $d^n y/dx^n$ en cada uno de los siguientes casos:

- $y=\dfrac{1}{1-x}$ • $y=e^{-4x}$ • $y=xe^x$ • $y=\dfrac{1+x}{1-x}$ • $y=Sen^2(x)$
- $y=\ln(x)$ • $y=x^2e^x$ • $y=\operatorname{Arctan}(x)$ • $y=Sen(x)$

b) Investigue la **fórmula de Leibniz** de la derivada n-ésima de un producto $y=f(x)g(x)$. Hallar la relación entre esta fórmula y el famoso Triángulo de Pascal. Sugerencia: derivar n-veces el producto $y=f(x)g(x)$, simplifique en cada paso y obtenga por inducción cognitiva un patrón.

c) Hallar la segunda y tercera derivada, d^2y/dx^2 y d^3y/dx^3, de las siguientes expresiones implícitas:

- $yx^2+xy^2=xy$ • $3yx=\sqrt{1+x^2+y^2}$ • $y^3=\dfrac{x-y}{x+y}$ • $e^y=x+y$

d) Hallar la segunda y tercera derivada, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ y $\dfrac{d^3y}{dx^3}$, de las siguientes expresiones paramétricas:

- $f:\begin{cases}x=2\left(\theta-Sen(\theta)\right)\\ y=2\left(1-Cos(\theta)\right)\end{cases}$ • $f:\begin{cases}x=2t^2-t\\ y=\sqrt{t}-1\end{cases}$

7.- Califique como Verdadero o Falso, justificando su respuesta:

i) Si f, g y h son derivables, entonces

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)h(x)}\right]=\frac{f'(x)}{g(x)h(x)}-\frac{f(x)g'(x)}{h(x)g^2(x)}-\frac{f(x)h'(x)}{g(x)h^2(x)}$$

ii) Si f y g son derivables, entonces

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)^{g(x)}\right]=g'(x)\ln\left[f(x)\right]f(x)^{g(x)}+g(x)f'(x)f(x)^{g(x)-1}$$