ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA Y POTENCIAL ELÉCTRICO

Profesor: Florencio R: Pinela

¿Qué aprenderemos en este capítulo?

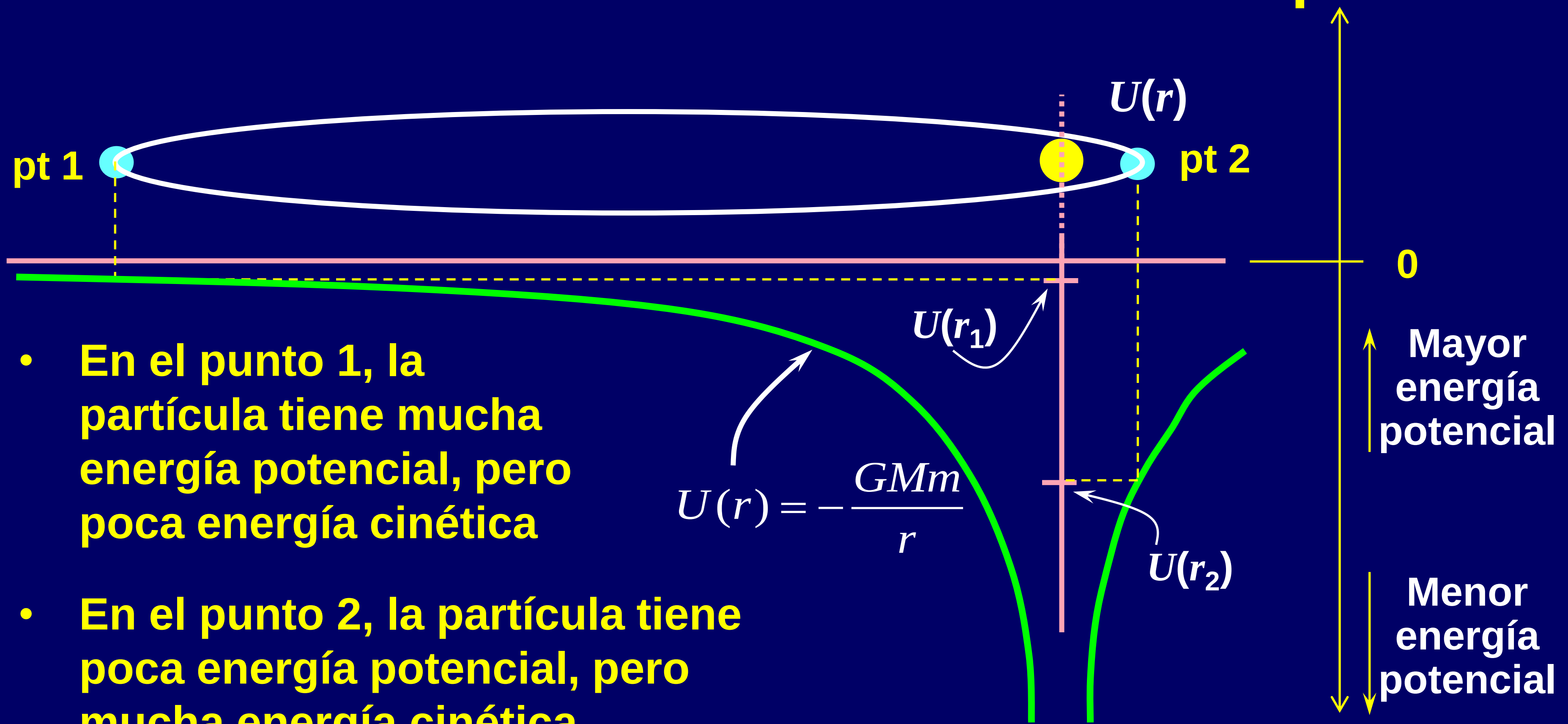
- El trabajo de una fuerza conservativa
- Relación entre el trabajo y la energía potencial
- El potencial eléctrico generado por cargas eléctricas
- Energía potencial asociada a distribuciones De carga
- La diferencia de potencial

¿Qué aprenderemos en este capítulo?

- Calculo del potencial eléctrico para partículas y distribuciones continuas de carga
- El potencial eléctrico en conductores con carga en reposo
- Superficies equipotenciales

Ejemplo: La Fuerza Gravitacional es conservativa (y de atracción): recordando!

- **Considere un cometa en una órbita elíptica**

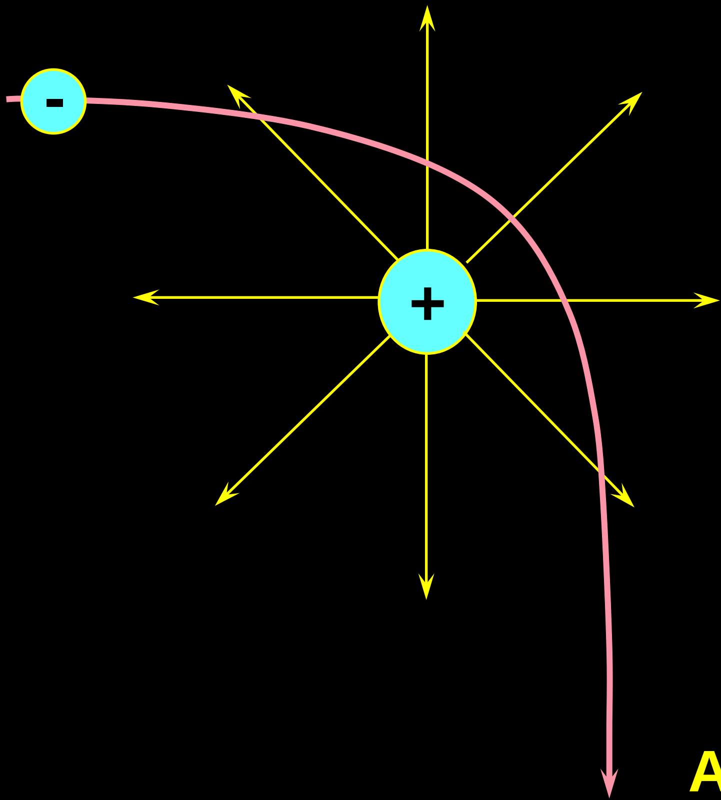


- **En el punto 1, la partícula tiene mucha energía potencial, pero poca energía cinética**
- **En el punto 2, la partícula tiene poca energía potencial, pero mucha energía cinética**

La energía total = $K + U$ es constante!

La fuerza eléctrica es conservativa, también!!

- Considere una partícula cargada viajando a través de una región en la que hay un campo eléctrico estático:



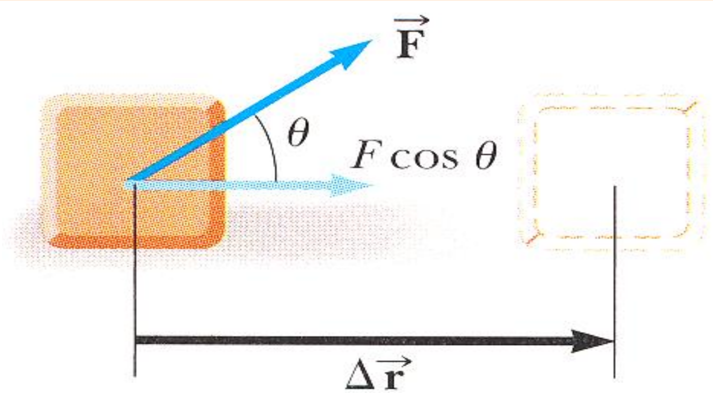
- Una carga negativa es atraída hacia la carga positiva fija
- La carga negativa tiene más energía potencial y menos energía cinética lejos de la carga positiva fija, y…
- Más energía cinética y menos energía potencial cerca de la carga fija positiva.
- Pero, la energía total es conservada

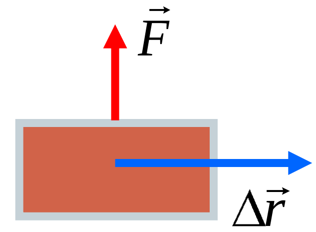
Ahora discutiremos la energía potencial eléctrica y el potencial electrostático….

Trabajo Hecho por una Fuerza Constante

- **El trabajo W hecho sobre un sistema por un agente externo ejerciendo una fuerza constante sobre el sistema, es el producto de la magnitud de la fuerza F, la magnitud del desplazamiento Δr, y el cosθ, donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento.**

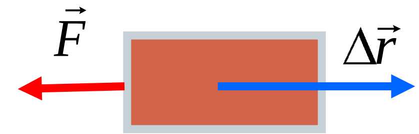
$$W \equiv \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\Delta r\cos\theta$$





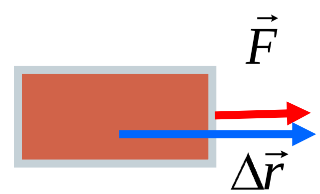
I

$$W_I = 0$$



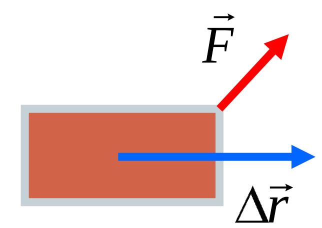
II

$$W_{II} = -F\Delta r$$



III

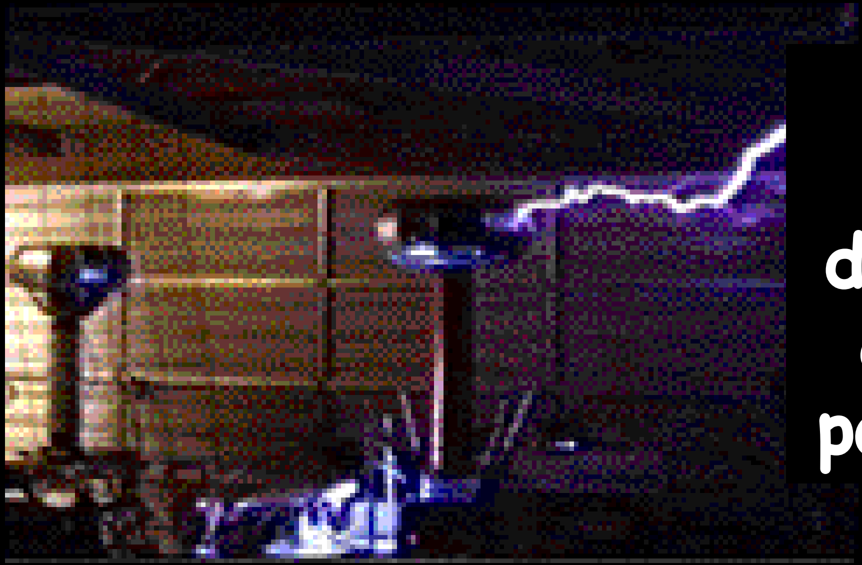
$$W_{III} = F\Delta r$$



IV

$$W_{IV} = F\Delta r\cos\theta$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

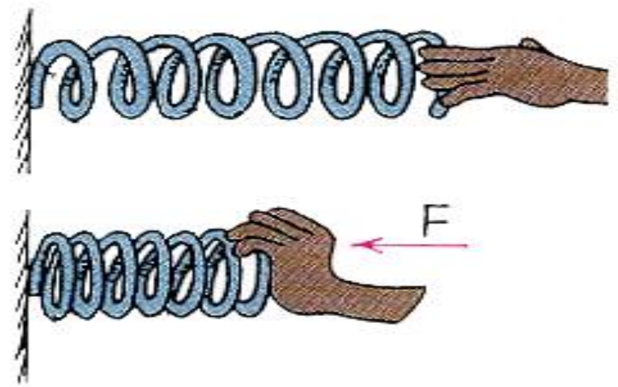


Es la cantidad de <u>energía potencial</u> que tiene una determinada configuración de carga eléctrica, debido a su posición en un campo eléctrico

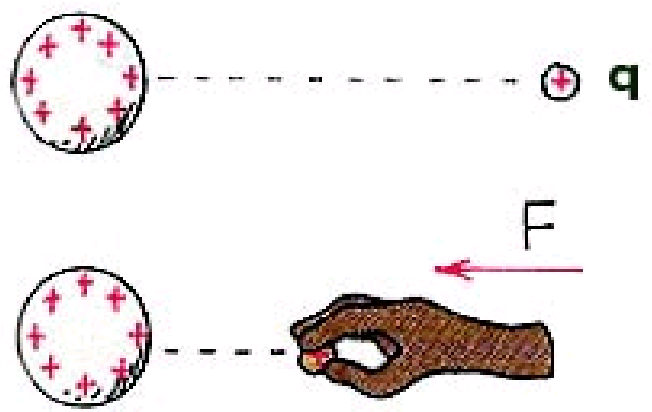
¿Cuánto trabajo se realizó para "colocar" la carga?

ENERGÍA POTENCIAL MECÁNICA Y ELÉCTRICA

- Este resorte tiene más energía potencial cuando está comprimido



- De igual manera, la carga tendrá mayor energía potencial cuando se las empuja para acercarla. Pero menor energía potencial si se la libera

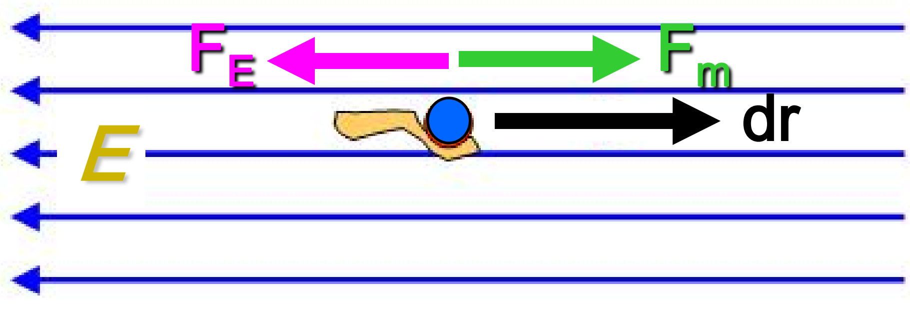


LA ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE UNA PARTÍCULA: DOS ASPECTOS IMPORTANTES

- Si soltamos del reposo, *cualquier* partícula cargada (*positiva o negativa*), la partícula se va a acelerar desde *una posición con mayor energía potencial eléctrica a posiciones con menor energía potencial eléctrica*.

○ **Cada vez que realizamos trabajo sobre una carga, esta variará su energía potencial, aumentándola o disminuyéndola, dependiendo del trabajo realizado sobre ella**

Pregunta de concepto



W_m es el trabajo realizado por la mano sobre la bola
W_E es el trabajo realizado por el campo E sobre la bola.

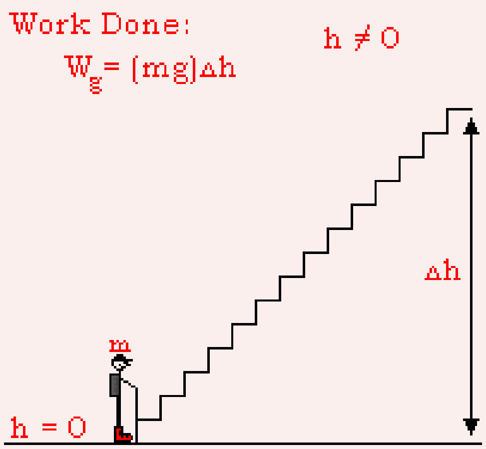
¿Cuál de las siguientes alternativas es correcta?

A) $W_m > 0$ y $W_E > 0$
B) $W_m > 0$ y $W_E < 0$
C) $W_m < 0$ y $W_E < 0$
D) $W_m < 0$ y $W_E > 0$

El Trabajo Mecánico Convirtiéndose en Energía Potencial Eléctrica

A medida que el mono realiza trabajo sobre la carga positiva, en contra del campo eléctrico, él incrementa la energía potencial de la carga. Mientras más cerca la lleva, mayor es la energía potencial que la carga adquiere. Cuando el mono libera la carga, el campo realiza trabajo sobre ella, transformando su energía potencial eléctrica en energía cinética.

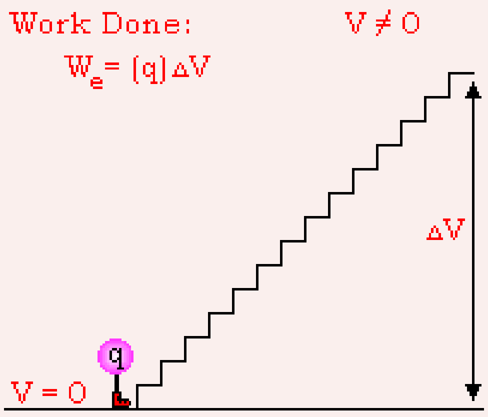
$$W_{mono} = \Delta U_e$$



La energía final U_f del sistema se incrementará por la misma cantidad:

→ $\Delta U = U_f - U_i = \Delta W$

→ <u>ΔW: trabajo realizado</u>



Energía Potencial Eléctrica de agrupación de partículas

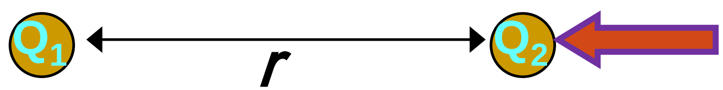
- **Imagine dos cargas positivas, una con carga Q_1, y la otra con carga Q_2:**

La energía potencial de un grupo de partículas es equivalente al trabajo necesario para formar la configuración.

Si las cargas están inicialmente muy separadas, podemos decir que la energía potencial inicial U_i de la interacción (configuración) es cero

Energía potencial eléctrica, cont.

- **Suponga que Q_1 esta fija en el origen.**
- **Cuál es el trabajo requerido para mover Q_2, inicialmente en el infinito, hasta una distancia r?**



$$\int_{\infty}^{r} \vec{F}_{nuestra} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} \vec{F}_{coul.} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} Q_2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} dr$$

$$\boxed{W = U = kQ_1Q_2 \left.\frac{1}{r}\right|_{\infty}^{r} = \frac{kQ_1Q_2}{r}}$$

Energía potencial eléctrica asociada a la configuración de dos partículas separadas una distancia r.

$$\Delta W = \int_{\infty}^{r} \vec{F}_{nuestra} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} \vec{F}_{coul.} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} dr = kQ_1Q_2 \left.\frac{1}{r}\right|_{\infty}^{r} = \frac{kQ_1Q_2}{r}$$

- **Que pasaría si Q_2 fuera negativa (pero que Q_1 se mantenga positiva)?**

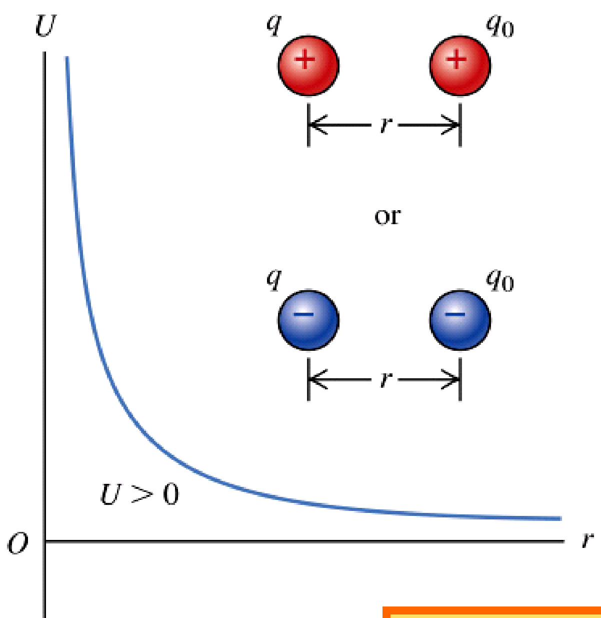
- **El trabajo "requerido" por nosotros sería *negativo* → las cargas tratarían de juntarse.**

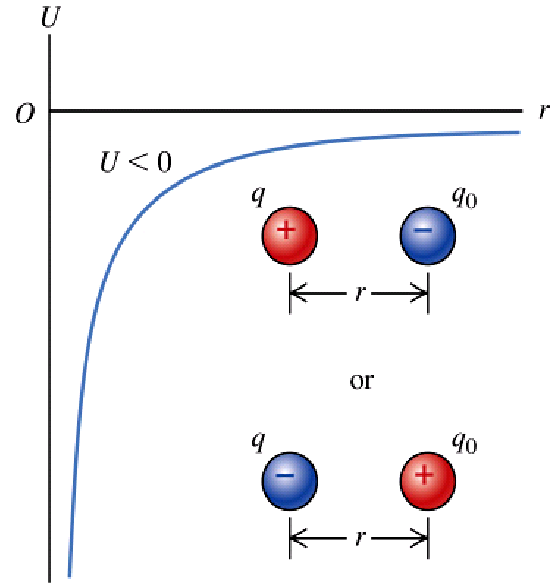
$$U = -\frac{kQ_1Q_2}{r}$$

En éste caso, la energía final es negativa!

Las partículas cuando se liberan se moverán para minimizar su energía potencial. Se alejan si es positiva y se acercan si es negativa.

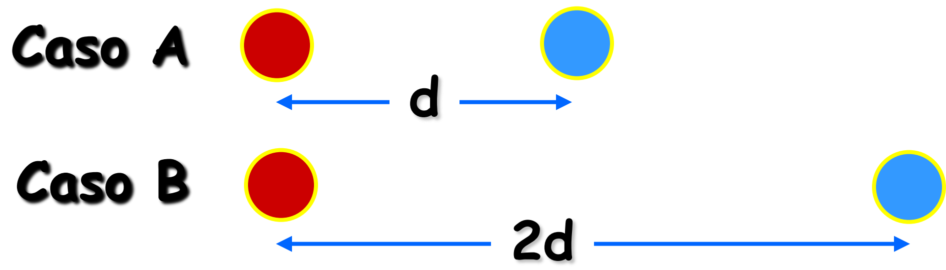
Energía Asociada a la Configuración de <u>Dos Partículas</u>: resumen





$$\boxed{W = U = \frac{kQ_1Q_2}{r}}$$

ACTIVIDAD



En el caso A las dos cargas de igual magnitud pero de signo contrario se encuentran separadas una distancia d. En el caso B las mismas cargas están separadas por una distancia 2d. ¿Cuál configuración tiene la mayor energía potencial?

A) Caso A

B) Caso B

C) la energía potencial es la misma debido a que la carga total es cero en ambos casos.

Energía Potencial Eléctrica: Energía Nuclear

Ejemplo 1: Fisión Nuclear

(los electrones están "muy" lejos)

$^{235}\mathrm{U}_{\text{núcleo}}$ + n → Ba Kr

(92 protones) (56 p) (36 p)

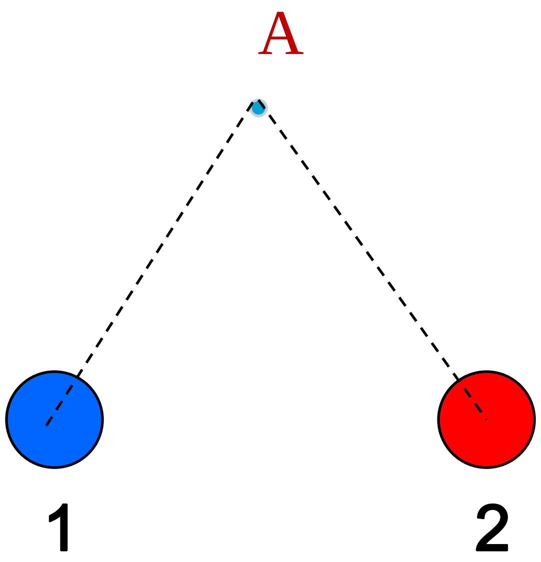
Cuál es la energía potencial de los dos nucleídos?

$$U=\frac{kq_1q_2}{d}=\frac{(9x10^{9})(56e)(36e)\dfrac{1.6\bullet 10^{-19}\,\mathrm{C}}{\mathrm{e}}}{14.6x10^{-15}\,\mathrm{m}}=\mathrm{e}(2x10^{8}\,\mathrm{V})\quad =200\ \mathrm{MeV}$$

Compárelo con la energía típica liberada en una reacción química, ~10eV**.**
Permitiendo que los dos fragmentos se aparten, esta energía potencial → energía cinética → calor → mueve una turbina → genera electricidad.

Pre-vuelo:

Dos cargas de igual magnitud pero de signos diferentes se colocan a igual distancia desde el punto A.



Si una tercera carga es añadida al sistema y colocada en el punto A, ¿Cómo cambia la energía potencial eléctrica de la colección de las tres cargas ?

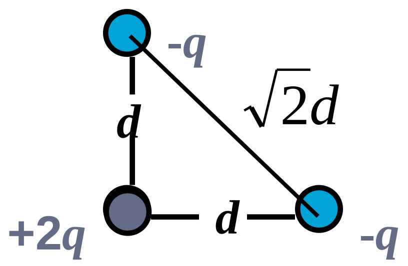
a) incrementa

b) disminuye

c) No cambia

Energía Potencial Eléctrica Para Grupos de más de dos Partículas

- **Ejemplo: Cuál es la energía potencial de esta agrupación de cargas?**

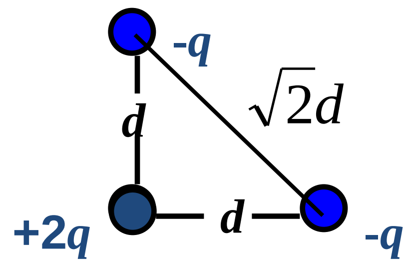


Paso 1: Traiga +2q desde el infinito. Esto NO cuesta nada (NO SE REQUIERE TRABAJO).

Paso 2: Traiga una carga -q. La fuerza es de atracción! *El trabajo requerido es negativo*:

$$U_{(+2q\,y-q)} = \frac{(2q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$U_{(+2q\,y-q)} = \frac{(2q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d}$$



Paso 3: Traiga la 2da carga -q. Esta es atraída por la carga +2q, pero repelida por la otra carga -q. El trabajo para colocar esta carga es

$$U_{(al\,llevar-q)} = \frac{(2q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{(-q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}d}$$

La energía de la agrupación de las tres cargas es

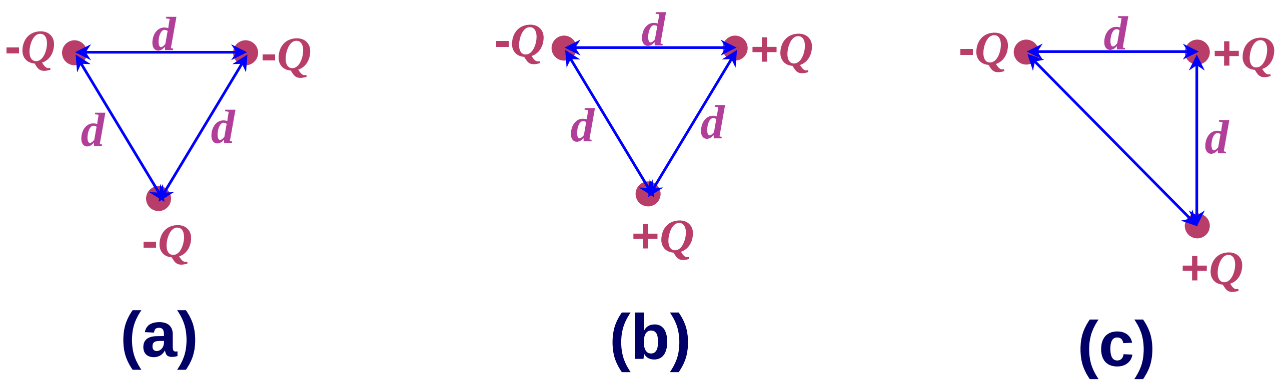
$$U_{(3cargas)} = \left\{\frac{(2q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{(2q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{(-q)(-q)}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}d}\right\} = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left\{4-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$$

Una cantidad ***negativa*** de trabajo fue requerida para traer estas tres cargas desde el infinito hasta su posicion final (*i.e.*, la fuerza de atracción entre las cargas es mayor que la fuerza repulsiva).

La energía potencial del sistema, de N cargas, es definido como la suma algebraica de los trabajos requeridos para formar la configuración.

Comprobemos conceptos

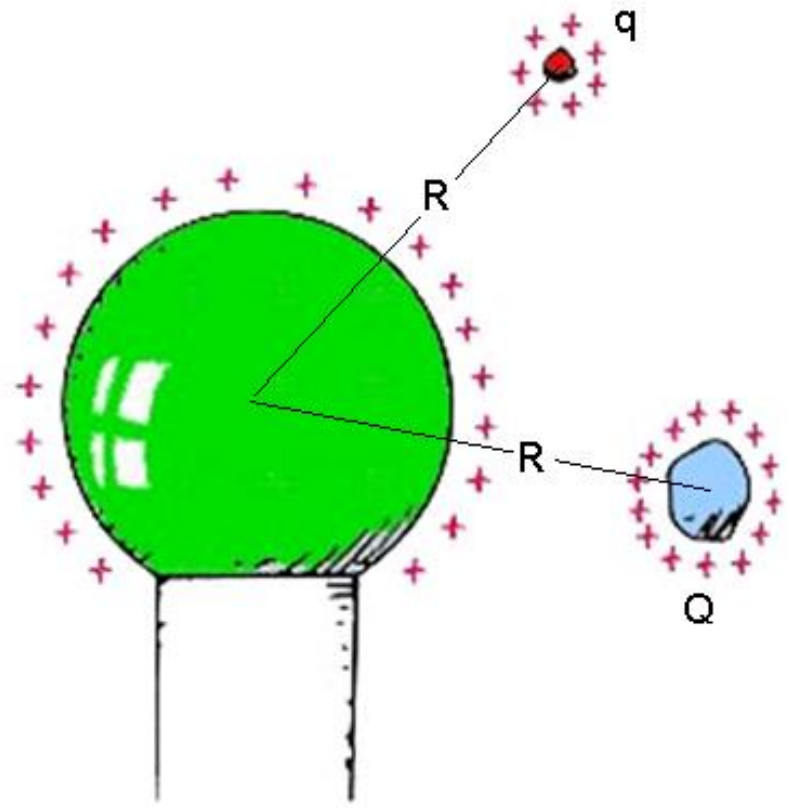
- **Considere las 3 colecciones de cargas puntuales mostradas abajo.**
  - **¿Cuál de las colecciones tiene la menor energía potencial?**



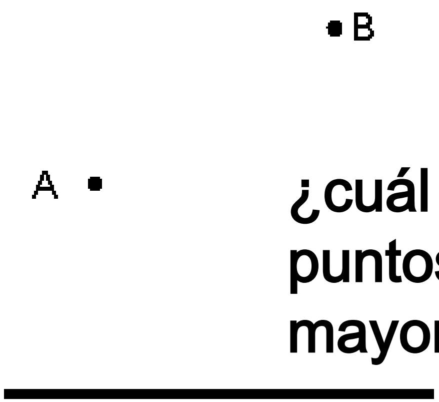
PRE-VUELO

Potencial Eléctrico vs Energía Potencial Eléctrica

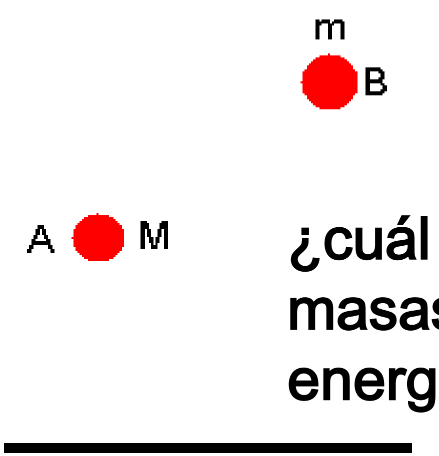
- ¿Cuál carga tiene mayor potencial eléctrico?
- ¿Cuál tiene mayor energía potencial?



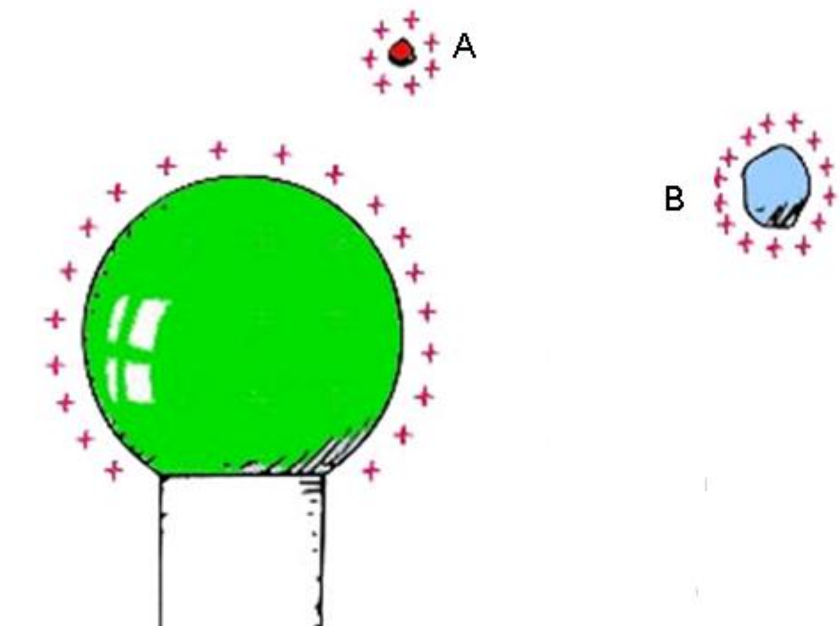
Analogía entre el potencial y la energía potencial – gravitatoria y eléctrica.



¿cuál de los dos puntos está a mayor potencial?



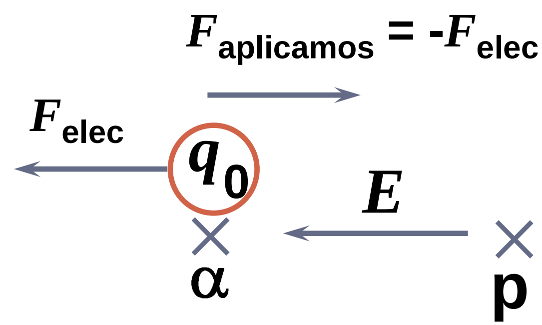
¿cuál de las dos masas tiene mayor energía potencial?



Para responder aquí las mismas preguntas necesitamos saber cuál de los dos puntos, A o B, está a mayor potencial

El Potencial Eléctrico en un Punto: Definición

Se define el potencial eléctrico en un punto p, como el trabajo por unidad de carga que se necesita realizar para traer la carga desde el infinito al punto p.

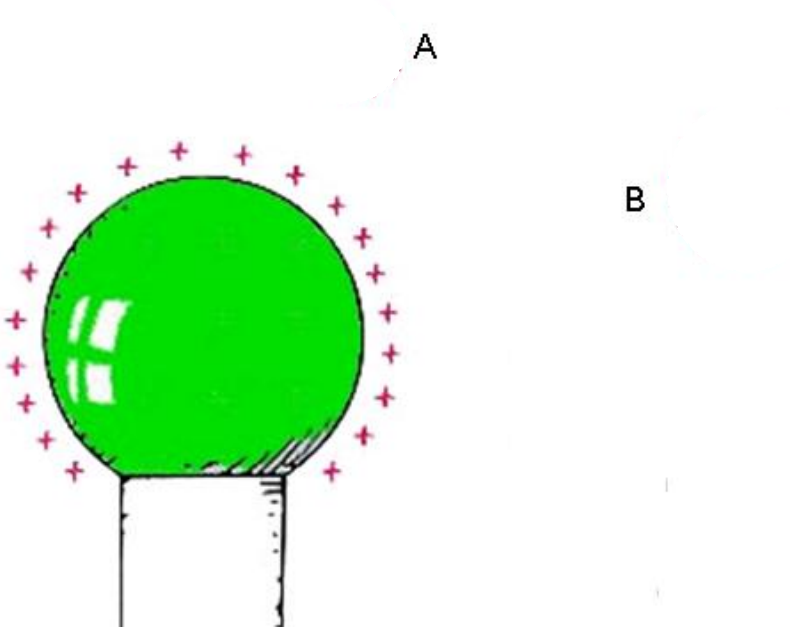


$$V(x,y,z) = \frac{U(x,y,z)}{q_o} \qquad \Rightarrow U = qV$$

$$V_p = \frac{W_{\infty \to p}}{q_o} = \frac{-\int_{\infty}^{p} q_o \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q_o} = -\int_{\infty}^{p} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \boxed{-\int_{\infty}^{p} E \cdot dr}$$

$V(x,y,z)$ es un campo escalar, definido en cualquier lugar en el espacio.

¿Cuál de los puntos, A o B, está a mayor potencial



Se encuentra a mayor potencial quien requiera mayor trabajo por unidad de carga para traer una carga desde el infinito hasta ese punto.

$$V_A > V_B$$

Si se colocan cargas Q_A y Q_B en los puntos A y B, ¿en qué caso se requiere de mayor energía?

$$U = qV$$

Depende de los valores de Q_A y Q_B

UNIDADES DEL POTENCIAL Y ENERGIA POTENCIAL

- Unidad del S.I. del Potencial Eléctrico: Voltio (V)

  1 voltio = 1 joule/coulomb

  1 J = 1 VC y 1 J = 1 N m

- Campo Eléctrico: 1 N/C = (1 N/C)(1 VC/J)(1 J/Nm) = 1 V/m

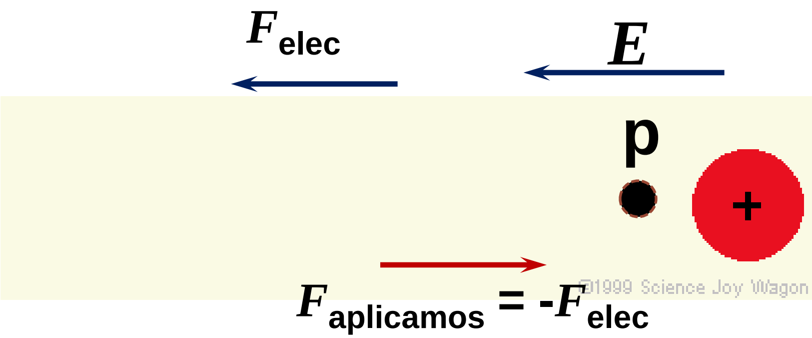
- Energía Eléctrica: 1 eV = e(1 V)

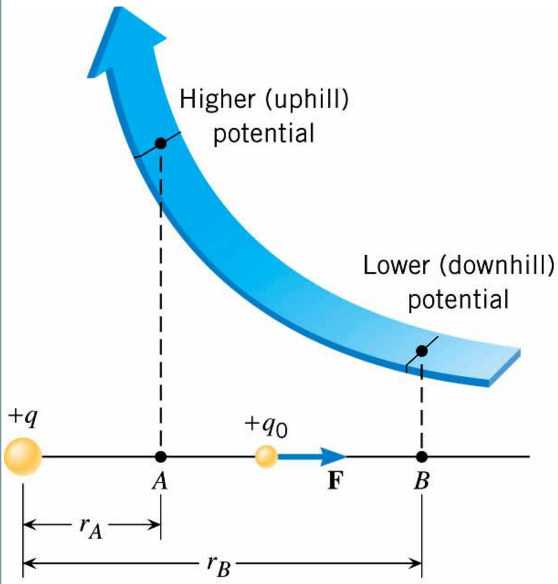
  $= (1.60\times10^{-19}\ \mathrm{C})(1\ \mathrm{J/C}) = 1.60\times10^{-19}\ \mathrm{J}$

El Potencial Eléctrico de una Partícula

- *Como solamente se definen diferencias de potencial, para definir, o determinar, el potencial eléctrico en un punto, necesitamos tomar como cero el potencial en otro punto, este punto por definición es el "infinito".*

$$V_p = \frac{W_{\infty \to p}}{q} = \frac{-\int_{\infty}^{p} q\,\vec{E} \cdot d\vec{l}}{q} = -\int_{\infty}^{p} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$





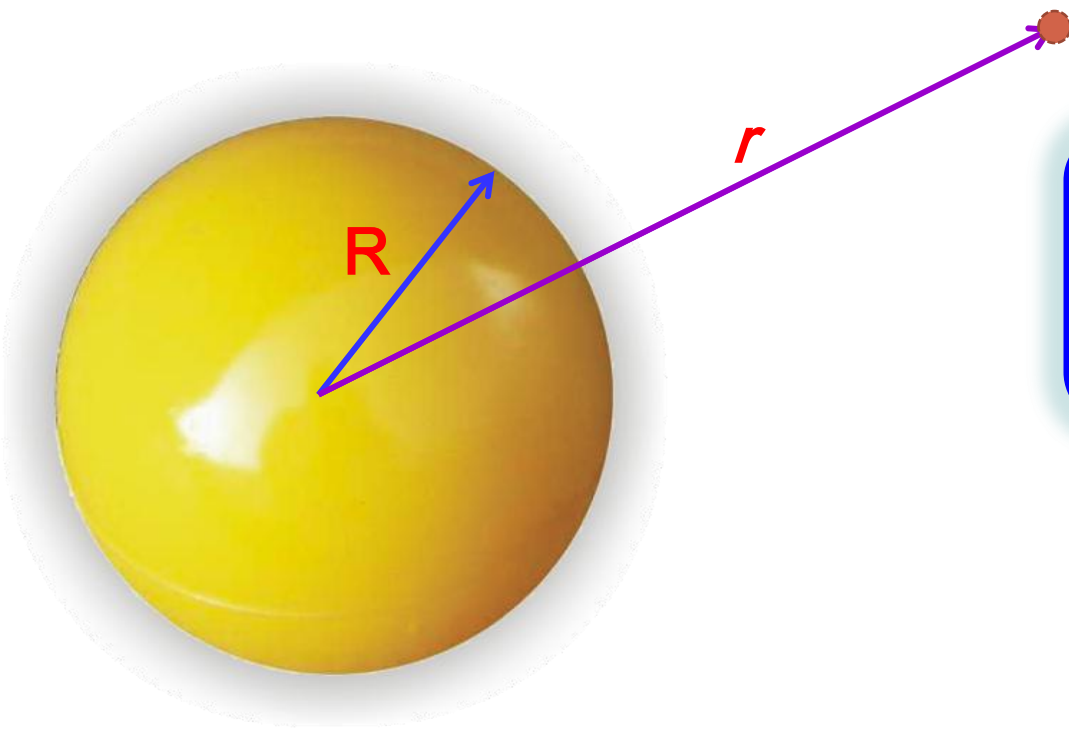
$$V_p = -\int_{\alpha}^{r} E\,dr = -\int_{\alpha}^{r} \frac{kq}{r^2}\,dr$$

$$V_p = -kq\int_{\alpha}^{r} \frac{dr}{r^2} = kq\left[\frac{1}{r}\right]_{\alpha}^{r}$$

$$\boxed{V_p = \frac{kq}{r}}$$

Positivo o negativo dependiendo del signo de la carga

Esta expresión del potencial V, es válida también para ***puntos fuera*** de esferas ($r \geq R$) con carga distribuidas de manera uniforme. Conductoras o dieléctricas

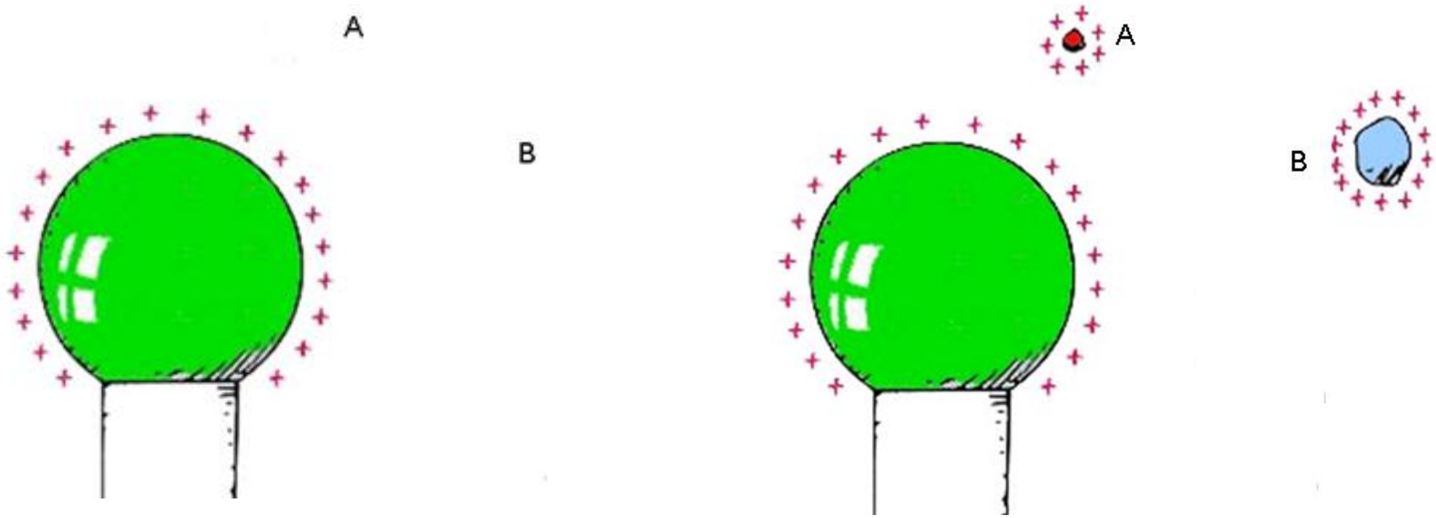


$$V_p = \frac{kq}{r}$$

¿Son 5000 Voltios Peligrosos?

- NO!!!
- Cuando añadimos 1 billón de electrones a un globo, este adquiere un potencial eléctrico de 5000 voltios

IMPORTANTE



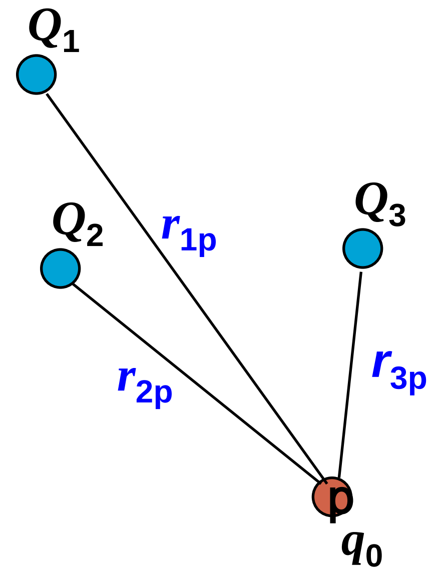
- **Potencial Eléctrico V es una propiedad de un campo eléctrico, independiente de que una carga haya sido colocada en el campo. Es medido en Joules/Coulomb o Volts.**

- **Energía Potencial Eléctrica U es la energía de un objeto cargado en un campo eléctrico externo. Se mide en Joules.**

El Potencial Eléctrico de N partículas

- **Considere que tenemos tres cargas fijas en el espacio.**

Calculemos el potencial en el punto p creado por las tres cargas



¿Cuánto trabajo se requiere para colocar una carga q_0 en el punto p?

¡Cuidado! No confunda el trabajo para formar una determinada configuración de cargas, con el trabajo para colocar una carga

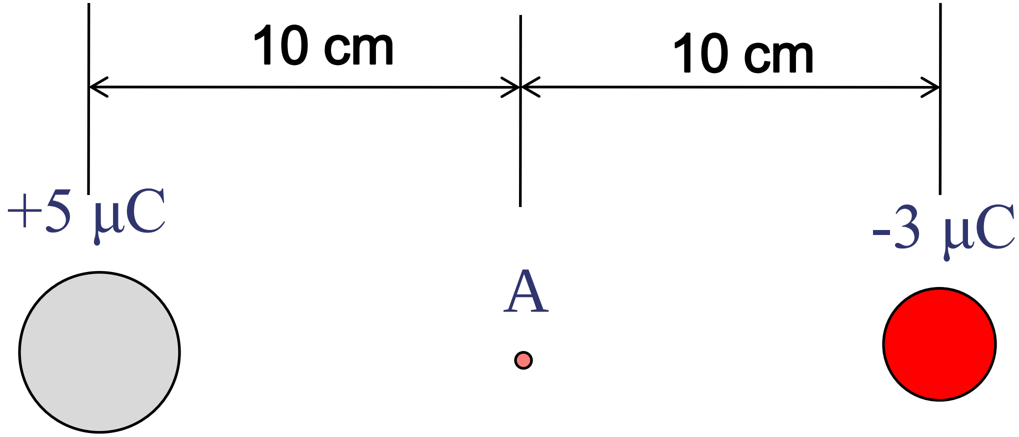
$$U=\left(k\frac{q_oQ_1}{r_{1p}}+\quad k\frac{q_oQ_2}{r_{2p}}+k\frac{q_oQ_3}{r_{3p}}\right)$$

Por lo tanto el potencial en el punto p es;

$$\boxed{V_p=\frac{U}{q_0}=\left(k\frac{Q_1}{r_{1p}}+\quad k\frac{Q_2}{r_{2p}}+k\frac{Q_3}{r_{3p}}\right)}$$

¡Válido para partículas distribuidas de manera discreta!

ACTIVIDAD:



Dos cargas $q_1 = +\,5\ \mu C$, $q_2 = -3\mu C$ son colocadas a igual distancia De un punto A. ¿Cuál es el potencial eléctrico del punto A?

a) $V_A < 0$

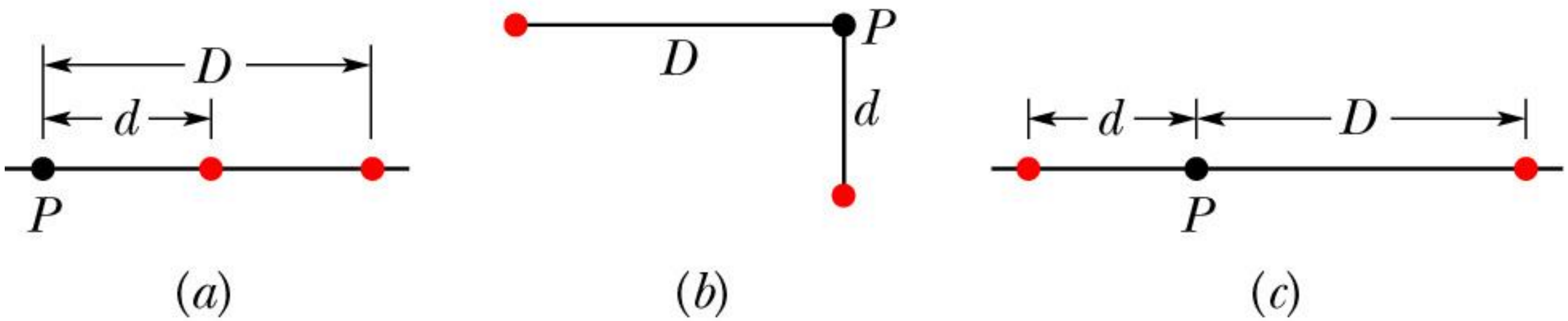
b) $V_A = 0$

c) $V_A > 0$

PREGUNTA DE CONCEPTO:

La figura muestra tres arreglos de dos protones.

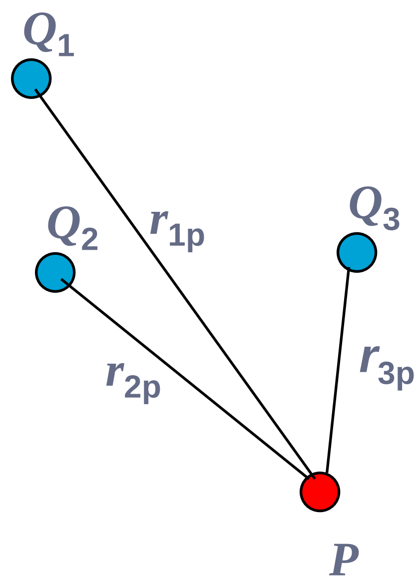
¿En cuál de los gráficos es mayor el potencial eléctrico en el punto P producido por los protones?.



1. En (a)
2. En (b)
3. En (c)
4. Igual en los tres

El Potencial Eléctrico en un Punto: Resumen

$$V_p = \frac{U}{q_0} = \left(k\frac{Q_1}{r_{1p}} + \ k\frac{Q_2}{r_{2p}} + k\frac{Q_3}{r_{3p}} \right)$$



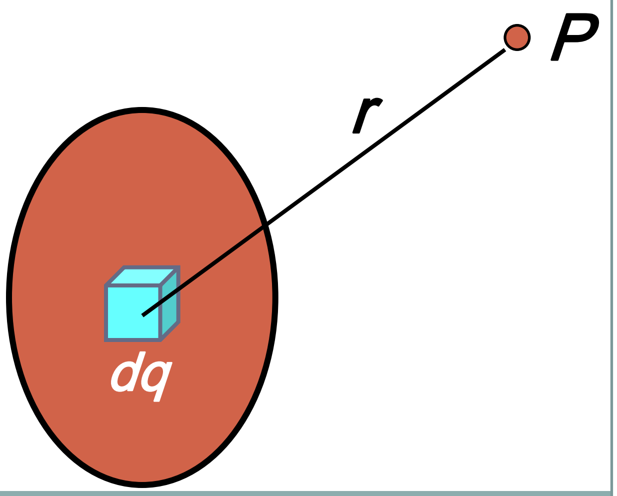
$$V_P = k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad Suma\ algebraica$$

¡Válido para partículas distribuidas de manera discreta!

$$V_P = k\int\frac{dq}{r}$$

¡Válido para distribuciones contínuas de carga!

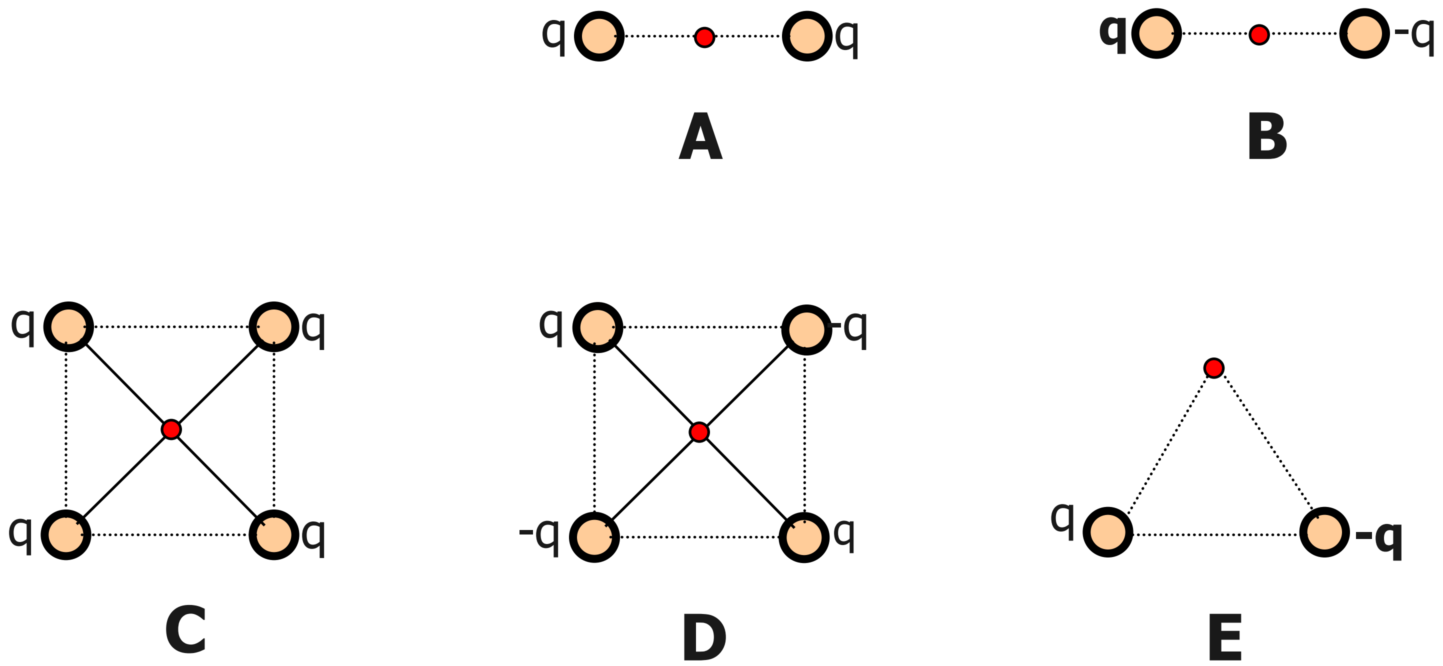
$$dq = \begin{cases} \lambda dx \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$



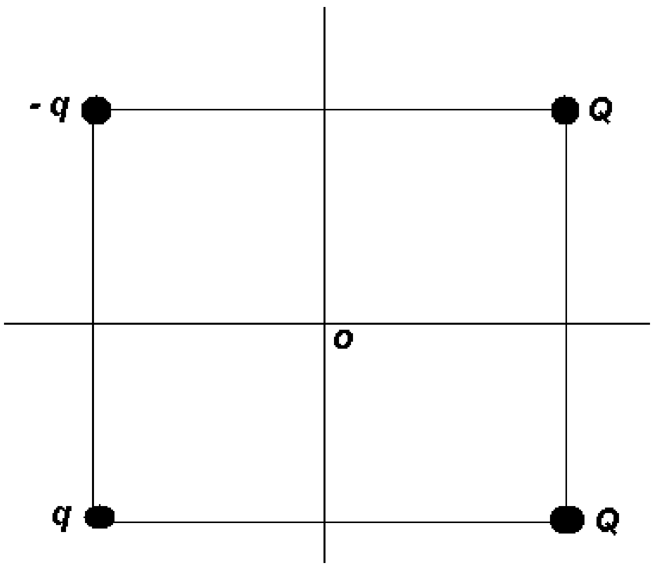
- La suma es algebraica, no es suma vectorial.
- E puede ser cero donde V no es igual a cero.
- V puede ser cero donde E no es igual a cero.

Campo Eléctrico y Potencial Eléctrico

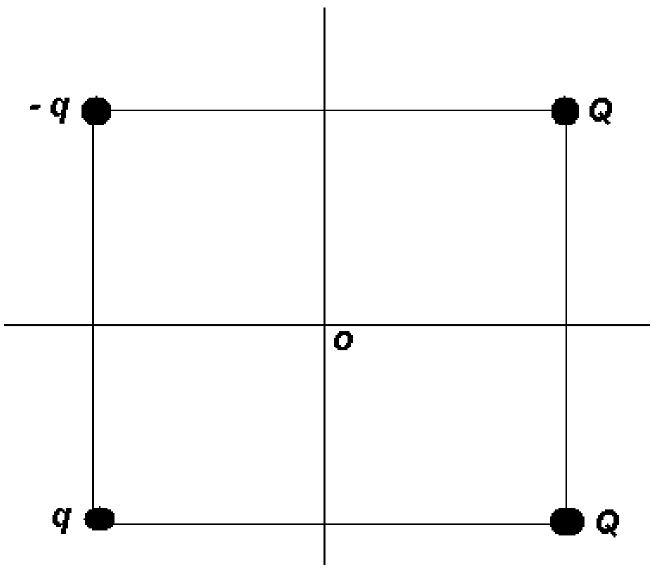
¿Cuál de las siguientes figuras tienen V=0 y E=0 en el punto rojo?



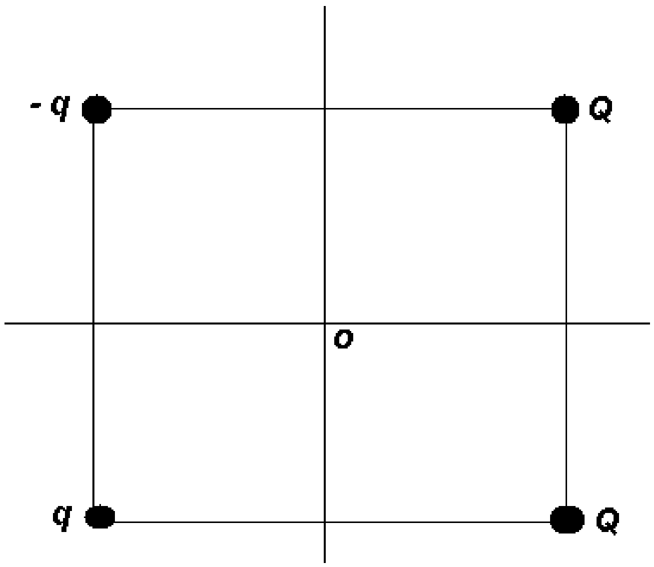
Cuatro cargas se ubican en las esquinas de un cuadrado de lado a = 10 cm. Las cargas tienen valores de: q = 2 μC y Q = 5 μC. Determine el valor de la energía potencial eléctrica asociada a la configuración de las cuatro partículas.



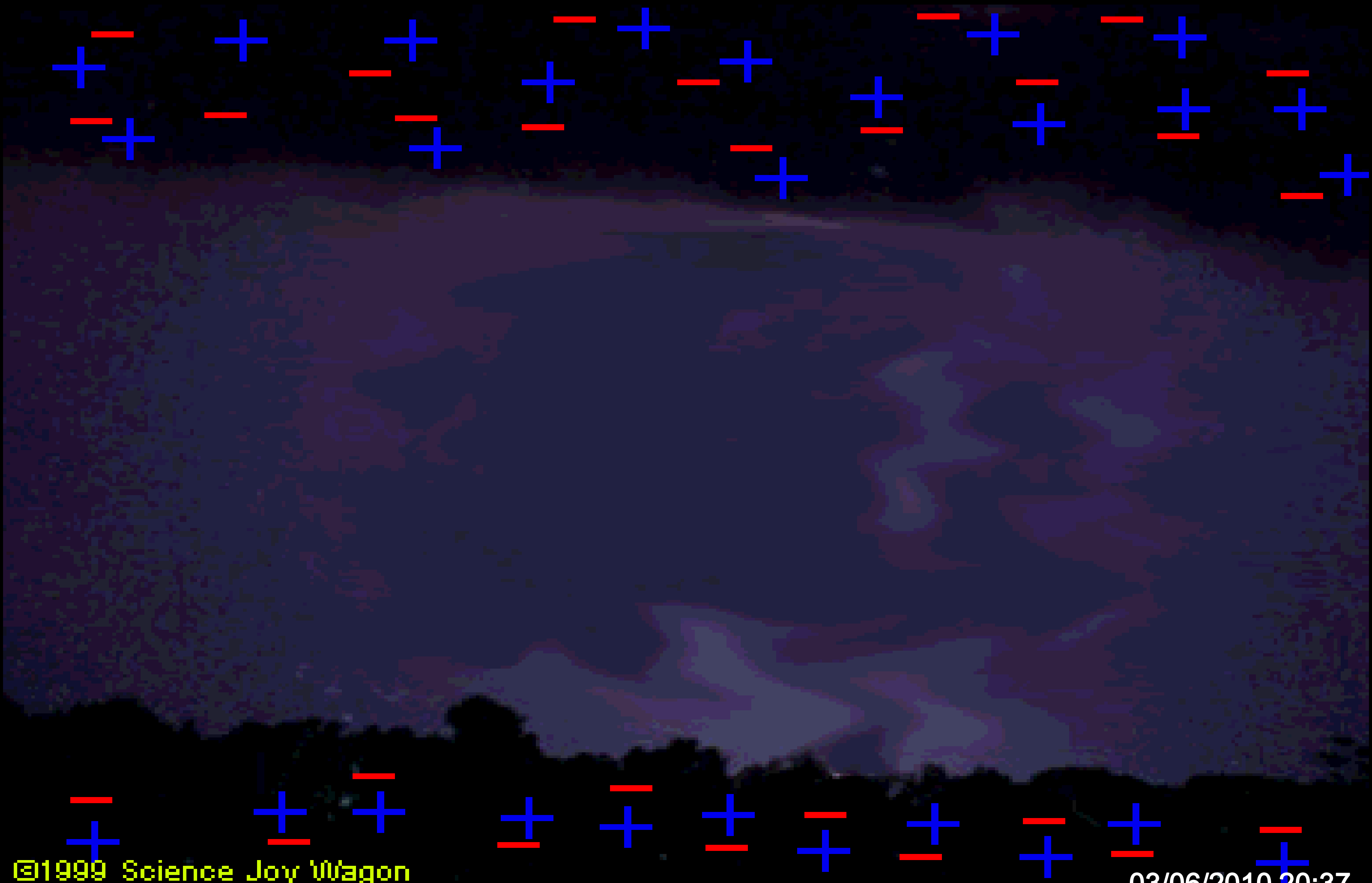
Cuatro cargas se ubican en las esquinas de un cuadrado de lado a = 10 cm. Las cargas tienen valores de: q = 2 μC y Q = 5 μC. Determine el valor del potencial eléctrico en el centro del cuadrado. Considere cero el potencial en el infinito.



Cuatro cargas se ubican en las esquinas de un cuadrado de lado a = 10 cm. Las cargas tienen valores de: q = 2 μC y Q = 5 μC. Determine el valor de la energía requerida para colocar una carga de 1 μC en el centro del cuadrado. Considere cero el potencial en el infinito

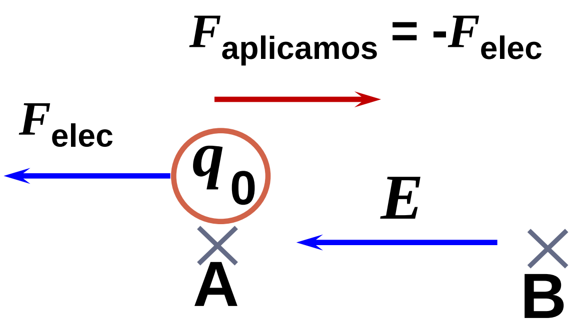


DIFERENCIA DE POTENCIAL



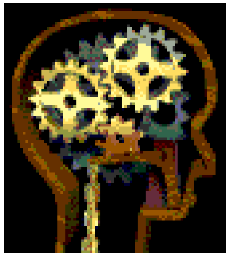
03/06/2010 20:37

Diferencia de Potencial Eléctrico, en términos de *E*



- Suponga que q_0 es movida desde A hasta B en la presencia de un campo eléctrico E.
  - Para llevar la carga q_o debemos realizar trabajo $W_{AB} \equiv W_{A\rightarrow B}$:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{aplicamos} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B \vec{F}_{elec} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

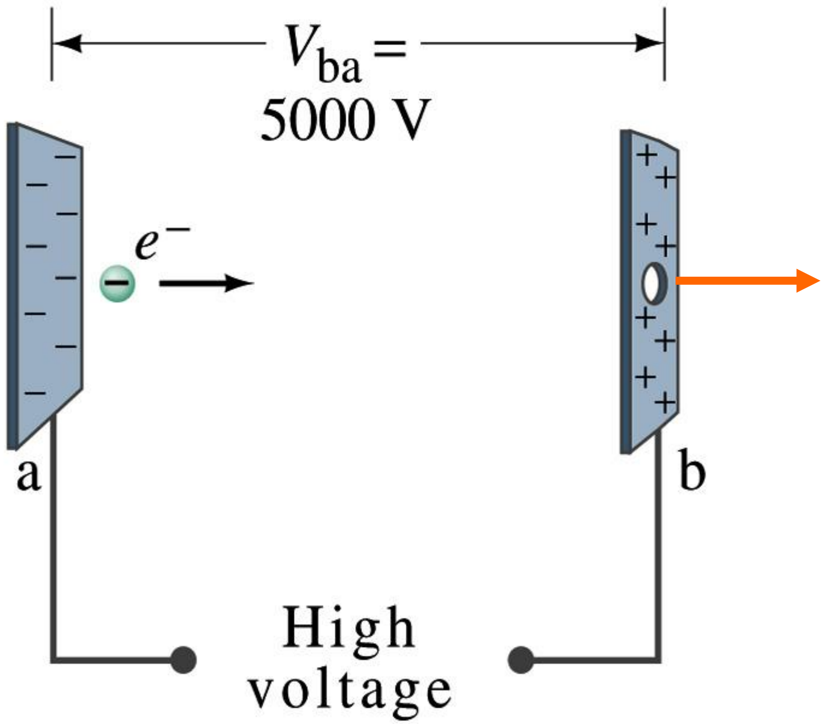


$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_o} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

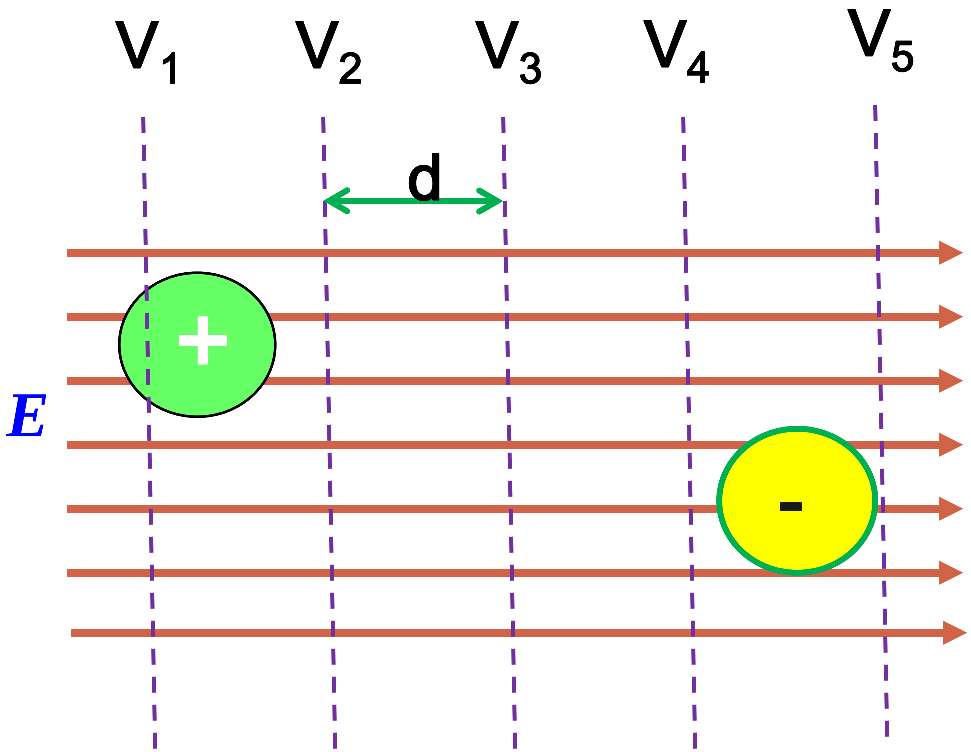
Para usar esta expresión necesitamos conocer la distribución del campo E(r) entre los puntos *A* y *B*

EJEMPLO:

Un electrón se acelera desde el reposo. Determine la EC con la que pasa por la placa b y el valor de su velocidad.



DIFERENCIA DE POTENCIAL EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME



$$V_B - V_A \equiv \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{l}$$

$$V_2 - V_3 = -\int_3^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

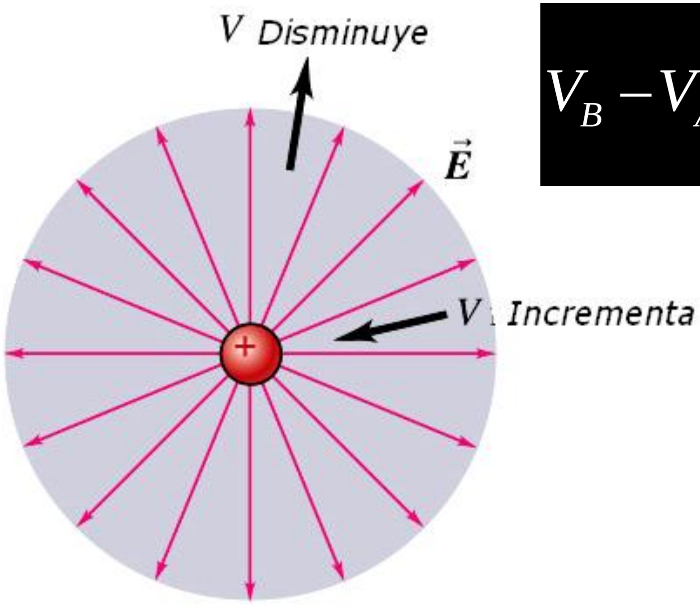
$$V_2 - V_3 = -\int_3^2 E dl \cos 180^o$$

$$\boxed{V_2 - V_3 = Ed}$$

LAS CARGAS POSITIVAS SE MUEVEN EN LA DIRECCION EN QUE DISMINUYE EL POTENCIAL

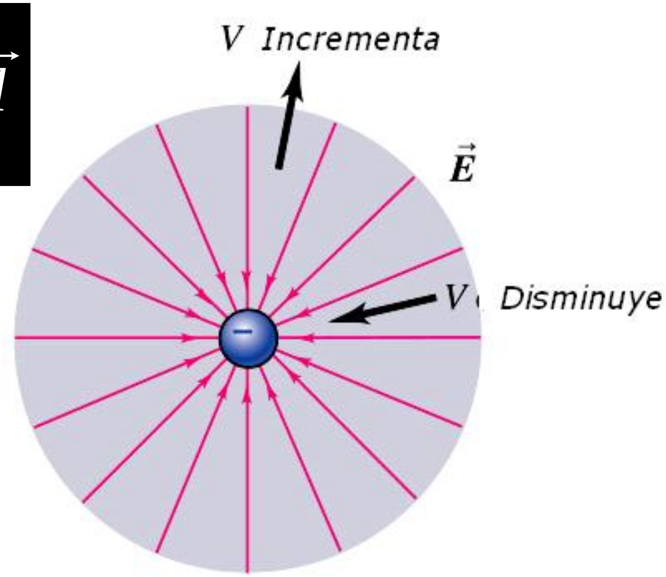
EL CAMPO ELECTRICO APUNTA EN LA DIRECCION EN QUE DISMINUYE EL POTENCIAL

•El signo negativo significa que el campo eléctrico apunta en la dirección en que disminuye el potencial



(a)

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_o} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



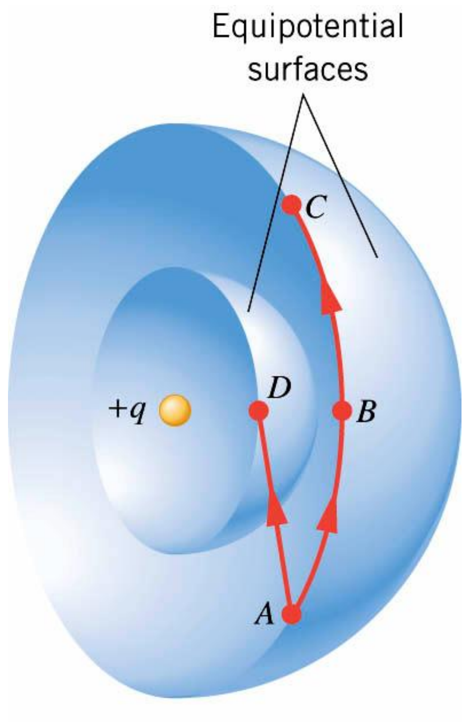
(b)

La diferencia de potencial es CERO al movernos en dirección perpendicular al campo

Suelte una carga positiva en un punto, la carga POSITIVA siempre se dirige a regiones de menor potencial!

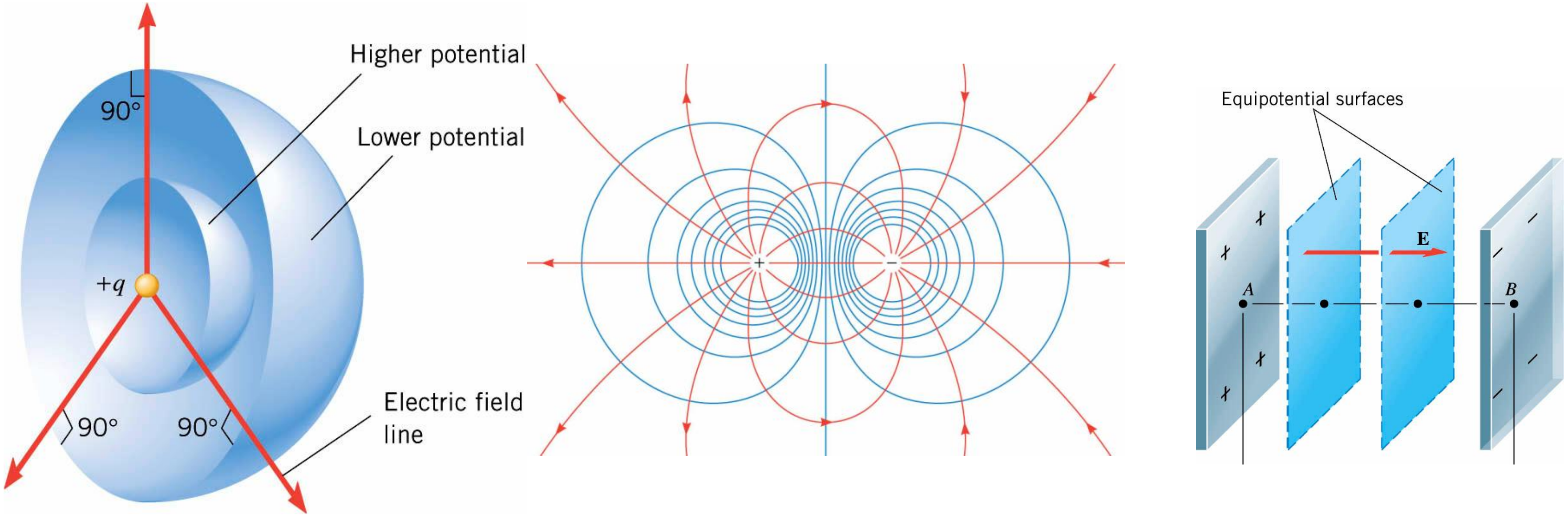
Superficies Equipotenciales

- La expresión $V = k\, q/r$ implica que todos los puntos a la *misma* distancia r desde una carga puntual q tienen el *mismo potencial*
- Todas estas localizaciones forman una superficie llamada una *equipotencial* (*superficie*)
- Así, existe un número infinito de *superficies equipotenciales*, una por cada valor de r
- La *fuerza eléctrica* NO realiza trabajo cuando la carga se mueve sobre una *superficie equipotencial*
  - Tal como sobre la trayectoria *ABC*
  - Pero la fuerza *realiza trabajo* para el camino *AD*



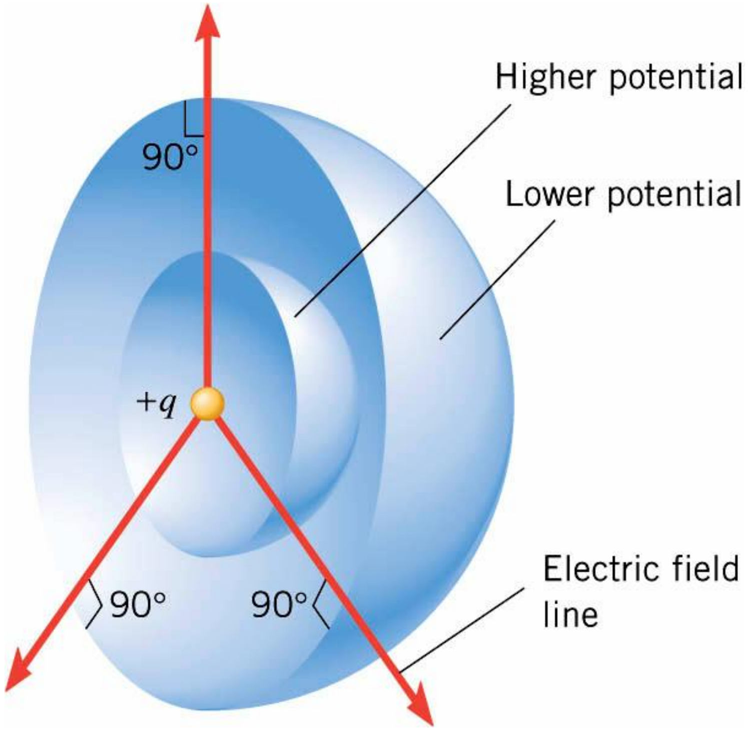
Equipotenciales & Líneas de Campo

- Las *superficies equipotenciales* de un grupo de cargas generalmente no son esféricas
- En cada punto sobre una *superficie equipotencial*, el *campo eléctrico …*
  - es *perpendicular* a la superficie
  - apunta en la dirección en que *disminuye el potencial*



Ejemplo: Equipotenciales de una carga puntual

- Dos superficies equipotenciales rodean una carga puntual de $+1.50\times10^{-8}$ C. ¿Qué distante radial separa la superficie de 190 V de la superficie de 75.0 V?



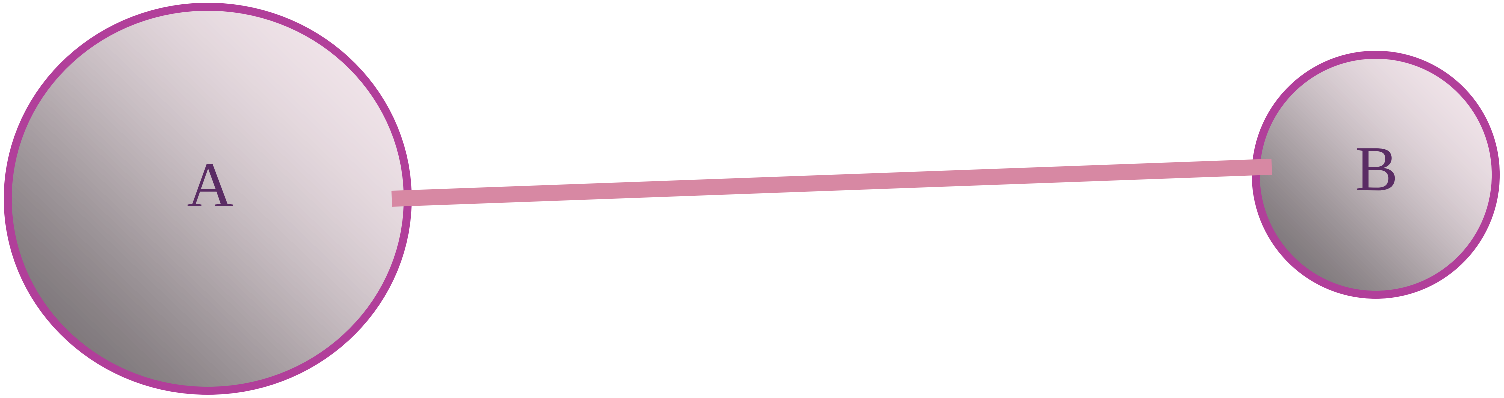
Comprobemos conceptos

Dos esferas conductoras se encuentran separadas una gran distancia. Las dos tienen tienen inicialmente la misma carga positiva *Q*. El Conductor A tiene mayor radio que B.

Los dos conductores se conectan con un alambre conductor. ¿Cómo se comparan ahora los potenciales en las superficies de los conductores?

a) $V_A > V_B$ b) $V_A = V_B$ c) $V_A < V_B$

Comprobemos conceptos



Los dos conductores se conectan con un alambre conductor.

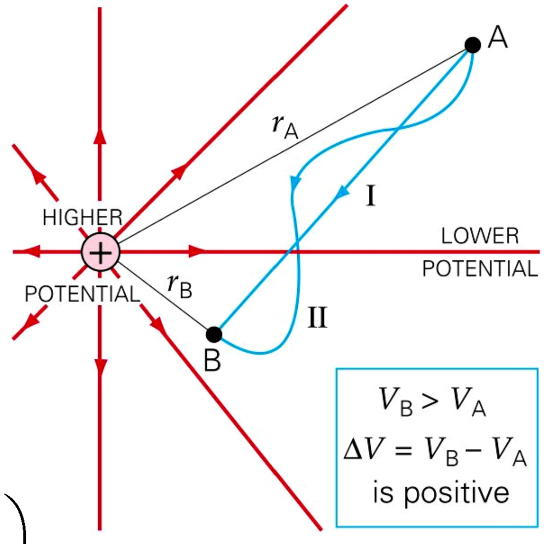
¿Qué pasa con la carga del conductor A después que es conectada al conductor B ?

a) Q_A increases

b) Q_A decreases

c) Q_A doesn't change

Diferencia de Potencial en la Vecindad de una Carga Puntual



$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\int_{r_A}^{r_B} E dr =$$

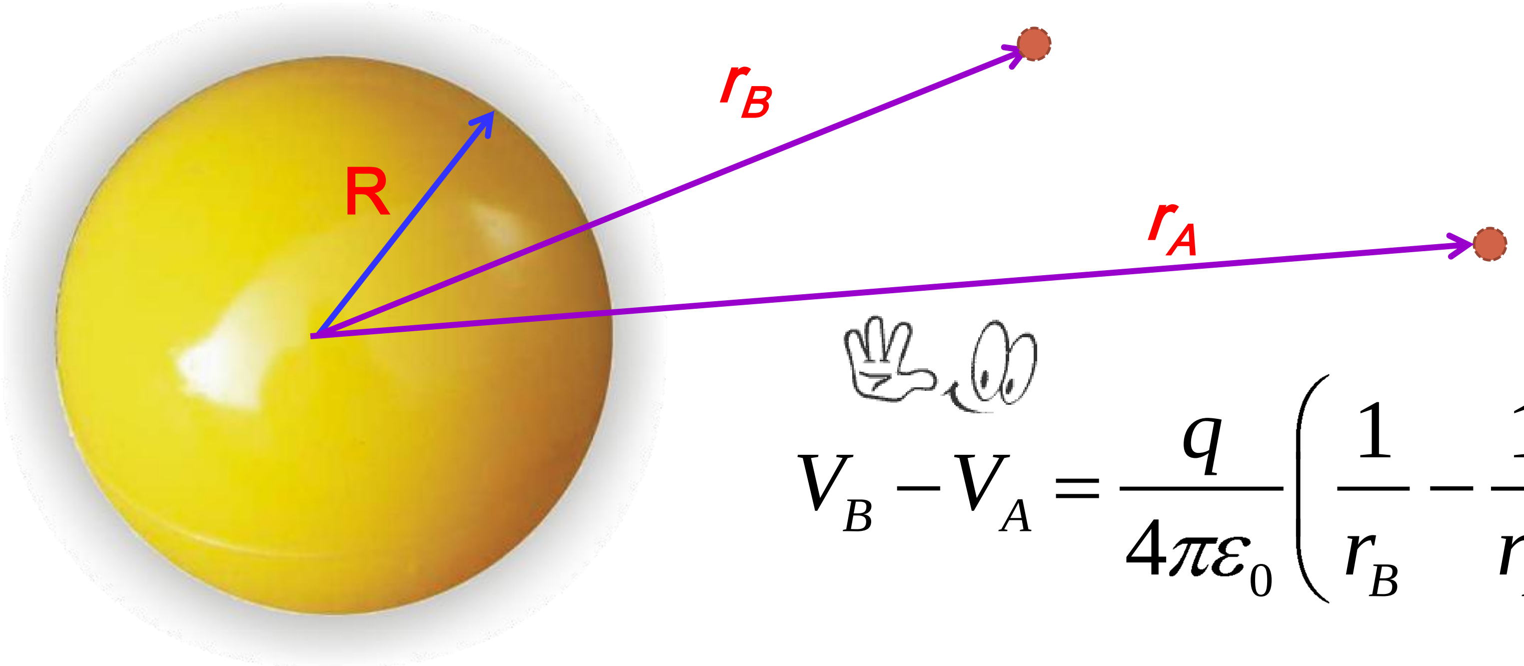
$$= -\int_{r_A}^{r_B} \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \right) dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$\boxed{V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)}$$

Independiente de la trayectoria, características del campo conservativo.

¡Válido para puntos en la vecindad de una partícula cargada o de distribuciones esféricas de carga!

Esta expresión de la diferencia de potencial ΔV, es válida también para ***puntos fuera*** de esferas ($r \geq R$) con carga distribuidas de manera uniforme. Conductoras o dieléctricas



$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Cálculo del potencial eléctrico: resumen

•Si usted conoce el campo eléctrico E(r)

$$\Delta V_{AB} \equiv V_B - V_A \equiv \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{l}$$

•Si las cargas se distribuyen de manera discreta

$$V(r) = \sum_{n=1}^{N} V_n(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{n=1}^{N} \frac{q_n}{r_n}$$

•Si las cargas se distribuyen de manera continua

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r} \qquad dq = \begin{cases} \lambda dx \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$

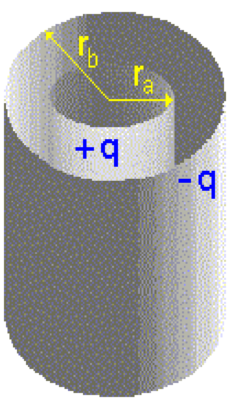
Potencial debido a Distribuciones Continuas de Cargas

$$dV_p \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

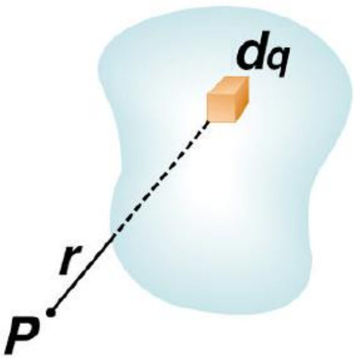
DOS FORMAS DE CALCULARLO

1. Integrando el campo generado por las cargas

$$V_p = -\int_{\infty}^{p} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



2. Sumando las contribuciones del potencial de cada diferencial de carga



- Encuentre una expresión para dq:
  - dq = λdl para distribución lineal
  - dq = σdA para distribución superficial
  - dq = ρdV para distribución volumétrica
- Represente la contribución del potencial en el punto P debida al diferencial dq localizado en la distribución.

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

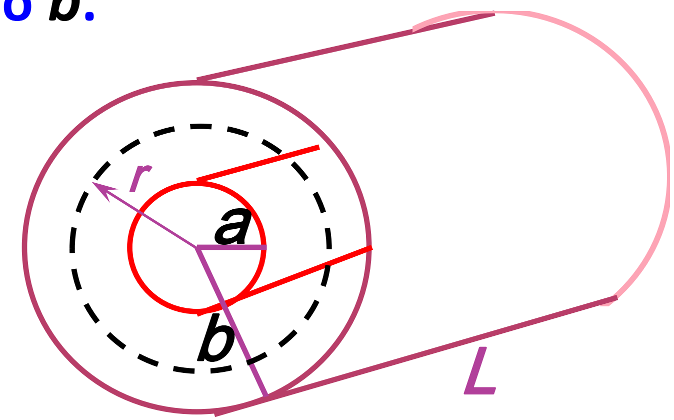
- Integre la contribución sobre toda la distribución, variando la distancia según el caso,

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

Ejemplo: ¿Cómo determinamos ΔV cuando conocemos E (r)?

Un cascarón conductor de radio *a* tiene carga *Q* y es concéntrico respecto a otro cascarón conductor de radio *b*.

$$\Delta V_{AB} \equiv V_B - V_A \equiv \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{l}$$



- Apliquemos Gauss para calcular el campo E, y luego determinar la diferencia de potencial ΔV

- La superficie Gaussiana es un cilindro de radio *r* ; (a < r < b) y longitud *L*

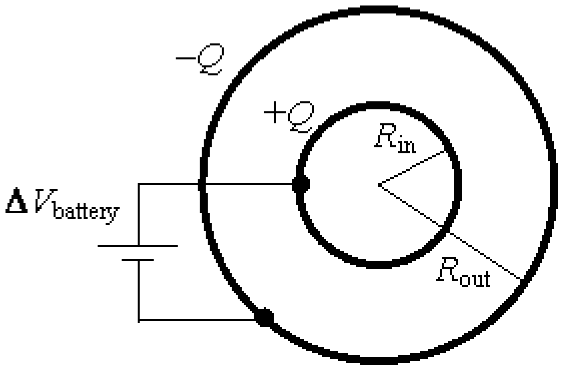
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = (E) 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r}}$$

El cilindro interior tiene +*Q*, luego el potencial *ΔV* es positivo si calculamos $V_a - V_b$.

$$\Delta V = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_b^a E dr =$$

A spherical capacitor is constructed from concentric, spherical metal shells, of radii R_{in} and R_{out} respectively. The gap in between the shells is initially filled with air. A battery is connected to the two shells as shown, establishing a potential difference $\Delta V_{battery}$ between them. As a result, equal and opposite charges $+Q$ and $-Q$ appear on the shells. Calculate the magnitude of the charge Q on the shells.

(a) $Q = 3.89 \times 10^{-8}$ C
(b) $Q = 6.22 \times 10^{-8}$ C
(c) $Q = 6.48 \times 10^{-8}$ C
(d) $Q = 1.04 \times 10^{-7}$ C
(e) $Q = 1.66 \times 10^{-7}$ C

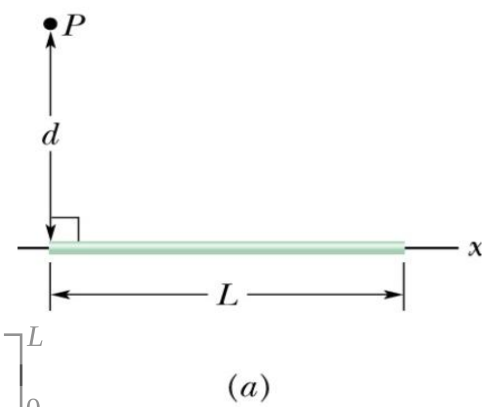


$R_{in} = 5$ cm
$R_{out} = 8$ cm
$\Delta V_{battery} = 7$ kV

Ejemplo: Potencial debido a una Barra Cargada

- Una barra de longitud L localizada sobre el eje x tiene carga uniformemente distribuída de densidad λ. Encuentre el potencial eléctrico en el punto P localizado sobre el eje y a una distancia d desde el origen.

$$dq = \lambda dx$$



- Inicie con

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{(x^2+d^2)^{1/2}}$$

- luego,

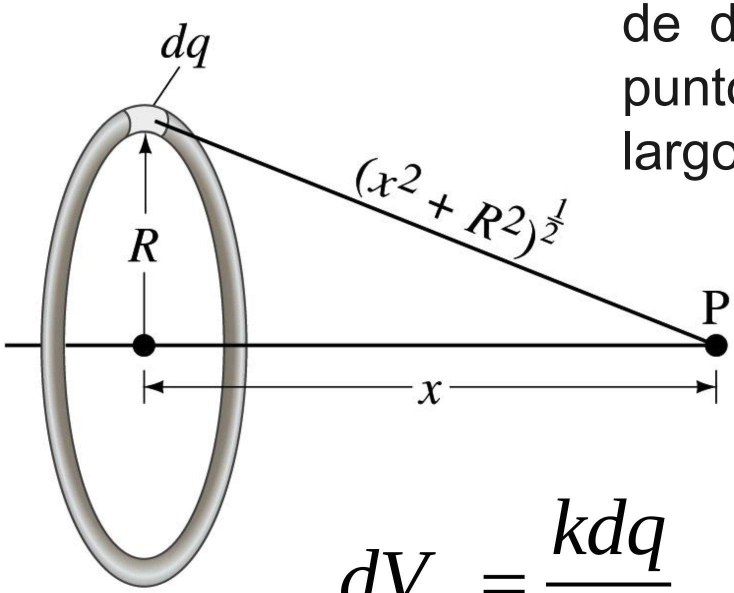
$$V = \int dV = \int_0^L \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\ x+(x^2+d^2)^{1/2}\ \right]_0^L$$

- Por tanto

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\ L+(L^2+d^2)^{1/2}\ -\ln d\right]$$

$$\boxed{V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{L+(L^2+d^2)^{1/2}}{d}\right]}$$

POTENCIAL PARA DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE CARGA



Un anillo tiene carga uniformemente distribuída de densidad λ. Calculemos el potencial en el punto P ubicado a una distancia x medida a lo largo del eje del anillo.

$$dV_P = \frac{kdq}{r}$$

$$V_P = k\int \frac{dq}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$V_P = \frac{k}{\sqrt{x^2+R^2}}\int dq$$

$$V_P = \frac{kQ}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$\boxed{E_x = \frac{kQx}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

Mucho más fácil que el cálculo del campo eléctrico

PREGUNTA DE ACTIVIDAD:

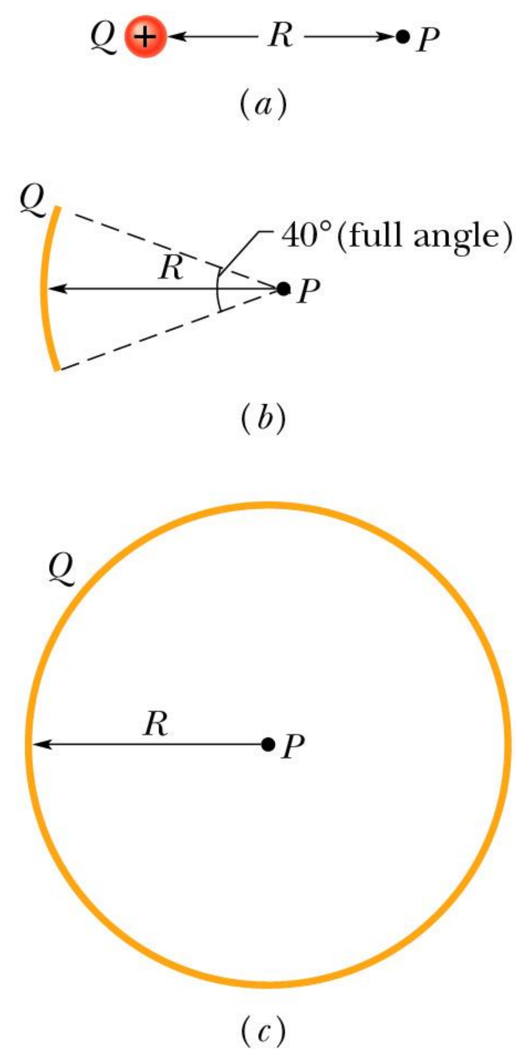
¿En cuál de las tres gráficos, es mayor el potencial en el punto P?

(a) due to charge Q at distance R?

(b) at centre of arc when Q as been spread out uniformly over the arc?

(c) at centre of ring when Q has been spread over whole ring uniformly?

(d) They all have the same potential $Q/4\pi\varepsilon_0 R$



POTENCIAL PARA DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE CARGA

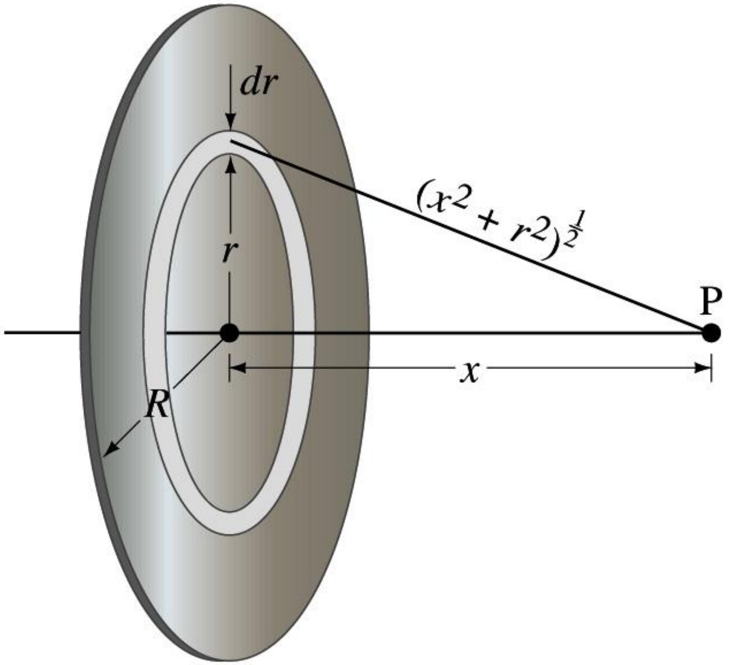
$$V = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

Disco con carga uniformemente distribuída σ

$$dV = \frac{kdq}{(r^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$dq = \sigma dA$$

$$dA = 2\pi r dr$$



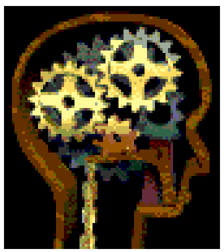
$$dV = \frac{k\sigma 2\pi r dr}{(r^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$V = k\sigma 2\pi \int_0^R \frac{rdr}{(r^2 + x^2)^{1/2}}$$

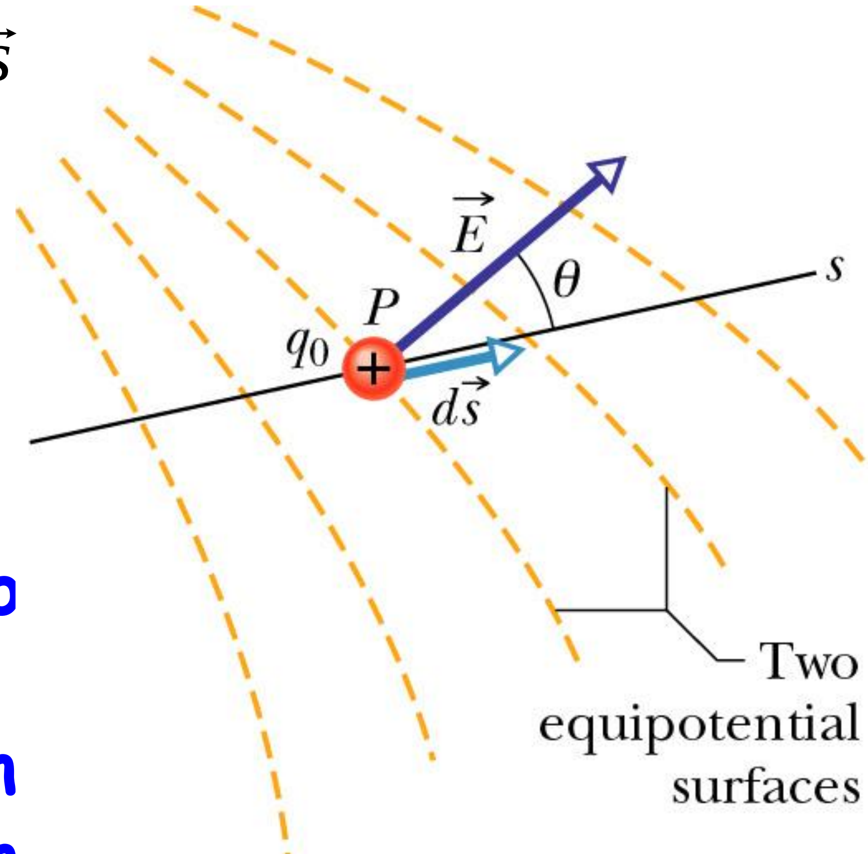
Calculando el campo E a partir del potencial

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} \Rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$dV = -E_s ds$$



$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$



La componente del campo cualquier dirección es negativo de la variación potencial eléctrico con la distancia en esa dirección.

E a partir de V: un ejemplo

- **Considere el siguiente potencial eléctrico:**

$$V(x,y,z)=3x^2+2xy-z^2$$

- **¿Qué campo eléctrico describe este potencial?**

ACTIVIDAD

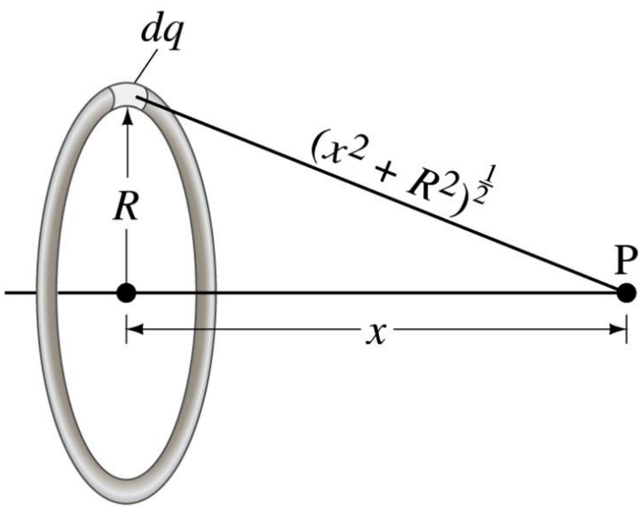
El potencial eléctrico en una región del espacio es dada por la expresión

$$V(x) = 3x^2 - x^3$$

la componente en x del campo eléctrico E_x a $x = 2$ es

(a) $E_x = 0$ (b) $E_x > 0$ (c) $E_x < 0$

Ejemplo: Cálculo de E a partir del potencial V.



Calculemos el campo eléctrico en el punto p, a partir de la expresión del potencial eléctrico

$$V = \frac{k\,Q}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

Expresión del potencial eléctrico en el punto P.

$$\boxed{E_x = \frac{k\,Q\,x}{(x^2+R^2)^{3/2}}}$$

Esta expresión la encontramos utilizando la ley de coulomb.

Si derivamos esta expresión con respecto a x, encontraremos la componente del campo en esa dirección.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kQ}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)$$

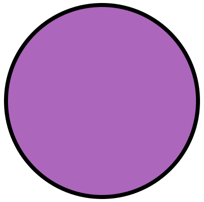
$$E_x = -kQ\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2+R^2)^{-3/2}(2x)$$

$$E_x = \frac{kQ\,x}{x^2+R^2 \quad {}^{3/2}}$$

Pre-vuelo

Potencial en conductores

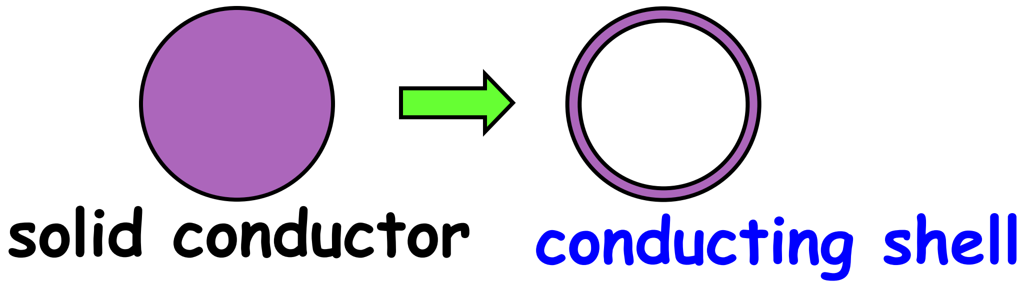
Considere una esfera sólida conductora, cargada. El potencial eléctrico de esta esfera conductora es:



a). Mayor en el centro
b). Mayor en la superficie
c). Mayor en cualquier parte entre el centro y la superficie
d). Constante a través de todo el volumen

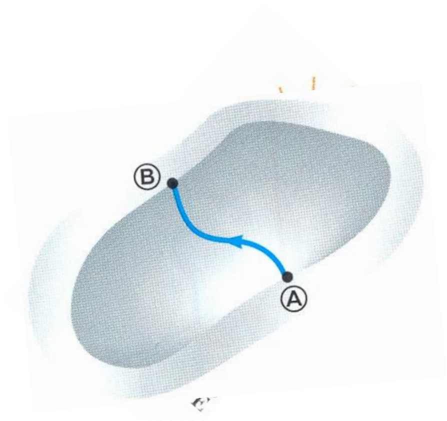
Pre-vuelo

Si una esfera sólida conductora cargada eléctricamente es reemplazada por un cascarón esférico conductor del mismo radio, *a*, y transportando la misma carga, ¿qué de lo siguiente cambiará?:

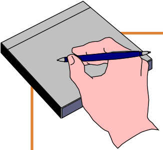


A) El campo eléctrico para $r < a$
B) El campo eléctrico para $r > a$
C) El potencial eléctrico para $r < a$
D) El potencial eléctrico para $r > a$
E) Nada cambiaría

Potencial debido a un conductor cargado

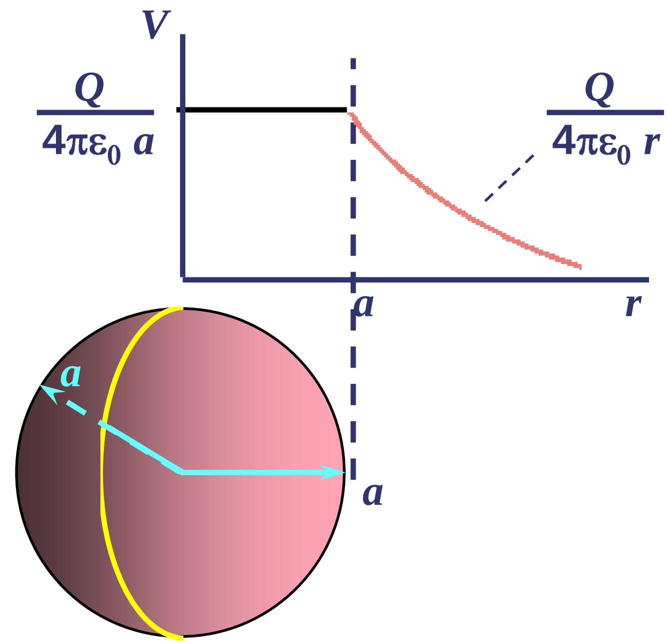


- Acorde a la ley de Gauss, la carga reside en la superficie exterior de un conductor.
- Además, el campo eléctrico es perpendicular a la superficie de un conductor y en su interior es cero.
- Debido a que $$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0}$$
- **Cada punto sobre la superficie de un conductor con carga en reposo se encuentran al mismo potencial.**
- **Además, el potencial eléctrico es constante en cualquier punto en el interior del conductor e igual al valor en su superficie.**



Potencial de un cascarón esférico o esfera conductora cargada

- *Campo E* **(de la ley de Gauss)**



  - ***r < a***: $E_r = 0$

  - ***r > a***: $$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

- **Potencial**

  - ***r > a*:**

$$V(r) = -\int_{r=\infty}^{r=r} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} E_r(dr) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

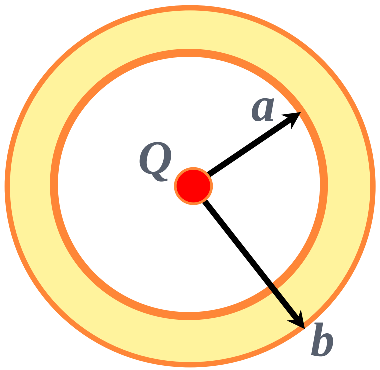
¡Igual al generado por una partícula!

  - ***r < a*:**

$$V(r) = -\int_{r=\infty}^{r=r} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} E_r(dr) = -\int_{\infty}^{a} E_r(dr) - \int_{a}^{r} E_r(dr)$$

Comprobemos conceptos

Una carga puntual Q está fija en el centro de un cascarón esférico conductor SIN carga, de radio interior a y radio exterior b.



- ¿Cuál es el valor del potencial V_a en la superficie interior del cascarón?

(a) $V_a = 0$ (b) $V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}$ (c) $V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{b}$

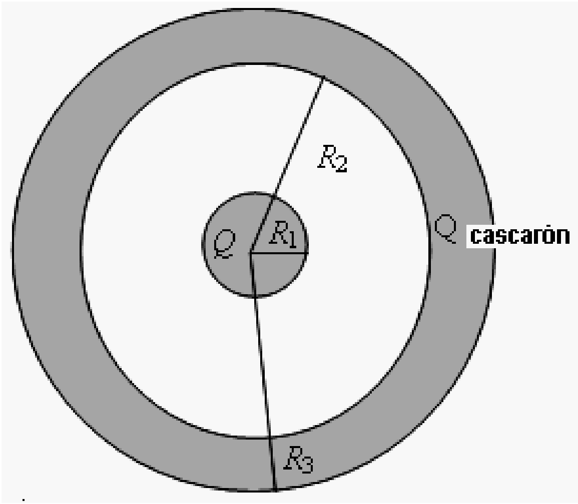
Comprobemos conceptos

Dos esferas conductoras se encuentran separadas una gran distancia. Las dos tienen tienen la misma carga positiva Q. El Conductor A tiene mayor radio que B.

Compare el potencial en la superficie del conductor A con el potencial en la superficie del conductor B.

a) $V_A > V_B$ b) $V_A = V_B$ c) $V_A < V_B$

Una esfera cargada de radio R_1 y carga total Q es colocada en el centro de un cascarón esférico conductor (radio interior R_2, radio exterior R_3) el cual tiene una carga neta $Q_{cascarón}$. Encuentre el potencial eléctrico, V, en el interior de la esfera conductor, a una distancia de $R_5 = 0.5$ cm desde su centro. Asuma que el potencial eléctrico es cero en el infinito.

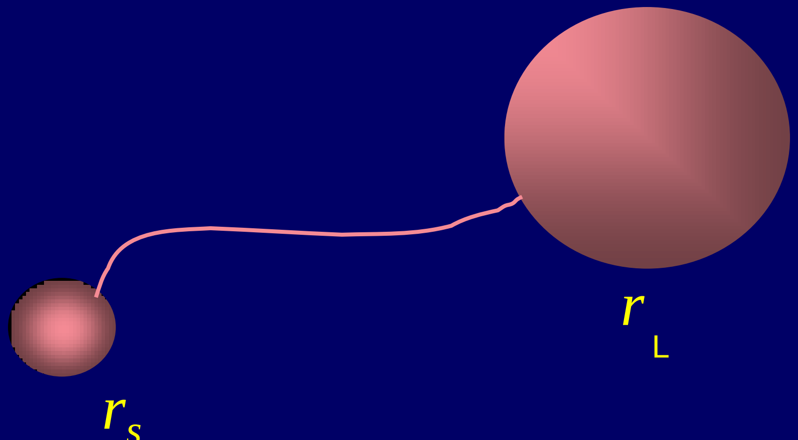


$Q = 6\times10^{-9}C$
$Q_{cascarón} = - 4.0\times10^{-9}C$
$R_1 = 1.0$ cm
$R_2 = 3.0$ cm
$R_3 = 4.0$ cm

Carga sobre un Conductor

- ¿Cómo se distribuye la carga sobre conductores esféricos?
- dos esferas, conectadas por un alambre, “muy” alejados
- Las dos esferas alcanzan el mismo potencial

$$\frac{Q_S}{4\pi\varepsilon_0 r_S} = \frac{Q_L}{4\pi\varepsilon_0 r_L} \Rightarrow \frac{Q_S}{Q_L} = \frac{r_S}{r_L}$$



$$\frac{\sigma_S}{\sigma_L} = \frac{(Q_S/r_s^2)}{(Q_L/r_L^2)} \Rightarrow \boxed{\frac{\sigma_S}{\sigma_L} = \frac{r_L}{r_S}}$$

La esfera pequeña tiene la mayor densidad superficial de carga!