I.E.S. Nicolás Copérnico
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/copernico/fisica.htm
Ronda de las Huertas. Écija.
e-mail: emc2@tiscali.es

ALGUNOS PROBLEMAS RESUELTOS DE CAMPO MAGNÉTICO

1. Una carga eléctrica, *q* = 3,2.10^-19 C, de masa 6,710^-27 kg, entra en una zona con un campo magnético, B, uniforme, dirigido perpendicularmente a la hoja y hacia dentro del papel. La anchura de la zona es de 2 m.

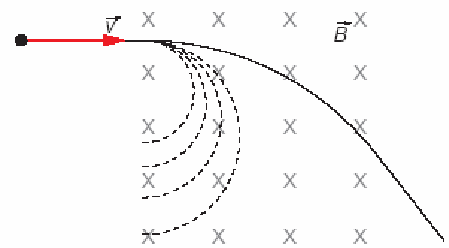
a) Indica dos o tres trayectorias posibles para la carga dentro de esta zona según el módulo de la velocidad con la que entra (v es perpendicular a B)

b) Si el módulo de B vale 10.3 T, ¿cuál es la velocidad mínima que debe tener la carga para que atraviese toda la zona?

c) ¿Qué tipo de partícula podría ser esta carga? Si cambiásemos el signo de la carga, ¿qué cambiaría en los apartados anteriores?

a) La trayectoria que describe una partícula cargada al penetrar en una región en la que existe un campo magnético depende del ángulo que forman los vectores velocidad e inducción.

En este caso, ese ángulo es de 90°, por lo que la partícula describirá una trayectoria circular. El radio de dicha trayectoria es proporcional al módulo de la velocidad con que penetra la partícula en el campo, por lo que existirán tantas trayectorias circulares como velocidades posibles para la partícula.



b) Para que la partícula atraviese la región del campo magnético, su velocidad debe ser tal que el radio de la trayectoria circular sea mayor que la anchura de dicha región.

A partir de la expresión de la fuerza de Lorentz, deduciremos el valor de la velocidad de la partícula:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90°$$

Esta fuerza es la que obliga a la partícula a describir una trayectoria circular. Se trata, por tanto, de una fuerza centrípeta:

$$F = F_n \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90° = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Despejando y sustituyendo los valores conocidos, obtenemos la velocidad mínima que debe tener la partícula para atravesar la zona en la que está confinado el campo magnético:

$$v = \frac{R \cdot q \cdot B}{m} \rightarrow v = \frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}}{6{,}7 \cdot 10^{-27}} = 95{,}5 \cdot 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Para determinar el tipo de partícula con la que estamos trabajando, tendremos en cuenta su carga y su masa. Expresada en unidades de masa atómica, esta masa es:

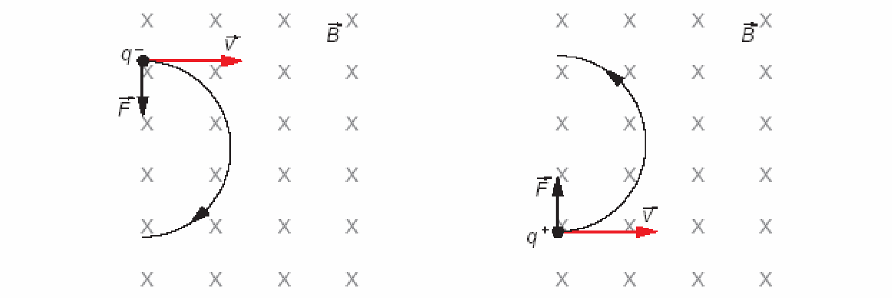
$$m = 6{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \frac{1\ \text{u}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 4\ \text{u}$$

En cuanto a su carga, esta es el doble del valor de la carga del electrón ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C):

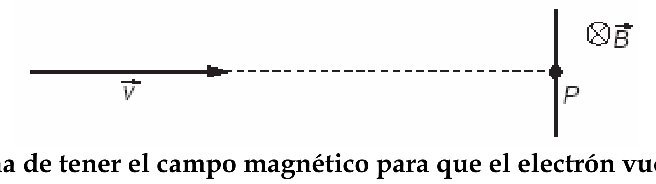
$$q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 2 \cdot |e|$$

Podría tratarse, por tanto, de un núcleo de helio, formado por dos protones (de donde proviene la carga de la partícula) y dos neutrones, que en total suman cuatro unidades de masa atómica. A este núcleo se le denomina también partícula α.

Si se cambiase el signo de la carga, variaría el sentido de la fuerza de Lorentz, lo que obligaría a la carga a describir la trayectoria circular en sentido opuesto:



2. Un electrón (buscar sus datos de carga y masa) se mueve en una región sin ningún campo de fuerzas, con una velocidad de 10^8 m/s, en la dirección y sentido indicados en la figura, y llega a un punto, P, en el que entra en una región con un campo magnético perpendicular al papel y hacia dentro:



a) ¿Qué intensidad ha de tener el campo magnético para que el electrón vuelva a la primera región por un punto, Q, situado a 30 cm de P?
b) ¿A qué lado de P está situado Q?
c) Si aumentásemos en un factor 2 la intensidad de B, ¿a qué distancia de Pvolvería el electrón a la primera región?

a) Cuando el electrón penetra en una región donde existe un campo magnético, el campo ejerce sobre él una fuerza dada por la expresión:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza se denomina fuerza de Lorentz y obliga al electrón a describir una trayectoria circular ($\vec{F}$ es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$). Se trata, por tanto, de una fuerza centrípeta:

$$F = F_n$$

$$q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90° = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Para que el electrón regrese a la primera región por un punto que dista 30 cm del punto P, esta distancia debe ser el diámetro de la circunferencia descrita por el electrón:

$$R = \frac{0{,}3}{2} = 0{,}15 \text{ m}$$

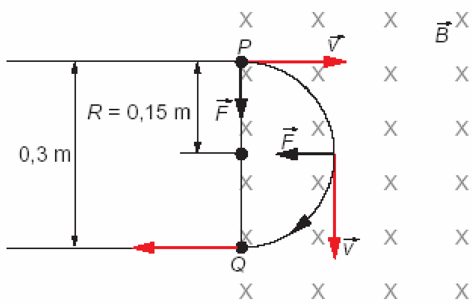
$$q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90° = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despejando obtenemos la intensidad del campo magnético:

$$B = \frac{m \cdot v}{R \cdot q}$$

$$B = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{8}}{0{,}15 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

b) El vector $\vec{F}$ está dirigido según el producto vectorial de $\vec{v}$ por $\vec{B}$ y su sentido está determinado por la carga de la partícula. En este caso, al tratarse de un electrón, el sentido de la fuerza es el contrario al correspondiente a dicho producto vectorial, tal como se aprecia en la figura:



Por tanto, la carga describe la trayectoria circular en el sentido de las agujas del reloj y el punto Q se encuentra 30 cm por debajo de P.

c) Si aumenta la intensidad del campo magnético manteniéndose constante la velocidad de la partícula, variará el radio de la circunferencia descrita por ella:

$$\left.\begin{aligned} B' &= \frac{m \cdot v}{R' \cdot q} \\ B &= \frac{m \cdot v}{R \cdot q} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{R}{R'} \rightarrow \frac{2 \cdot B}{B} = \frac{R}{R'} \rightarrow R' = \frac{R}{2} = \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075 \text{ m}$$

El electrón saldrá a la primera región pasando por un punto situado a una distancia $2 \cdot R' = 0{,}15$ m de P; es decir, la mitad de distancia que en el caso anterior.

3. Un solenoide está construido enrollando uniformemente 600 vueltas de un fino hilo conductor sobre un cilindro hueco de 30 cm de longitud. Por el bobinado se hace circular una corriente I = 2 A. Se pide:

a) Calcula el campo magnético en el interior del solenoide y representa gráficamente, de forma aproximada, las líneas de campo magnético dentro y fuera del solenoide.

b) Una partícula cargada entra en el solenoide moviéndose con velocidad Va lo largo de su eje. Debido a la existencia del campo magnético, ¿se curvará en algún sentido su trayectoria? ¿Por qué?

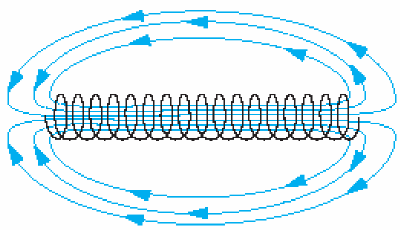
a) En el interior del solenoide, el campo magnético es constante, de valor:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L} \rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 600 \cdot 2}{0,3} = 5,03 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

En los extremos del solenoide y en las zonas próximas a ellos, las líneas de campo se separan. El campo magnético en esos puntos vale:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot L} \rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 600 \cdot 2}{2 \cdot 0,3} = 2,51 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

La representación gráfica de las líneas de campo en el interior y en el exterior del solenoide es la siguiente:



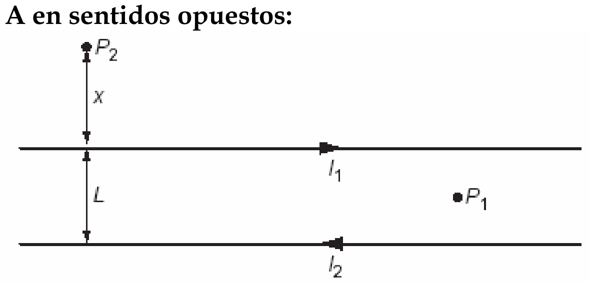
b) Como se aprecia en la figura anterior, las líneas de campo en el interior del solenoide y, en particular, en su eje, tienen la dirección señalada por la longitud de este. Por tanto, cuando la partícula entra en el solenoide con velocidad coincidente con el eje del mismo, los vectores velocidad y campo magnético son paralelos. En consecuencia, la fuerza magnética que actúa sobre la partícula es nula:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\,(\vec{v}, \vec{B})$$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 0° = 0$$

Por tanto, la trayectoria de la partícula no se modifica.

4. Por dos largos conductores rectilíneos y paralelos, separados una distancia L = 0,5 m, circula una corriente I1 = 2 A e I2 = 4 A en sentidos opuestos:



a) Calcula el campo magnético (módulo y orientación) en un punto como el P1, equidistante de ambos conductores y situado en su mismo plano.

b) Considera un punto, P2, donde el campo magnético total es nulo. Razona por qué este punto ha de estar encima de ambas corrientes y en su mismo plano, como se indica en la figura.

c) Calcula la distancia x de P2 a I1.

a) El modulo del campo magnético que crea cada corriente rectilínea en el punto P_1 se obtiene mediante la ley de Biot y Savart:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

donde I es la corriente que circula por cada conductor; d es la distancia que separa el conductor del punto en que deseamos calcular el campo, y μ es la permeabilidad magnética del medio, que en este caso es el vacío.

Por tanto, el campo magnético creado por el conductor 1 en P_1 es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot L/2} \rightarrow B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5/2} = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

Y el creado por el conductor 2:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot L/2} \rightarrow B_2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5/2} = 3{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

La dirección y el sentido de cada uno de estos campos se determina teniendo en cuenta que las líneas de campo generadas por una corriente rectilínea son circunferencias con centro en la línea de corriente y colocadas en planos perpendiculares a ella. El sentido de estas líneas es el indicado por los dedos de la mano derecha cuando se coge el conductor de modo que el dedo pulgar señala el sentido de la corriente.

Por tanto, el campo magnético creado por el conductor 1 en P_1 es perpendicular al plano del papel y hacia dentro, al igual que el creado por el conductor 2.

El campo total creado en el punto P_1 es, por el principio de superposición:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \rightarrow B_{total} = B_1 + B_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-6} + 3{,}2 \cdot 10^{-6} = 4{,}8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

La dirección y el sentido de este campo es el mismo que dedujimos para los campos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$.

b) El campo magnético creado por una corriente rectilínea en un punto es proporcional al valor de la corriente e inversamente proporcional a la distancia que les separa.

En nuestro caso, hemos visto que los campos magnéticos creados por ambas corrientes en los puntos situados entre ellas tienen la misma dirección y sentido, por lo que su suma no se anula nunca. El punto P_2 debe estar, por tanto, por encima o por debajo de ambas. Como la corriente 2 es mayor que la corriente 1, la única posibilidad de que la suma de los dos campos se anule en un punto es que dicho punto esté más cerca de la corriente menor, es decir, la corriente 1.

c) El conductor 1 crea en el punto P_2 un campo magnético:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot x} \rightarrow B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot x} = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{x}\ \mathrm{T}$$

Este campo es perpendicular al plano del papel y hacia fuera.

Por su parte, el conductor 2 crea un campo:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot (x+L)} \rightarrow B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot (x+L)} = \frac{8 \cdot 10^{-7}}{x+L}\ \mathrm{T}$$

Este campo es perpendicular al plano del papel y hacia dentro.

El campo magnético total en P_2 es:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \rightarrow B_{total} = B_1 - B_2$$

Aplicando la condición de que el campo total se anule en P_2, obtenemos la distancia x:

$$B_1 - B_2 = 0 \rightarrow \frac{4 \cdot 10^{-7}}{x} - \frac{8 \cdot 10^{-7}}{x + L} = 0$$

$$\frac{4 \cdot 10^{-7}}{x} = \frac{8 \cdot 10^{-7}}{x + L} \rightarrow 4 \cdot 10^{-7} \cdot (x + L) = 8 \cdot 10^{-7} \cdot x$$

$$4 \cdot 10^{-7} \cdot L = 4 \cdot 10^{-7} \cdot x \rightarrow x = L = 0{,}5 \text{ m}$$

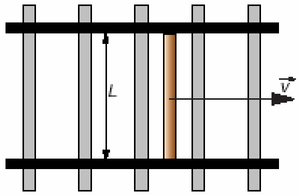
Por tanto, el punto en el que se anula el campo magnético total creado por las dos corrientes rectilíneas se encuentra 50 cm por encima del conductor 1.

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

5. Los rieles de una vía férrea están separados un metro y se encuentran aislados eléctricamente uno del otro. Un tren, que pasa sobre los rieles a 100 km/h, establece una conexión eléctrica entre ellos. Si el campo magnético terrestre tiene una componente vertical de 0,20 gauss, calcula la d.d.p. que existe entre las ruedas del tren que conectan los dos rieles.

Se trata de calcular la f.e.m. inducida sobre el eje del tren, que cruza perpendicularmente las vías.

La situación es la representada en la figura de la página siguiente. Como se aprecia en ella, el esquema es equivalente a una espira con un lado móvil.



En este caso, al ser el campo constante, la variación del flujo se produce debido al aumento de la superficie expuesta al campo magnético:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos 0°$$

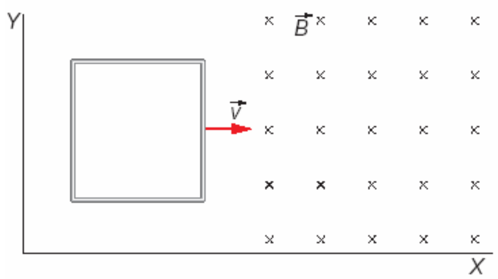
$$d\Phi = B \cdot L \cdot dx = B \cdot L \cdot v \cdot dt$$

Al aplicar la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B \cdot L \cdot v \cdot dt}{dt}$$

$$\varepsilon = -B \cdot L \cdot v = -0{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 100 \cdot \frac{1\,000}{3\,600} = -5{,}56 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

6. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada sobre el plano XY, se desplaza con una velocidad v = 2 i_ cm /s, penetrando en el instante t = 0 en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme, B = 200 k mT, según se indica en la figura:



a) Determina la fuerza electromotriz inducida y represéntala gráficamente en función del tiempo.

b) Calcula la intensidad de la corriente en la espira si su resistencia es de 10 ohmios Haz un esquema indicando el sentido de la corriente.

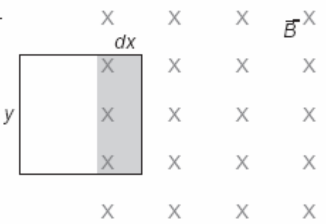
a) Al penetrar la espira en la región del campo magnético, existe un flujo magnético que atraviesa la espira que va aumentando con el tiempo hasta que la espira está completamente dentro de dicha región. Esta variación de flujo magnético induce una fuerza electromotriz en la espira que viene determinada por la ley de Farady:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El signo negativo indica que la fuerza electromotriz se opone a la variación de flujo magnético que la produce. El flujo magnético a través de la superficie de la espira se calcula mediante la expresión:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \rightarrow d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

Como se aprecia en la figura de la derecha, el elemento de superficie es:



$$dS = y \cdot dx = y \cdot v \cdot dt$$

La fuerza electromotriz, ε, es, por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B \cdot y \cdot v \cdot dt}{dt} = -B \cdot y \cdot v$$

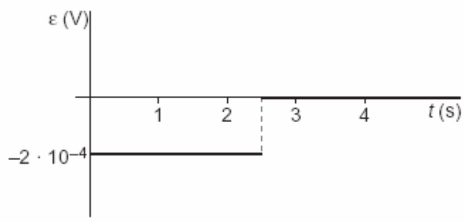
Sustituyendo valores:

$$\varepsilon = -200 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}02 = -2 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

Como hemos comentado, esta f.e.m. es inducida durante el tiempo que tarda la espira en entrar completamente en la región en que actúa el campo magnético. Posteriormente, la variación de flujo magnético, y, por tanto, la f.e.m. inducida, es nula. El tiempo que tarda la espira en entrar completamente en el campo es:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{0{,}05}{0{,}02} = 2{,}5\ \text{s}$$

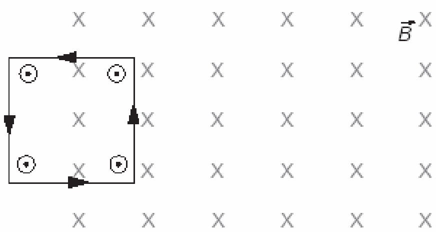
La representación gráfica de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo es la siguiente:



b) La intensidad de la corriente inducida, en valor absoluto, es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \rightarrow I = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{A}$$

El sentido de esta corriente es tal que el flujo del campo magnético creado por ella se opone al flujo del campo magnético que la induce. Por tanto, su sentido es el contrario al de las agujas del reloj.



7. Un campo magnético uniforme está confinado en una región cilíndrica del espacio, de sección circular y radio R = 5 cm, siendo las líneas del campo paralelas al eje del cilindro (esto puede conseguirse mediante un solenoide cilíndrico por el que pasa una corriente y cuya longitud sea mucho mayor que su diámetro). Si la magnitud del campo varía con el tiempo según la ley

B (t) = 5 + 10 t (dado en unidades del S.I.),

Calcula la fuerza electromotriz inducida en un anilla conductora de radio r, cuyo plano es perpendicular a las líneas de campo, en los siguientes casos:

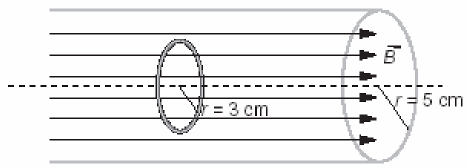
a) El radio del anillo es r = 3 cm y está situado de forma que el eje de simetría de la región cilíndrica, donde el campo es uniforme, pasa por el centro del anillo.
b) r = 3 cm y el centro del anillo dista 1 cm de dicho eje.
c) r = 8 cm y el eje pasa por el centro del anillo.
d) r = 8 cm y el centro del anillo dista 1 cm de dicho eje.

Puesto que el campo magnético es variable con el tiempo, se producirá una variación del flujo magnético que atraviesa la espira en cada instante, lo que dará lugar a una fuerza electromotriz inducida en el anillo conductor que, según la ley de Faraday, se opone a la causa que lo produce:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt}$$

Puesto que el campo magnético está confinado en una región cilíndrica del espacio, siendo el plano de la espira perpendicular al eje del cilindro, debemos considerar, en cada caso, la porción de la superficie de la espira que se encuentra bajo la acción del campo magnético.

a) El anillo conductor está atravesado completamente por las líneas del campo magnético, como se aprecia en la figura:



Los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 0°, por lo que la f.e.m. inducida en el anillo es:

$$\varepsilon = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos 0°)}{dt} = -S \cdot \frac{dB}{dt}$$

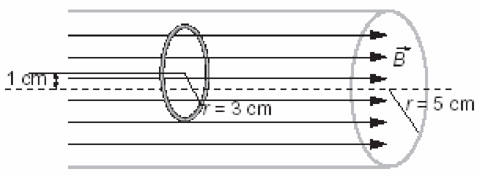
La superficie de la espira atravesada por el campo magnético es:

$$S = \pi \cdot r^2 \rightarrow S = \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

La f.e.m. inducida es, por tanto:

$$\varepsilon = -9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d(5 + 10 \cdot t)}{dt} = 9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 10 = -0{,}028 \text{ V}$$

b) En este caso, aunque no coincide el centro del anillo con el eje del cilindro, la espira sigue estando completamente en el interior de la zona de influencia del campo magnético:

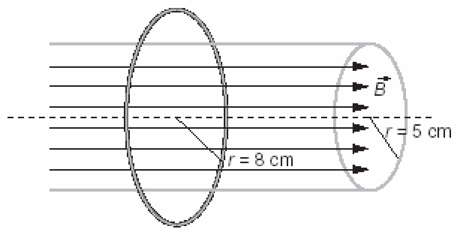


Por tanto, la superficie atravesada por el campo es la misma que en el apartado anterior, por lo que la f.e.m. inducida también lo es:

$$\varepsilon = -9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d\,(5 + 10 \cdot t)}{dt} = -0{,}028 \text{ V}$$

c) Cuando el radio del anillo conductor es mayor que el del cilindro, coincidiendo su centro con el eje del cilindro, la superficie de la espira atravesada por el campo magnético es la sección del cilindro:

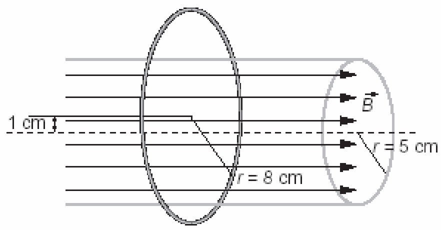
$$S = \pi \cdot R^2 \rightarrow S = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$



La f.e.m. inducida en el anillo conductor es:

$$\varepsilon = -25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d\,(5 + 10 \cdot t)}{dt} = -25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 10 = -0{,}079 \text{ V}$$

d) En esta situación, pese a estar desplazado el centro del anillo respecto al eje del cilindro, la superficie de la espira atravesada por el campo magnético es la misma que en el apartado c). Por tanto, también lo es la f.e.m. inducida:



8. Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión:

$$\mathbf{B\,(t) = 0{,}01\ t + 0{,}04\ t^2}$$

donde t está expresado en segundos y B en teslas. Calcula:

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo.

b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina para t = 5 s.

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina viene dado por la expresión:

$$\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

donde N es el número de espiras que componen la bobina; S es la superficie atravesada por el campo magnético (la sección de la bobina), y α es el ángulo que forman los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$.

En este caso, $\alpha = 0°$, puesto que el campo magnético está dirigido perpendicularmente al plano de la bobina.

Por tanto, el flujo magnético que atraviesa la bobina, en función del tiempo, es:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = 30 \cdot (0{,}01 \cdot t + 0{,}04 \cdot t^2) \cdot \pi \cdot 0{,}04^2$$

$$\Phi = 4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (t + 4 \cdot t^2) \text{ Wb}$$

b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina la obtenemos aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \varepsilon = -\frac{d\,[4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (t + 4 \cdot t^2)]}{dt}$$

$$\Phi = -4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (1 + 8 \cdot t)\ \text{V}$$

En el instante $t = 5$ s, esta f.e.m. vale:

$$\varepsilon\ (t = 5\ \text{s}) = -4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (1 + 8 \cdot 5) = -0{,}062\ \text{V}$$