



PROYECTO

TÉRMINO I 2020 – 2021

CADENAS DE MARKOV

CASO DE ESTUDIO: SISTEMAS DINÁMICOS EN LOGÍSTICA DE BIBLIOTECAS

Los procesos que evolucionan con el tiempo se denominan sistemas dinámicos. A medida que el tiempo avanza, el proceso o fenómeno estará cambiando su ‘estado’. Si consideramos que el tiempo sólo toma valores enteros no negativos ($t=0,1,2,3,..$) se dice que el tiempo es discreto. Los sistemas dinámicos que cambian con respecto a un tiempo discreto se denominan sistemas dinámicos discretos. Los sistemas dinámicos discretos pueden estar descritos matemáticamente por medio de ecuaciones en diferencias. Una ecuación en diferencias es una ecuación en la cual el valor de una variable depende de valores de la variable en un tiempo anterior, por ejemplo:

$$y_T = 2y_{T-1}$$

De esta manera, por ejemplo, en la ecuación anterior se cumple que $y_1 = 2y_0$, mientras que para el valor de y_2 se cumple $y_2 = 2y_1$, y así sucesivamente. Esta ecuación es una ecuación en diferencia. Como se puede notar, el valor de los siguientes estados de la variable depende del valor inicial y_0 , el cual usualmente es un dato conocido. Muchos fenómenos son representados por varias ecuaciones en diferencias.

En un universo perfecto, las bibliotecas de ESPOL pertenecen a un sistema integrado “Archivos Gigantes” (abreviado AG) de préstamos y devolución de libros. El sistema AG, al ser integrado, permite pedir prestado un libro en cualquiera de las bibliotecas que se encuentran en el campus Gustavo Galindo, y además devolverlo en cualquiera de ellas. Se ha asignado un código que identifica a cada biblioteca con respecto a su unidad académica, siendo estas:

- Biblioteca Central (C)
- Biblioteca FCNM (N)
- Biblioteca FIEC (E)
- Biblioteca FCSH (S)
- Biblioteca FIMCBOR (B)
- Biblioteca FICT (T)
- Biblioteca FIMCP (M)

Al inicio del semestre cada biblioteca cuenta con un stock de libros inicial de la unidad académica. A medida que los días avanzan, los estudiantes piden un libro prestado en la biblioteca X y lo devuelven en la biblioteca Y, lo que causa que al inicio del siguiente día las bibliotecas tengan libros provenientes de bibliotecas de otras unidades académicas.

Cada vez que alguna de las bibliotecarias recibe un libro, al pasar por el sensor notifica la procedencia inmediata (del día anterior) del libro. La Sra. Karina, de la biblioteca Central, nota que cada día una fracción de la cantidad de libros salen de la biblioteca y también,



PROYECTO

TÉRMINO I 2020 – 2021

recibe aproximadamente una fracción de la cantidad de libros del día anterior de cada biblioteca.

.....

Es decir, si **T** está en días, después de t días la biblioteca central tiene:

$$C_T = \frac{3}{16}C_{T-1} + \frac{1}{4}N_{T-1} + \frac{1}{16}E_{T-1} + \frac{5}{16}S_{T-1} + \frac{1}{4}B_{T-1} + \frac{1}{8}T_{T-1} + \frac{1}{16}M_{T-1}$$

La ecuación anterior nos dice que en el día t, la biblioteca central mantiene solo el 3/16 de la cantidad de libros que en el día anterior se encontraban en la misma. Además, recibe 1/4 de los libros que estaban en la biblioteca de la FCNM del día anterior, recibe 1/16 de los libros que estaban en la biblioteca FIEC en el día anterior. Llegan también a la biblioteca central 5/16 de los libros que estaban en FCSH, 1/4 de los libros de FIMCBOR, 1/8 de la cantidad de libros de FICT y 1/16 de los libros de FIMCP. Al recolectar los datos de todas las bibliotecas se obtienen las siguientes ecuaciones de diferencia:

$$C_t = \frac{3}{16}C_{t-1} + \frac{1}{4}N_{t-1} + \frac{1}{16}E_{t-1} + \frac{5}{16}S_{t-1} + \frac{1}{4}B_{t-1} + \frac{1}{8}T_{t-1} + \frac{1}{16}M_{t-1}$$

$$N_t = \frac{1}{16}C_{t-1} + \frac{1}{16}E_{t-1} + \frac{1}{16}S_{t-1} + \frac{1}{4}B_{t-1} + \frac{1}{16}T_{t-1} + \frac{1}{16}M_{t-1}$$

$$E_t = \frac{1}{8}C_{t-1} + \frac{1}{8}N_{t-1} + \frac{1}{4}E_{t-1} + \frac{1}{8}S_{t-1} + \frac{1}{8}B_{t-1} + \frac{1}{8}T_{t-1} + \frac{1}{4}M_{t-1}$$

$$S_t = \frac{3}{16}C_{t-1} + \frac{3}{16}N_{t-1} + \frac{3}{16}E_{t-1} + \frac{1}{16}S_{t-1} + \frac{3}{16}B_{t-1} + \frac{3}{16}T_{t-1} + \frac{1}{8}M_{t-1}$$

$$B_t = \frac{1}{8}C_{t-1} + \frac{1}{8}N_{t-1} + \frac{1}{8}E_{t-1} + \frac{1}{8}S_{t-1} + \frac{1}{8}B_{t-1} + \frac{1}{8}T_{t-1} + \frac{1}{8}M_{t-1}$$

$$T_t = \frac{1}{4}C_{t-1} + \frac{1}{4}N_{t-1} + \frac{1}{4}E_{t-1} + \frac{1}{4}S_{t-1} + \frac{5}{16}T_{t-1} + \frac{1}{4}M_{t-1}$$

$$M_t = \frac{1}{16}C_{t-1} + \frac{1}{16}N_{t-1} + \frac{1}{16}E_{t-1} + \frac{1}{16}S_{t-1} + \frac{1}{16}B_{t-1} + \frac{1}{16}T_{t-1} + \frac{1}{8}M_{t-1}$$

Al empezar el semestre, las bibliotecas reportaron que tenían la cantidad mostrada a continuación:

Biblioteca	Cantidad de libros
Biblioteca Central (C)	32000
Biblioteca FCNM (N)	15840
Biblioteca FIEC (E)	16000
Biblioteca FCSH (S)	15200
Biblioteca FIMCBOR (B)	12480
Biblioteca FICT (T)	14080
Biblioteca FIMCP (M)	10656

El parcial en la ESPOL dura 8 semanas, más 1 semana de exámenes. El único día que no se prestan ni se devuelven libros, porque las bibliotecas permanecen cerradas, es el domingo.



PROYECTO

TÉRMINO I 2020 – 2021

Con la necesidad de estimación de inventario, su empresa ha sido contratada para predecir la cantidad de libros al final del primer y segundo parcial en cada biblioteca de ESPOL. Plantee la matriz, y en base al análisis mediante cadenas de Markov, calcule los valores de la cantidad de libros en cada biblioteca al primer parcial, y los valores de la cantidad de libros en cada biblioteca al segundo parcial.

REFERENCIAS:

- [1] Grossman, S: Aplicaciones del Álgebra Lineal, Grupo Editorial Iberoamérica, México DF, pp. 124-132. México.
- [2] Lay, D. Linear Algebra & applications. Addison-Wesley, Boston.
- [3] Kolman, B; Hill, David W: Álgebra Lineal. Pearson, México. 2006.

NOTA: Es lícito apoyarse en la tecnología: si utiliza un software o calculadora (Matlab®, Python, Excel, etc), o algún sitio web de resolución de matrices (Geogebra, etc), debe ser indicado en el documento: planteando la fórmula teórica, indicando lo que se utilizó para resolver esa ecuación y escribiendo el resultado directamente. Así, para cada una de las ecuaciones resueltas. Si consultó un libro o artículo, se debe incluir en una sección Bibliografía o Referencias del documento.

