ESPOL

FÍSICA C

Primer Parcial

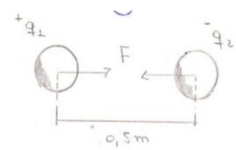
*Fuerza Eléctrica
*Campo Eléctrico
*Ley de Gauss
*Energía Eléctrica
*Potencial Eléctrico
*Capacitancia
*Resistencia

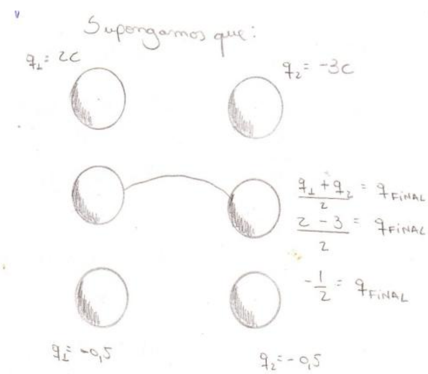
ERICK CONDE
ESPOL

FUERZA Y CAMPO ELÉCTRICO

Ejercicio 1.

Dos esferas idénticas que tienen carga de signo opuesto se atraen entre sí con una fuerza de 0.108 N cuando están separadas por 50 cm. Las esferas se conectan súbitamente con un alambre conductor delgado, luego se retiran y las esferas se repelen entre sí con una fuerza de 0.0360 N. ¿Cuáles eran las cargas iniciales de las esferas?





F = 0.108 N
r = 50 cm
F*= 0.0360 N

① $F = \dfrac{K\, q_1\, q_2}{r^2}$

② $F^* = \dfrac{K\, q_1\, q_2}{r^2} = \dfrac{Kq^2}{r^2}$

③ $q = \dfrac{q_1 - q_2}{2}$; *como son al principio son cargas diferentes, entonces se restan*

De ② se tiene que:

$$q^2 = \frac{F^* r^2}{K} \quad \Rightarrow \quad q = \sqrt{\frac{0.0360(0.5)^2}{9 * 10^9}} = 1 * 10^{-6}\ C$$

De ③ se tiene que:

$$q_1 = 2q + q_2$$

③ en ①

$$F = \frac{Kq_2(2q + q_2)}{r^2} \quad \Rightarrow \quad r^2 F = 2Kq_2 q + Kq_2{}^2$$

$$0 = Kq_2{}^2 + 2Kq\, q_2 - r^2 F$$

$$q_2 = \frac{-2Kq \pm \sqrt{(2Kq)^2 - 4(K)(-r^2 F)}}{2K}$$

$$q_2 = \frac{-2(9 * 10^9)(1 * 10^{-6}) \pm \sqrt{[2(9 * 10^9)(1 * 10^{-6})]^2 + 4(9 * 10^9)[(0.5^2)(0.108)]}}{2(9 * 10^9)}$$

$$q_2 = \frac{-18000 \pm 36000}{18 * 10^9}$$; *tomamos el valor positivo , ya que estamos trabajando con magnitudes*

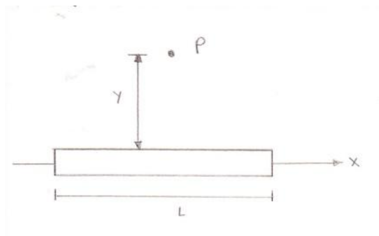
$$\boxed{\boldsymbol{q_2 = 1 * 10^{-6}\ [C]}}$$

$$q_1 = 2q + q_2$$

$$\boxed{\boldsymbol{q_1 = 3 * 10^{-6}\ [C]}}$$

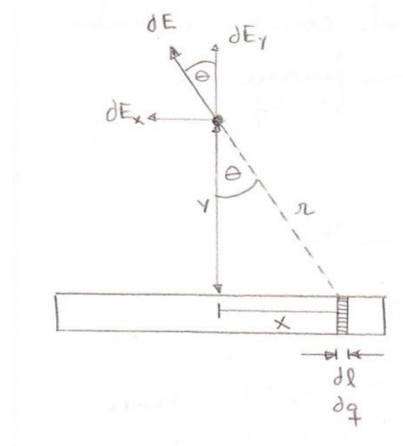
Ejercicio 2.

Una barra delgada de longitud L y carga uniforme por longitud λ esta a lo largo del eje x como se muestra en la figura. Calcule el campo eléctrico en el punto P a una distancia Y de la barra.



Por simetría las componentes del campo en "x" se anulan, entonces:

$$dE_y = dE\ Cos\theta \qquad dE = K\frac{dq}{r^2}\ ;\ Cos\theta = \frac{Y}{r}\ ;\ \lambda = \frac{dq}{dx} \Rightarrow dq = \lambda\, dx$$



$$dE_y = K\frac{dq}{r^2}Cos\theta \Rightarrow dE_y = \frac{K\lambda\, dx}{r^2}\left(\frac{Y}{r}\right) \Rightarrow dE_y = \frac{K\lambda Y\, dx}{r^3}\ ;\ r = (x^2+Y^2)^{1/2}$$

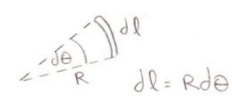
$$dE_y = \frac{K\lambda Y\, dx}{(x^2+Y^2)^{3/2}}$$

$$\int dE_y = 2K\lambda Y\int_0^{l/2}\frac{dx}{(x^2+Y^2)^{3/2}} = 2K\lambda Y\frac{x}{Y^2\sqrt{Y^2+x^2}}\Bigg|_0^{l/2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{E_y}} = 2K\lambda\frac{l/2}{Y^2\sqrt{Y^2+\left(l/2\right)^2}}\,\hat{\jmath}\ [N/C]}$$

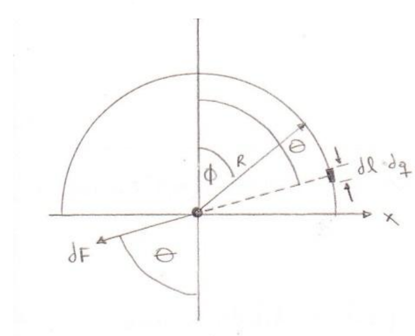
Ejercicio 3.

Una línea de carga positiva se forma dentro de un semicírculo de radio R igual a 60 cm. La larga por unidad de longitud a lo largo del semicírculo se describe por medio de la expresión $\lambda = \lambda_0 Cos\,\theta$. La carga total en el semicírculo es de 12 uC. Calcule la fuerza total en una carga de 3 uC situado en el centro de la curvatura.



$$dF_y = dF\ Cos\theta$$

$$dF_y = \frac{Kq\ dQ}{R^2}Cos\theta\ ;\ \lambda = \lambda_0 Cos\,\theta \Rightarrow \frac{dQ}{dl} = \lambda_0 Cos\,\theta \Rightarrow dQ = \lambda_0 Cos\,\theta\ dl$$



$$dF_y = \frac{Kq\ \lambda_0 Cos\,\theta\ dl}{R^2}Cos\theta\ ;\ dl = R\ d\theta$$

$$dF_y = \frac{Kq\ \lambda_0 Cos^2\theta\ R\ d\theta}{R^2} = \frac{Kq\ \lambda_0 Cos^2\theta\ d\theta}{R}$$

$$\int dF_y = \frac{2Kq\ \lambda_0}{R}\int_0^{\pi/2} Cos^2\theta\ d\theta = \frac{2Kq\ \lambda_0}{R}\int_0^{\pi/2}\frac{1+Cos(2\theta)}{2}d\theta$$

$$F = \frac{Kq\,\lambda_0}{R}\left[\theta + \frac{Sen(2\theta)}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{Kq\,\lambda_0}{R}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Pero no conocemos el valor de λ_0, entonces:

$$dQ = \lambda_0 Cos\,\theta\; dl$$

$$\int dQ = \int \lambda_0 Cos\,\theta\; dl = \int \lambda_0 Cos\,\theta\; R\, d\theta$$

$$Q = 2R\lambda_0 \int_0^{\pi/2} Cos\,\theta\;\; d\theta = 2R\lambda_0\; Sen\theta|_0^{\pi/2} = 2R\lambda_0$$

$$\lambda_0 = \frac{Q}{2R}$$

$$F = \frac{Kq\,Q\pi}{4R^2} = \frac{(9*10^9)(3*10^{-6})(12*10^{-6})\pi}{4(0.6)^2} = 0.7068\,N$$

$$\boxed{\vec{F} = -0.7068\,\hat{\jmath}\;[N]}$$

Ejercicio 4.

Una esfera aislante de radio R contiene una carga positiva total Q en todo su volumen de modo que la densidad volumétrica está dada por: $\rho(r) = \begin{cases} \alpha & ; \quad r < R/2 \\ 2\alpha\left(1 - \frac{r}{R}\right) & ; \quad R/2 \le r \le R \\ 0 & ; \quad r > R \end{cases}$ **; donde α es una constante positiva donde la unidad es de $\left(C/m^3\right)$ halle α en términos de Q y R.**

$$\rho = \frac{dQ}{dv} \quad \Rightarrow \quad dQ = \rho\, dv$$

$$\int dQ = \int \rho\, dv \quad ; \quad v = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \Rightarrow \quad dv = 4\pi r^2 dr$$

$$dQ = \int_0^R 4\rho\pi r^2 dr = 4\pi\left[\int_0^{R/2} \alpha r^2 dr + \int_{R/2}^{R} 2\alpha\left(1 - \frac{r}{R}\right) r^2 dr\right]$$

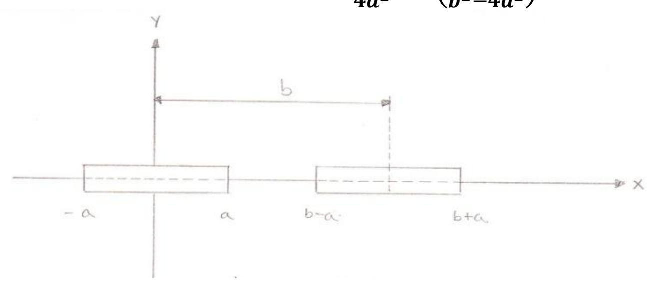
$$Q = 4\pi\alpha\left[\frac{r^3}{3}\Big|_0^{R/2} + 2\left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right)\Big|_{R/2}^{R}\right] = 4\pi\alpha\left[\frac{R^3}{24} + 2\left(\frac{R^3}{3} - \frac{R^4}{4R} - \frac{R^3}{24} + \frac{R^4}{64R}\right)\right]$$

$$Q = 4\pi\alpha\left[\frac{R^3}{24} + \frac{2R^3}{3} - \frac{R^3}{2} - \frac{R^3}{12} + \frac{R^3}{32}\right] = 4\pi\alpha\left(\frac{5}{32}R^3\right)$$

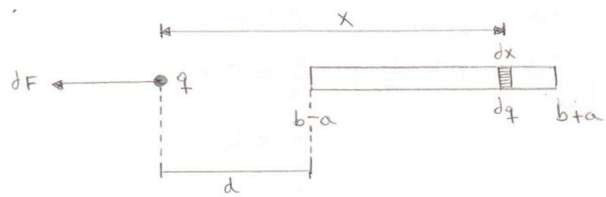
$$\boxed{\alpha = \frac{8Q}{5\pi R^3}\;\left[C/m^3\right]}$$

Ejercicio 4.

Dos barras delgadas idénticas de longitud 2A contienen cargas iguales Q^{+} uniformemente distribuidas a lo largo de sus longitudes. Las barras descansan a lo largo del eje x con su centro separado a una distancia $b > 2a$. Demostrar que la magnitud de la fuerza ejercida por la barra de la izquierda sobre la derecha esta dad por: $F = \frac{KQ^2}{4a^2} ln\left(\frac{b^2}{b^2-4a^2}\right)$



Vamos a encontrar una expresión de la fuerza que ejerce la 2da barra sobre una partícula "q" que pertenece a la 1era barra, para luego generalizarla ("q" y la distancia entre "q" y la barra permanecerá constante)



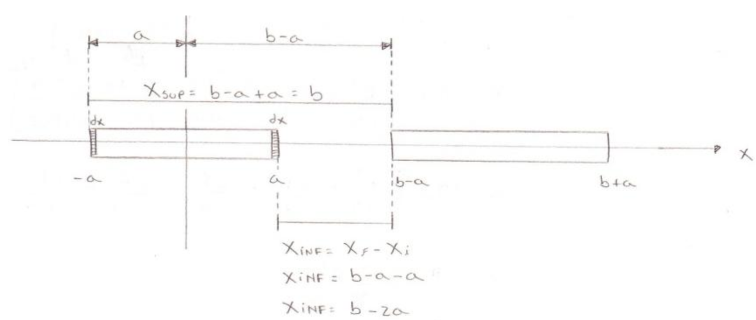
$$dF = \frac{Kq\,dQ}{x^2} \quad ; \quad \lambda = \frac{dQ}{dl} \;\Rightarrow\; \frac{Q}{2a} = \frac{dQ}{dl} \;\Rightarrow\; dQ = \frac{Q\,dx}{2a}$$

$$dF = \frac{KqQ\,dx}{2ax^2}$$

$$\int dF = \frac{KqQ}{2a}\int_{d}^{d+2a}\frac{dx}{x^2} = \frac{KqQ}{2a}\left[-\frac{1}{x}\Big|_{d}^{d+2a}\right] = \frac{KqQ}{2a}\left[-\frac{1}{d+2a}+\frac{1}{d}\right]$$

$$F = \frac{KqQ}{d(d+2a)}$$

Ahora "q" será un *dq* de la primera barra y la distancia entre *dq* y la 2da barra no será constante



$$dF = \frac{KQ\,dq}{x(x+2a)} \quad ; \quad dq = \frac{Qdx}{2a}$$

$$dF = \frac{KQQ\,dx}{2ax(x+2a)}$$

$$\int dF = \frac{KQ^2}{2a}\int_{x_{inf}}^{x_{sup}} \frac{dx}{x(x+2a)} = \frac{KQ^2}{2a}\int_{b-2a}^{b} \frac{dx}{x(x+2a)}$$

$$\frac{1}{x(x+2a)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2a}$$

$$1 = A(x+2a) + Bx \quad \Rightarrow \quad 1 = (A+B)x + 2aA$$

$$1 = 2aA \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{2a}$$

$$0 = A + B \quad \Rightarrow \quad B = -\frac{1}{2a}$$

$$F = \frac{KQ^2}{2a}\int_{b-2a}^{b}\left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2a}\right)dx = \frac{KQ^2}{2a}\left[\frac{1}{2a}ln(x) - \frac{1}{2a}ln(x+2a)\right]_{b-2a}^{b}$$

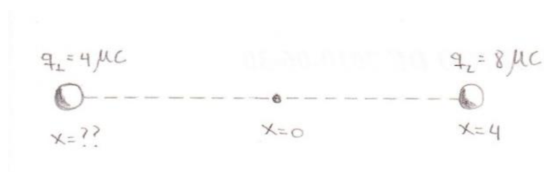
$$F = \frac{KQ^2}{4a^2}\left[\left(ln(b) - ln(b+2a)\right) - \left(ln(b-2a) - ln(b-2a+2a)\right)\right]$$

$$F = \frac{KQ^2}{4a^2}\left[ln\left(\frac{b}{b+2a}\right) - ln\left(\frac{b-2a}{b}\right)\right] = \frac{KQ^2}{4a^2}ln\left(\frac{\frac{b}{b+2a}}{\frac{b-2a}{b}}\right)$$

$$F = \frac{KQ^2}{4a^2}ln\left[\frac{b^2}{(b+2a)(b-2a)}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{F = \frac{KQ^2}{4a^2}ln\left(\frac{b^2}{b^2-4a^2}\right)\ [N]}}$$

Ejercicio 5.
Una carga de 8 uC se coloca en x = 4m , y = 0 , donde se deberá colocar una carga de 4 uC para que el campo eléctrico sea nulo en el origen.



$$E_{8\,uC} = E_{4\,uC}$$

$$\frac{K\,4\,uC}{x^2} = \frac{K\,8\,uC}{x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{x^2} = \frac{8}{4^2}$$

$$x^2 = 8 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{8}$$

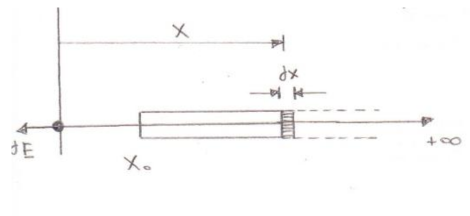
Tomamos el valor negativo, debido a que la carga1 se encuentra a la izquierda del origen

$$\boxed{\boldsymbol{x = -2\sqrt{2}\ [m]}}$$

Ejercicio 5.

Una línea de carga empieza en $x = +x_0$ y se extiende hasta el infinito positivo. Si la densidad de carga lineal es $\lambda = \frac{\lambda_0 x_0}{x}$ Determine el campo eléctrico en el origen.

$$dE = \frac{Kdq}{x^2} \quad ; \quad \lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow \frac{\lambda_0 x_0}{x} = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \frac{\lambda_0 x_0}{x}dx$$



$$dE = \frac{K\lambda_0 x_0}{x^3}dx$$

$$\int dE = K\lambda_0 x_0 \int_{x_0}^{+\infty} \frac{dx}{x^3} = K\lambda_0 x_0 \lim_{t\to+\infty} \int_{x_0}^{t} \frac{dx}{x^3}$$

$$E = K\lambda_0 x_0 \lim_{t\to+\infty}\left[-\frac{1}{2x^2}\right]_{x_0}^{t} = K\lambda_0 x_0 \lim_{t\to+\infty}\left[-\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2{x_0}^2}\right]$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{K\lambda_0}{2x_0}\hat{\imath}\,[N/C]}$$

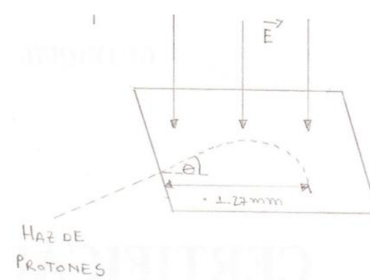
Ejercicio 6.

Se lanzan protones a una rapidez inicial $v_i = 9.55 * 10^3\ m/seg$ dentro de una región donde se presenta un campo eléctrico uniforme $E = -720\hat{\jmath}\ N/C$ como se muestra en la figura, los protones van a incidir sobre un blanco que se encuentra a una distancia horizontal de 1.27 mm del punto donde se lanzaron los protones. Determinar:

a) Los 2 ángulos de lanzamiento θ que darán como resultado del impacto.

b) El tiempo total de vuelo para cada trayectoria.

Para a)



$$\sum \vec{F} = m_p a$$

$$F_e = m_p a \quad \Rightarrow \quad Eq_p = m_p a$$

$$a = \frac{Eq_p}{m_p} = \frac{-720(1.6 * 10^{-19})}{1.67 * 10^{-27}} = -6.89 * 10^{10}\ m/seg^2$$

$$x_{máx} = v_{0x} t_v \quad \Rightarrow \quad t_v = \frac{x_{máx}}{v_{0x}}$$

$$y_{máx} = v_{0y} t_v + \frac{1}{2} g {t_v}^2 = v_{0y}\frac{x_{máx}}{v_{0x}} + \frac{1}{2} g \left(\frac{x_{máx}}{v_{0x}}\right)^2$$

$$y_{máx} = \frac{v_0 Sen\theta}{v_0 Cos\theta} x_{máx} + \frac{1}{2} g \frac{{x_{máx}}^2}{{v_0}^2 Cos\theta^2}$$

Pero sabemos que al final del impacto las coordenadas son $(0, x_{máx})$

$$0 = \frac{Sen\theta}{Cos\theta} x_{máx} + \frac{1}{2} g \frac{{x_{máx}}^2}{{v_0}^2 Cos^2\theta}$$

$$x_{máx} = -\frac{2\,Sen\theta\,{v_0}^2 Cos^2\theta}{a\,Cos\theta} = -\frac{2\,Sen\theta\,{v_0}^2 Cos\theta}{a} = -\frac{Sen2\theta\,{v_0}^2}{a}$$

$$Sen2\theta = -\frac{a\,x_{máx}}{{v_0}^2} = -\frac{(-6.89 * 10^{10})\,(1.27 * 10^{-3})}{(9.55 * 10^3)^2}$$

$$Sen2\theta = 0.9594 \quad \Rightarrow \quad 2\theta = 73.62$$

$$\boxed{\boldsymbol{\theta_1 = 36.81°}}$$

$$\theta_2 = 90 - \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\theta_2 = 53.19°}}$$

Para b)

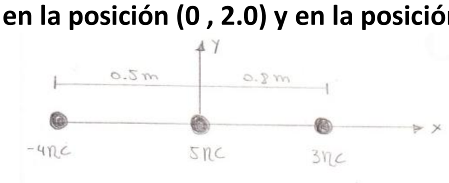
$$t_1 = \frac{x_{máx}}{v_{0x_1}} = \frac{x_{máx}}{v_0 Cos\theta_1} = \frac{(1.27 * 10^{-3})}{(9.55 * 10^3) Cos(36.81)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t_1 = 1.66 * 10^{-7}\,[seg]}}$$

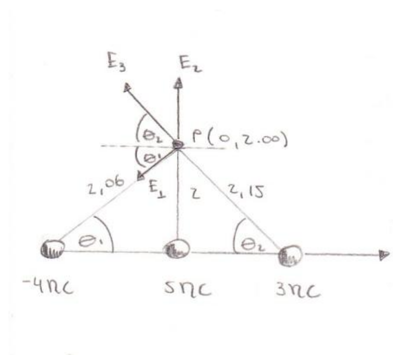
$$t_2 = \frac{x_{máx}}{v_{0x_2}} = \frac{x_{máx}}{v_0 Cos\theta_2} = \frac{(1.27 * 10^{-3})}{(9.55 * 10^3) Cos(53.19)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t_1 = 2.22 * 10^{-7}\,[seg]}}$$

Ejercicio 7.
Tres cargas puntuales están alineados a lo largo del eje x como se muestra en la figura. Encuentre el campo eléctrico en la posición (0 , 2.0) y en la posición (2.0 , 0)



Para (0 , 2.0)



$$E_1 = \frac{Kq_1}{{r_1}^2} = \frac{9 * 10^9 (4 * 10^{-9})}{(2.06)^2} = 8.46\,N/C$$

$$E_2 = \frac{Kq_2}{{r_2}^2} = \frac{9 * 10^9 (5 * 10^{-9})}{(2.0)^2} = 11.25\,N/C$$

$$E_3 = \frac{Kq_3}{{r_3}^2} = \frac{9 * 10^9 (3 * 10^{-9})}{(2.15)^2} = 5.84\,N/C$$

$$\theta_1 = Tan^{-1}\left(\frac{2}{0.5}\right) = 75.96°$$

$$\theta_2 = Tan^{-1}\left(\frac{2}{0.8}\right) = 68.19°$$

$E_{1x} = E_1 Cos\theta_1 = -2.05\,\hat{\imath}\,(N/C)$ $E_{1Y} = E_1 Sen\theta_1 = -8.20\,\hat{\jmath}\,(N/C)$

$E_{2x} = E_2 Cos 90° = 0$ $E_{2Y} = E_2 Sen 90° = 11.25\,\hat{\jmath}\,(N/C)$

$E_{3x} = E_3 Cos\theta_2 = -2.17\,\hat{\imath}\,(N/C)$ $E_{3Y} = E_3 Sen\theta_2 = 5.42\,\hat{\jmath}\,(N/C)$

$\overrightarrow{E_p} = (-4.8\,\hat{\imath} + 8.47\,\hat{\jmath})[N/C]$

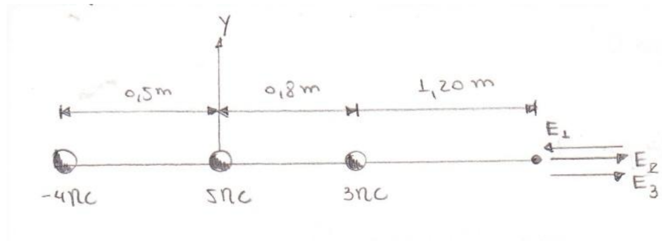
$\boxed{\boldsymbol{E_p = 9.97\,[N/C]}}$

<u>Para (2.0 , 0)</u>

$$E_1 = \frac{Kq_1}{{r_1}^2} = \frac{9*10^9(4*10^{-9})}{(2.5)^2} = 5.76\,N/C$$

$$E_2 = \frac{Kq_2}{{r_2}^2} = \frac{9*10^9(5*10^{-9})}{(2.0)^2} = 11.25\,N/C$$

$$E_3 = \frac{Kq_3}{{r_3}^2} = \frac{9*10^9(3*10^{-9})}{(1.2)^2} = 18.75\,N/C$$



$\overrightarrow{E_R} = (-5.76\,\hat{\imath} + 11.25\,\hat{\imath} + 18.75\,\hat{\imath})(N/C)$

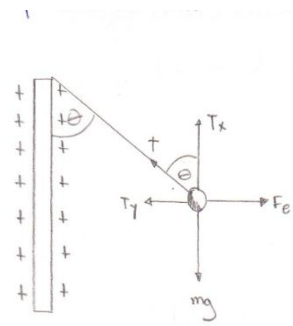
$\overrightarrow{E_R} = 24.24\,\hat{\imath}(N/C)$

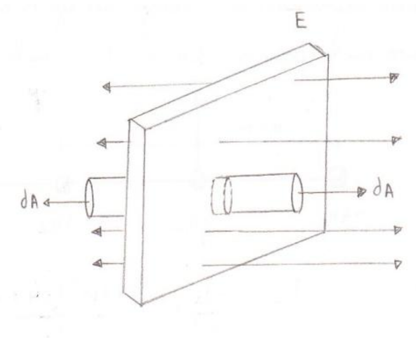
$\boxed{\boldsymbol{E_R = 24.24\,[N/C]}}$

LEY DE GAUSS

Ejercicio 1.

Una esfera pequeña cuya masa es 1.12 mg contiene una carga 19.7 ηC cuelga en el campo gravitatorio de la tierra de un hilo de seda que forma un ángulo de 27.4° con una lámina grande no conductora y uniformemente cargada. Calcule la densidad de carga uniforme σ para la lámina.





$$(+) \rightarrow \sum F_x = 0 \qquad (+) \uparrow \sum F_y = 0$$

$$F_e = T\, Sen\theta \qquad T\, Cos\theta = mg$$

$$F_e = mg\,\frac{Sen\theta}{Cos\theta} \qquad T = \frac{mg}{Cos\theta}$$

$$Eq = mg\, Tan\theta$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad \sigma = \frac{q_{enc}}{A_{enc}}$$

$$\oint EdA\, Cos(0) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E(2A) = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

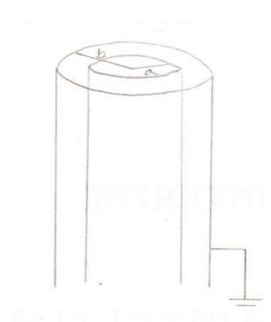
$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} q = mg\, Tan\theta$$

$$\sigma = \frac{mg\, Tan\theta\; 2\varepsilon_0}{q} = \frac{2(1.12 * 10^{-6})Tan(27.4)(8.85 * 10^{-12})(9.8)}{(19.7 * 10^{-9})}$$

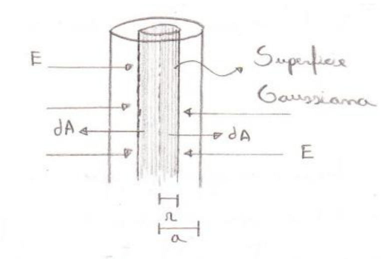
$$\boxed{\boldsymbol{\sigma = 5.11 * 10^{-9}\, [C/m^2]}}$$

Ejercicio 2.

Un cilindro infinitamente largo de radio a lleva una carga uniforme por unidad de volumen $-\boldsymbol{\rho_0}(\boldsymbol{\rho_0} > 0)$ y está rodeado por un cilindro conectado de radio b coaxial al cilindro como se muestra en la figura. Mediante la utilización de una superficie gaussiana apropiada. Determine el campo eléctrico para r < a , a < r < b , r > b



Para r < a

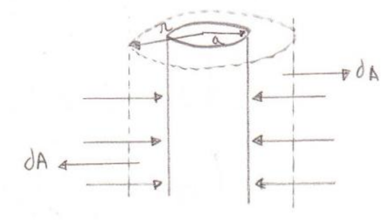


$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad \rho = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} \Rightarrow q_{enc} = \rho\, V_{enc}$$

$$\oint EdA\, Cos(180) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow -E\oint dA = \frac{\rho\, V_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$-E(2\pi r l) = \frac{-\rho_0\, \pi r^2 l}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{E = \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\, [N/C]\ ;\ radialmente\ hacia\ adentro}}$$

Para a < r < b

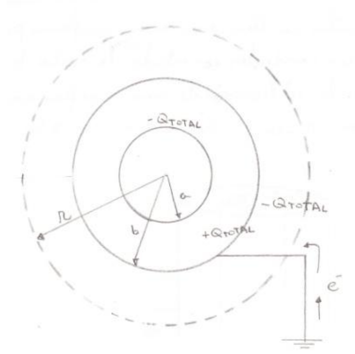


$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad \rho = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} = \frac{Q_t}{V_{enc}} \Rightarrow Q_t = \rho V_{enc}$$

$$\oint EdA\, Cos(180) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow -E\oint dA = \frac{\rho\, V_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$-E(2\pi r l) = \frac{-\rho_0\, \pi a^2 l}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{E = \frac{\rho_0 a^2}{2r\varepsilon_0}\, [N/C]\ ;\ radialmente\ hacia\ adentro}}$$

Para r > b

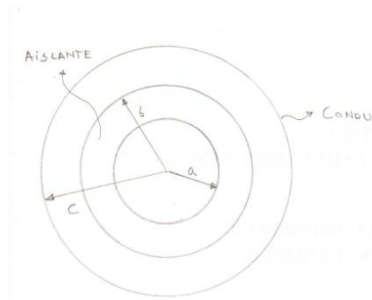


Como el conductor está conectado a tierra, suben electrones para neutralizar la carga $+Q_{total}$ por lo tanto la carga encerrada es nula, entonces.

$$\boxed{\boldsymbol{E = 0}}$$

Ejercicio 3.

Para la configuración mostrada en la figura suponga que a = 5 cm, b = 20 cm, c = 25 cm. Suponga también que se mide el valor del campo eléctrico en un punto a 10 cm del centro igual a $\mathbf{3.6 * 10^3\ N/C}$ radialmente hacia adentro en tanto que le campo eléctrico en un punto a 50 cm del centro es $\mathbf{2.0 * 10^2\ N/C}$ radialmente hacia afuera. A partir de esta información encuentre la carga neta sobre la esfera conductora hueca.

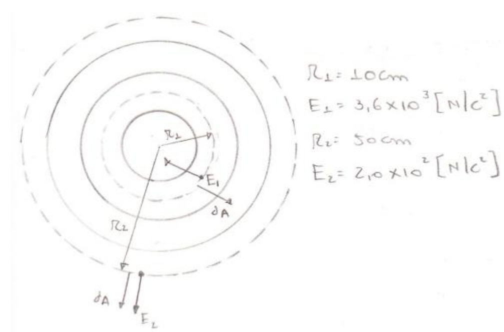


<u>a < r < b</u>

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_{aislante}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint EdA\ Cos(180) = \frac{Q_{aislante}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad -E\oint dA = \frac{Q_{aislante}}{\varepsilon_0}$$

$$-E(4\pi r^2) = \frac{Q_{aislante}}{\varepsilon_0}$$



$$Q_{aislante} = -4E\pi r^2\varepsilon_0 = -4\pi(3.6 * 10^3)(0.1)^2(8.85 * 10^{-12})$$

$$Q_{aislante} = -4\ \eta C$$

<u>r > c</u>

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint EdA\ Cos(0) = \frac{Q_{ext}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{Q_{ext}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q_{ext}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad Q_{ext} = -4E\pi r^2\varepsilon_0 = -4\pi(2.0 * 10^2)(0.5)^2(8.85 * 10^{-12})$$

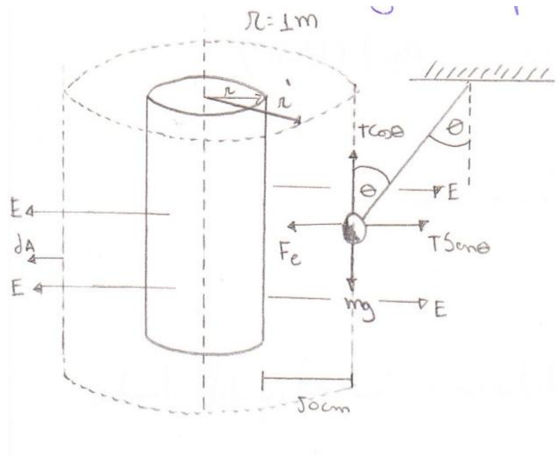
$$Q_{ext} = 5.56\ \eta C$$

$$Q_{conductor} = Q_{ext} - Q_{aislante} = 5.56\ \eta C - (-4\ \eta C)$$

$$\boxed{\boldsymbol{Q_{conductor} = 9.56\ [\eta C]}}$$

Ejercicio 4.

Una masa de 1 g se la expone a un cilindro que tiene una densidad de carga $\rho = Ar$ donde A es una constante. Calcular la carga de la esfera que esta colgando de un hilo aislante, donde $\theta = 20°$



$(+) \rightarrow \sum F_x = 0$ $\qquad$ $(+) \uparrow \sum F_y = 0$

$F_e = T\ Sen\theta$ $\qquad$ $T\ Cos\theta = mg$

$F_e = mg \dfrac{Sen\theta}{Cos\theta}$ $\qquad$ $T = \dfrac{mg}{Cos\theta}$

$$q = \frac{mg\ Tan\theta}{E}$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint EdA\ Cos(0) = \frac{Q_{Total}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{Q_{Total}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r' l) = \frac{Q_{Total}}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = \frac{dQ}{dV}$$

$$\int dQ = \int \rho dV \qquad ; \qquad V = \pi r^2 l \quad \Rightarrow \quad dV = 2\pi r l\ dr$$

$$Q_{Total} = \int 2\rho\pi r l\ dr = \int 2A\pi r^2 l\ dr$$

$$Q_{Total} = 2A\pi l \int_0^1 r^2 dr = 2A\pi l \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^1$$

$$Q_{Total} = \frac{2A\pi l}{3}\ (C)$$

$$E(2\pi r' l) = \frac{2A\pi l}{3\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{A}{3\varepsilon_0 r'}$$

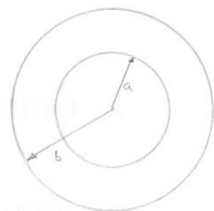
$$q = \frac{mg\ Tan\theta}{E} = \frac{3\varepsilon_0 r' mg\ Tan\theta}{A} = \frac{3(8.85 * 10^{-12})(1.5)(1 * 10^{-3})(9.8)Tan(20)}{A}$$

$q = \dfrac{1.42 * 10^{-3}}{A}$; pero como el campo es positivo y además existe una fuerza de atracción, entonces:

$$\boxed{\boldsymbol{q = -\frac{1.42 * 10^{-3}}{A}\ [C]}}$$

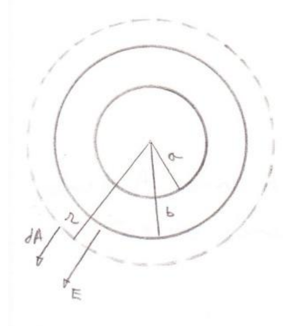
Ejercicio 5.

Considere un cilindro no conductor de longitud infinita con su núcleo hueco. El radio interior es a, el radio exterior es b, y la región solida tiene carga uniformemente distribuida por unidad de volumen de densidad $\boldsymbol{\rho}$.



a) **Usando la Ley e Gauss, calcule el campo eléctrico a una distancia r desde el eje del cilindro donde r > b (Exprese los resultados en función de a, b, $\boldsymbol{\rho}$, r).**
b) **Usando la Ley e Gauss, calcule el campo eléctrico a una distancia r desde el eje del cilindro donde a < r < b**

Para a)



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad ; \qquad \rho = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} = \frac{Q_{Total}}{V_{Total}}$$

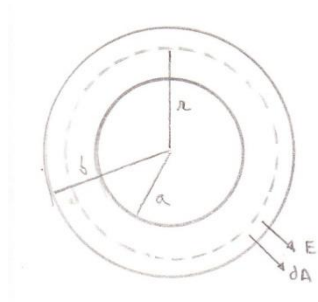
$$Q_{Total} = \rho\, V_{Total}$$

$$Q_{Total} = \rho(\pi b^2 l - \pi a^2 l) = \rho\pi l(b^2 - a^2)(C)$$

$$\oint EdA\, Cos(0) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{Q_{Total}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\rho\pi l(b^2 - a^2)}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\rho\pi l(b^2 - a^2)}}{\boldsymbol{2r\varepsilon_0}} \quad ; \quad \boldsymbol{radialmente\ hacia\ afuera}}$$

Para b)



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{dq}{dV}$$

$$\int dQ = \int \rho dV \qquad ; \qquad V = (\pi r^2 l - \pi a^2 l) = \pi l(r^2 - a^2) \quad \Rightarrow \quad dV = 2\pi r l\, dr$$

$$q_{enc} = 2\pi\rho l \int_a^r r dr = 2\rho\pi l\left[\frac{r^2}{2}\right]_a^r$$

$$q_{enc} = \rho\pi l(r^2 - a^2)\ (C)$$

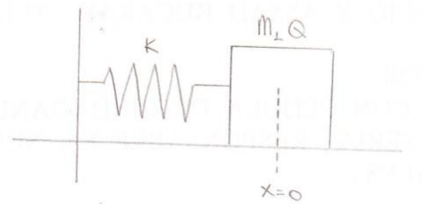
$$\oint EdA\, Cos(0) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\rho\pi l(r^2 - a^2)}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\rho\pi l(r^2 - a^2)}}{\boldsymbol{2r\varepsilon_0}} \quad ; \quad \boldsymbol{radialmente\ hacia\ afuera}}$$

ENERGÍA Y POTENCIAL ELÉCTRICO

Ejercicio 1.

Un bloque de 4 Kg con una carga Q con 50 uC se conecta a un resorte para el cual k= 100 N/m, el bloque esta sobre una pista horizontal sin fricción, el sistema está inmerso en un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 5 * 10^5\ V/m$ y su dirección es como se indica en la figura. Si el bloque se suelta desde el reposo cuando el resorte no está deformado (x = 0).



a) Que distancia máxima se alargará el resorte.
b) Cuál será la posición de equilibrio del resorte.
c) Muestre que existe M.A.S y determine su periodo.

Para a)

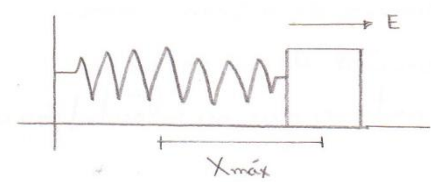
$E_i = E_f$

$0 = U_{elástica} + U_{eléctrica}$

$0 = \frac{1}{2}k(x_{máx})^2 + (-QEd) = \frac{1}{2}k(x_{máx})^2 - QEx_{máx}$

$0 = \frac{1}{2}kx_{máx} - QE$

$x_{máx} = \frac{2QE}{k} = \frac{2(50 * 10^{-6})(5 * 10^5)}{100}$



$\boxed{x_{máx} = 0.5\ [m]}$

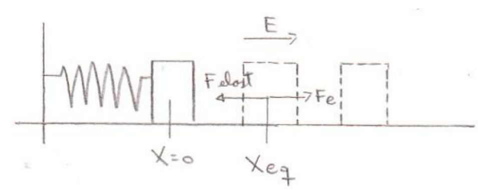
Para b)

$(+) \rightarrow \sum F_x = 0$

$F_{eléctrica} - F_{elástica} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{eléctrica} = F_{elástica}$

$QE - kx_{equilibrio} = 0 \quad \Rightarrow \quad QE = kx_{equilibrio}$

$x_{equilibrio} = \frac{QE}{k} = \frac{(50 * 10^{-6})(5 * 10^5)}{100}$

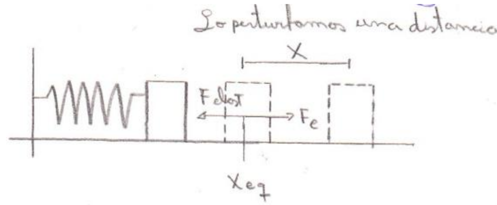


$\boxed{x_{equilibrio} = 0.25\ [m]}$

Para c)

$$\sum F = ma$$

$$F_{eléctrica} - F_{elástica} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$



$$QE - k(x_{equilibrio} + x) = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{QE - kx_{equilibrio}}_{0} - kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\boxed{-\boldsymbol{kx} = \boldsymbol{m}\frac{\boldsymbol{d^2x}}{\boldsymbol{dt^2}} \quad \therefore \boldsymbol{Es\ M.A.S}}$$

$$-\frac{k}{m}x = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad -\omega^2 x = \frac{d^2x}{dt^2}$$

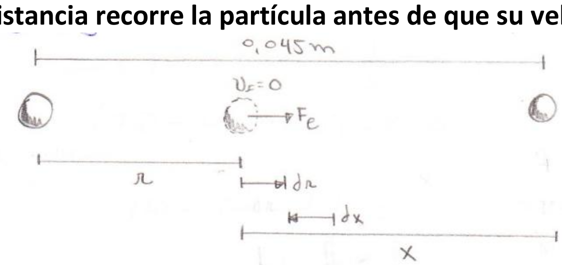
$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad ; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{T = 1.26\ [seg]}}$$

Ejercicio 2.

Una carga de -3 uC esta fijo en un determinado punto desde una distancia de 4,5 cm, una partícula de 7,2 gr y carga -8uC es disparada con una velocidad inicial de 65 m/seg directamente hacia la carga fija ¿Qué distancia recorre la partícula antes de que su velocidad sea cero.



$$\Delta K = U_{eléctrica}$$

$$\frac{1}{2}m\,v_f{}^2 - \frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = -qEd \quad ; \quad pero\ el\ campo\ no\ es\ uniforme, ya\ que\ varia\ con\ el\ radio, entonces$$

$$-\frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = -q\int_0^x E\,dx$$

$$\frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = -q\int_0^x \frac{KQ}{r^2}\,dx \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = -q\int_{r_0}^{r_f} \frac{KQ}{r^2}\,(-dr)$$

$$\frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = KQq\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_0}^{r_f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_i{}^2 = KQq\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_f}\right]$$

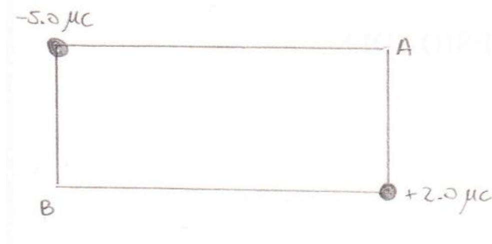
$$\frac{1}{r_f} = \frac{1}{r_0} - \frac{m\,{v_i}^2}{2KQq} \quad \Rightarrow \quad r_f = \left(\frac{1}{r_0} - \frac{m\,{v_i}^2}{2KQq}\right)^{-1} = \left[\frac{1}{0.045} - \frac{(7.2*10^{-3})(65)^2}{2(9*10^{9})(3*10^{-6})(8*10^{-6})}\right]^{-1}$$

$\vec{r_f} = -0.0207$; el resultado nos queda negativo debido a que "dr" es un vector, pero sabemos que dx = - dr, entonces

$$\boxed{\boldsymbol{x_{final} = 0.0207\ [m]}}$$

Ejercicio 3.

Considere que una carga de +3 uC es colocada en el punto A. ¿Cuánto trabajo se requiere para llevarla desde el punto A hasta el punto B del rectángulo de dimensiones 2 cm x 10 cm?



$$\Delta U = -W \quad ; \quad \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

$$\Delta U = \Delta V\, q = (V_B - V_A)q$$

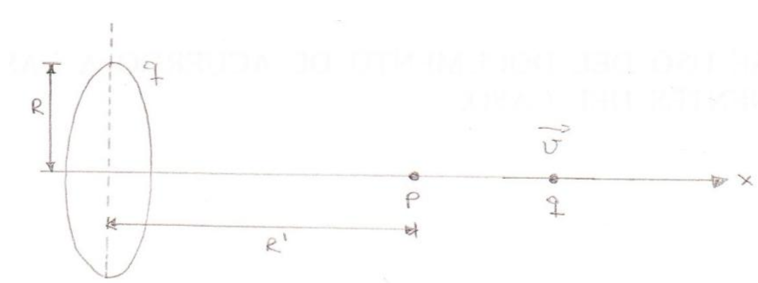
$$\Delta U = q\left[\underbrace{K\frac{q_1}{a} + K\frac{q_2}{b}}_{V_B} - \overbrace{\left(K\frac{q_1}{b} + K\frac{q_2}{a}\right)}^{V_A}\right] = qK\left[\frac{q_1}{a} + \frac{q_2}{b} - \frac{q_1}{b} + \frac{q_2}{a}\right]$$

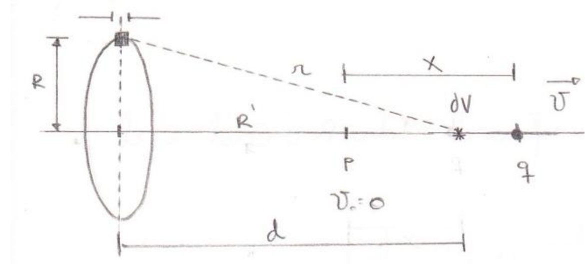
$$\Delta U = (3*10^{-6})(9*10^{9})(1*10^{-6})\left[-\frac{5}{0.02} + \frac{2}{0.1} - \frac{5}{0.1} + \frac{2}{0.02}\right]$$

$$\Delta U = -7.56\,J \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{W = 7.56\ [J]}}$$

Ejercicio 4.

Una carga puntual "q" es colocada en reposo en el punto "p" sobre el eje de un anillo con carga uniforme q y radio R. Cuando la carga se libera, esta se mueve a lo largo del eje x, conforme lo muestra la figura. Encuentre una expresión para la velocidad final que adquiere esta carga puntual luego de moverse una distancia "x", desprecie efectos gravitacionales.





$E_i = E_f$

$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \Rightarrow \quad K_i - K_f = U_f - U_i$

$-(K_f - K_i) = \Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta U = -\Delta K$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{\Delta K}{q}$$

$$\Delta V = -\frac{1}{2q} m\left(v_f{}^2 - v_i{}^2\right) = -\frac{m\, v_f{}^2}{2q}$$

$$V = K\frac{q}{r} \quad \Rightarrow \quad dV = K\frac{dq}{\sqrt{R^2 + d^2}}$$

$$\int dV = \frac{K}{\sqrt{R^2 + d^2}} \int dq \quad \Rightarrow \quad V = \frac{Kq}{\sqrt{R^2 + d^2}}$$

$$V_q - V_p = -\frac{m\, v_f{}^2}{2q} \quad ; \quad V_q = \frac{Kq}{\sqrt{R^2 + (R+x)^2}} \quad ; \quad V_p = \frac{Kq}{\sqrt{R^2 + R^2}}$$

$$\frac{Kq}{\sqrt{R^2 + (R+x)^2}} - \frac{Kq}{\sqrt{2}R} = -\frac{m\, v_f{}^2}{2q}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_f = \sqrt{\frac{2Kq^2}{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2}R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (R+x)^2}}\right]}\ [m/seg]}}$$

Ejercicio 5.
¿Cuál de las siguientes premisas es correcta?

- **a) Si el campo eléctrico es cero en algún punto del espacio, el potencial eléctrico debe ser también cero en dicho punto**
- **b) Si el potencial eléctrico es cero en algún punto del espacio, el campo eléctrico debe ser cero también en dicho punto**
- **c) Las líneas del campo eléctrico apuntan hacia las regiones donde el potencial es más alto**
- **d) En electroestática, la superficie de un conductor es una superficie equipotencial.**

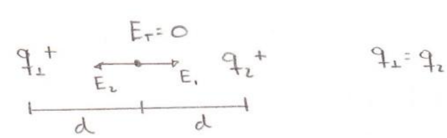
Para a)

$E = \frac{dV}{dr}$; Por esta definición nos dice, que si el campo eléctrico es cero, el potencial eléctrico no necesariamente es cero, si no que puede ser una constante

Para b)

$V = K\frac{Q}{r}$ $(Potencial\ debido\ a\ una\ carga\ puntual)$

$V_1 = K\frac{q_1}{d}$; $V_2 = K\frac{q_2}{d}$



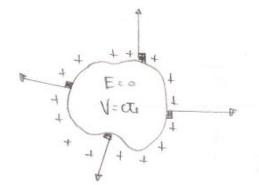
Si el campo eléctrico es cero, el potencial eléctrico es cero

Para c)

Las líneas del campo eléctrico apuntan donde el potencial decrece

Para d)

La superficie de un conductor es una superficie equipotencial



Ejercicio 6.
Si tenemos una carga positiva de 1 C en el centro de una esfera de radio R ¿Cuál es el flujo a través de la superficie de la esfera.

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{Total} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\Phi_{Total} = \frac{1}{8.85 * 10^{-12}}[Nm^2/C]}}$$

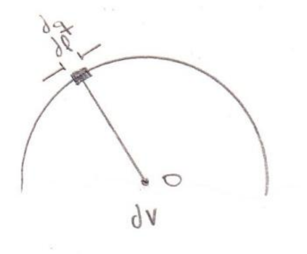
Ejercicio 7.
Un alambre doblado en forma de semicírculo de radio "a" mantiene una carga eléctrica uniformemente a lo largo de su longitud, con densidad $\boldsymbol{\lambda}$. Calcule el potencial eléctrico el el punto O

$$V = K\frac{Q}{r}$$

$$dV = K\frac{dQ}{a} = K\frac{\lambda dl}{a}$$

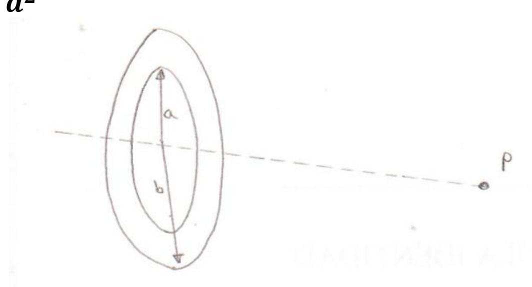
$$\int dV = \frac{K\lambda}{a}\int dl \quad \Rightarrow \quad V = \frac{K\lambda}{a}l_{Total}$$

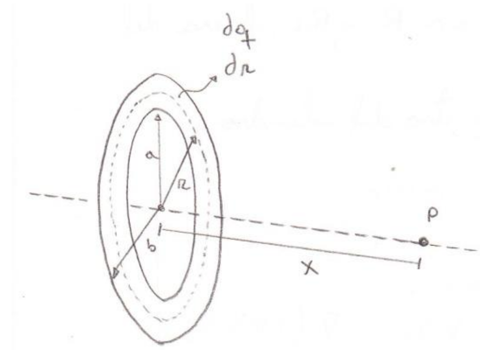
$$V = \frac{K\lambda}{a}(\pi a) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V = K\lambda\pi\,[V]}}$$



Ejercicio 8.
Calcule el potencial eléctrico en el punto P sobre el anillo mostrado en la figura la cual tiene una densidad de carga $\boldsymbol{\sigma = \alpha/R}$ donde $\boldsymbol{\alpha}$ es una constante positiva.

$$\boldsymbol{Recordar\ que}: \int \frac{\boldsymbol{dx}}{\sqrt{\boldsymbol{x^2 + a^2}}} = \boldsymbol{ln}\left[\boldsymbol{x} + \sqrt{\boldsymbol{x^2 + a^2}}\right]$$





$Anillo\ de\ radio\ R\text{:}\ V = \frac{KQ}{\sqrt{x^2+R^2}}$

$$dV = \frac{Kdq}{\sqrt{r^2+R^2}} \quad ; \quad \sigma = \frac{dq}{dA} \quad \Rightarrow \quad dq = \sigma dA$$

$$dV = \frac{K\sigma dA}{\sqrt{r^2+R^2}} \quad ; \quad A = \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad dA = 2\pi r dr$$

$$dV = \frac{2K\sigma\pi r dr}{\sqrt{r^2+R^2}} = \frac{2K\pi r dr}{\sqrt{r^2+R^2}}\left(\frac{\alpha}{r}\right)$$

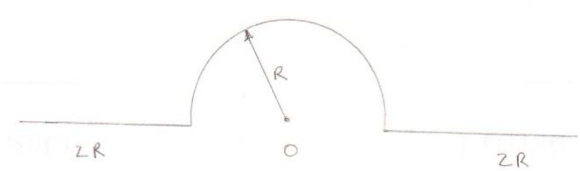
$$\int dV = 2K\pi\alpha \int_a^b \frac{dr}{\sqrt{r^2+R^2}} = 2K\pi\alpha\ ln\left[r + \sqrt{r^2+R^2}\right]_a^b$$

$$V = 2K\pi\alpha\left[ln\left(b + \sqrt{b^2+R^2}\right) - ln\left(a + \sqrt{a^2+R^2}\right)\right]$$

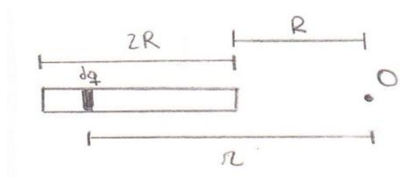
$$\boxed{\boldsymbol{V = 2K\pi\alpha\ ln\left[\frac{b+\sqrt{b^2+R^2}}{a+\sqrt{a^2+R^2}}\right]\ [V]}}$$

Ejercicio 9.

Un alambre que tiene densidad lineal de carga uniforme λ se dobla de la forma indicada en la figura. Encuentre el potencial eléctrico en el punto O.



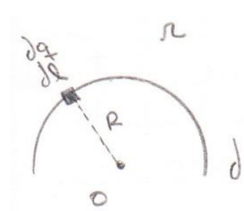
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \Rightarrow \quad dq = \lambda dr$$



$$dV_1 = K\frac{dq}{r} = K\frac{\lambda dr}{r}$$

$$\int dV_1 = K\lambda \int_R^{3R} \frac{dr}{r} = K\lambda\ ln[r]_R^{3R}$$

$$V_1 = K\lambda \ln(3)$$



$$dV_2 = K\frac{dq}{R} = K\frac{\lambda dl}{R}$$

$$\int dV_2 = \frac{K\lambda}{R}\int dl = \frac{K\lambda}{R}\ l_{Total}$$

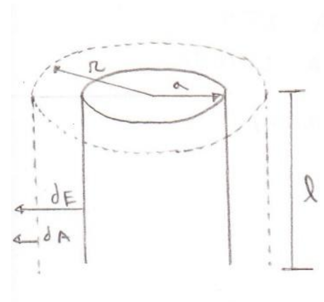
$$V_2 = \frac{K\lambda}{R}(\pi R)$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_{Total} = 2K\lambda \ln(3) + K\lambda\pi\ \ [V]}}$$

Ejercicio 10.
Un cilindro conductor de radio a tiene una carga uniformemente distribuida es su superficie ρ
Determine:

a) **El valor del campo eléctrico fuera del cilindro.**
b) **La diferencia de potencial entre 2 puntos ubicados a una distancia R_1 y R_2, fuera del cilindro medidos desde el eje del cilindro ($R_2 > R_1$).**

Para a)

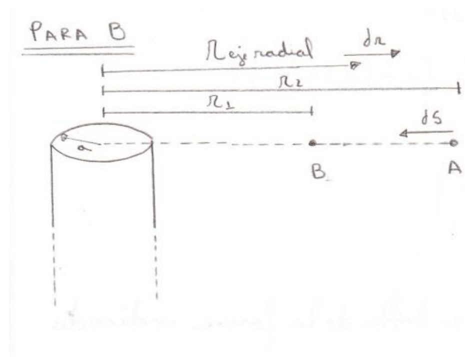


$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad \rho = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} \Rightarrow q_{enc} = \rho V_{enc} = \rho(2\pi al)$$

$$\oint EdA\ Cos(0) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\oint dA = \frac{2\rho\pi al}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rl) = \frac{2\rho\pi al}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{E = \frac{\rho a}{\varepsilon_0 r}}\ [N/C]\ ;\ \ \textbf{radialmente hacia afuera}}$$

Para b)



$$\Delta V = -Ed$$

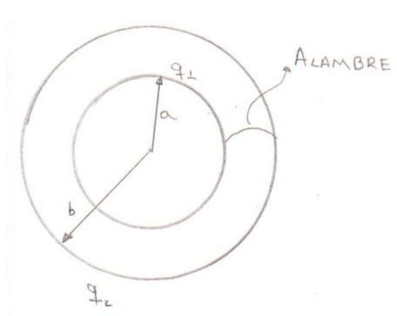
$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}(-d\vec{r}) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho a}{\varepsilon_0 r}dr$$

$$V_B - V_A = \frac{\rho a}{\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\rho a}{\varepsilon_0}(\ln r_2 - \ln r_1)$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_B - V_A = \frac{\rho a}{\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}}$$

Ejercicio 11.
Dos cascarones conductores esféricos y concéntricos están conectados por medio de un alambre delgado como se muestra en la figura, si una carga Q se pone en el sistema ¿Cuánta carga queda sobre cada esfera?
a = 0.4 m
b = 0.5 m
Q = 10 uC



Cuando se une por un alambre el potencial en la superficie de las dos esferas son iguales.

$$V_1 = V_2 \quad ; \quad Q = q_1 + q_2$$

$$K\frac{q_1}{a} = K\frac{q_2}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{a} = \frac{q_2}{b}$$

$$\frac{Q - q_2}{a} = \frac{q_2}{b} \quad \Rightarrow \quad Q = q_2\left(1 + \frac{a}{b}\right)$$

$$q_2 = Q\left(1 + \frac{a}{b}\right)^{-1} = (10 * 10^{-6})\left(1 + \frac{0.4}{0.5}\right)^{-1}$$

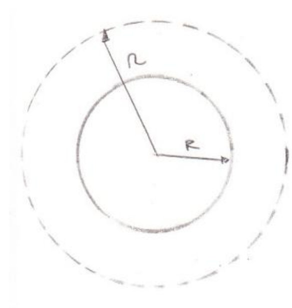
$$\boxed{\boldsymbol{q_2 = 5.55 * 10^{-6}\ [C] \quad ; \quad q_1 = 4.44 * 10^{-6}\ [C]}}$$

Ejercicio 12.
Una esfera solida aislante de radio R tiene una densidad de carga volumétrica uniforme con carga total Q.

- **a) Determine el potencial eléctrico en un punto fuera de la esfera, es decir (r > R). Considere V = 0 en el infinito.**
- **b) Encuentre el potencial en un punto dentro de la esfera (r < R)**

<u>Para a)</u>

$$\Delta V = -\int E.dr$$



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

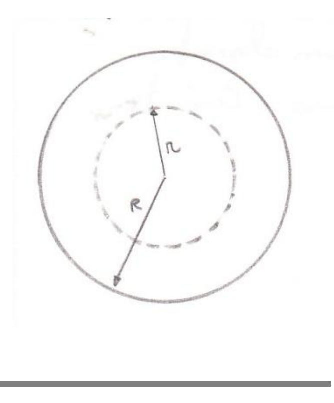
$$\oint EdA\ Cos(0) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2}\right) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{KQ}{r^2}$$

$$V_{r>R} - V_{r=\infty} = -\int_{\infty}^{r} Edr$$

$$V_{r>R} = -\int_{\infty}^{r} \frac{KQ}{r^2}dr = KQ\frac{1}{r}\bigg|_{\infty}^{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V_{r>R} = \frac{KQ}{r}\ [V]}}$$

<u>Para b)</u>



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = \frac{Q_{Total}}{V_{Total}} = \frac{q_{enc}}{V_{enc}} \quad \Rightarrow \quad q_{enc} = \frac{Q_{Total}}{V_{Total}}V_{enc} \quad \Rightarrow \quad q_{enc} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$\oint EdA\ Cos(0) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\oint dA = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Qr^3}{R^3}\right) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{KQr^3}{R^3}$$

$$V_{r<R} - V_{r=\infty} = -\int_{\infty}^{r<R} Edr$$

$$V_{r<R} = -\int_{\infty}^{r<R} \frac{KQr^3}{R^3}dr = -\int_{\infty}^{R} E_1 dr - \int_{R}^{r} \frac{KQr^3}{R^3}dr$$

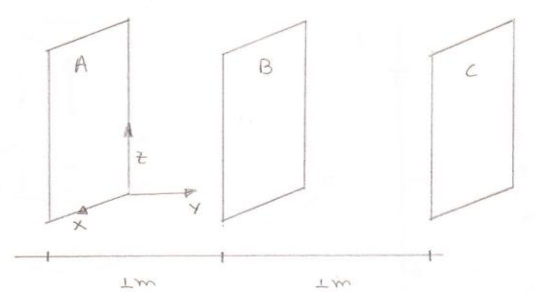
$$V_{r<R} = \frac{KQ}{R} - \frac{KQ}{R^3}\left[\frac{r^2}{2}\right]_R^r \quad \Rightarrow \quad V_{r<R} = \frac{KQ}{R} - \frac{KQ}{2R^3}[r^2 - R^2]$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_{r<R} = \frac{KQ}{R}\left(1 - \frac{r^2 - R^2}{2R^2}\right)[V]}}$$

Ejercicio 13.
El flujo del campo creado por un dipolo eléctrico formados por 2 cargas (+q) y (-q) a través de una superficie cerrada que rodea el dipolo y situado en el vacio es igual a:

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{Total} = \frac{+q}{\varepsilon_0} + \frac{-q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{Total} = 0$$

Ejercicio 14.
Los tres grandes planos de la figura (que pueden considerarse de superficie infinita, ya que sus áreas son muchos mayores que la separación de 1 m entre ellos; en el espacio entre ellos está el vacio) están cargados uniformemente con unas densidades de carga.
$\boldsymbol{\sigma_A = 3.54 * 10^{-6}[C/m^2]}$; $\boldsymbol{\sigma_B = 7.08 * 10^{-6}[C/m^2]}$; $\boldsymbol{\sigma_C = 10.62 * 10^{-6}[C/m^2]}$

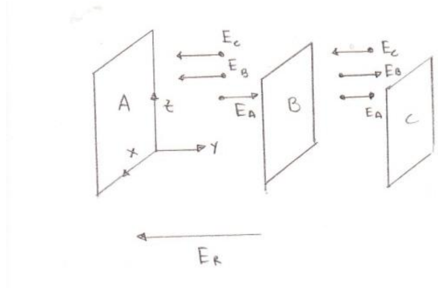


a) **Determinar el campo eléctrico en puntos; 0 < y < 1 , 1 < y < 2**
b) **Determinar las diferencias de potencial $\boldsymbol{V_B - V_A}$, $\boldsymbol{V_C - V_B}$**
c) **¿Con que velocidad en la dirección del OY se debe lanzar el protón desde un punto de. coordenadas (0.5 , -0.5 , 0.5)m para que llegue al plano B con velocidad cero.**

Para a)

0 < y < 1

$E_R = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}$



$$E_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_A - \sigma_B - \sigma_C) = \frac{10^{-6}}{2(8.85 * 10^{-12})}(3.54 - 7.08 - 10.62)$$

$$\boxed{\boldsymbol{\overrightarrow{E_R} = -800\ \hat{\imath}\ [KN/C]}}$$

1 < y < 2

$$E_R = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}$$

$$E_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_A + \sigma_B - \sigma_C) = \frac{10^{-6}}{2(8.85 * 10^{-12})}(3.54 + 7.08 - 10.62)$$

$$\boxed{\boldsymbol{\overrightarrow{E_R} = 0\ [N/C]}}$$

Para b)

Como el potencial apunta donde el campo decrece, entonces $V_B > V_A$

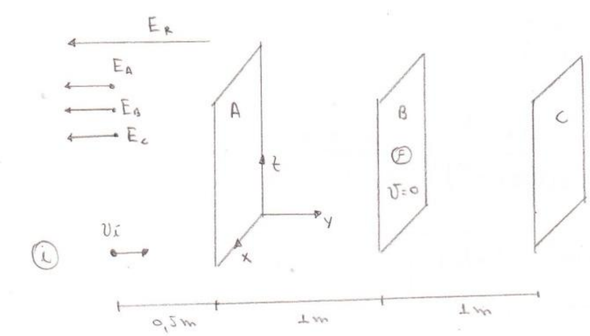
$$V_B - V_A = +Ed \quad \Rightarrow \quad V_B - V_A = +800 * 10^3(1)$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_B - V_A = 800\ [KV]}}$$

$$V_C - V_B = Ed \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V_C - V_B = 0\ [V]}}$$

Para c)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{\Delta K}{q}$$



$$\Delta V = -\frac{m}{2q}\left({v_f}^2 - {v_i}^2\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{m}{2q}{v_i}^2$$

$$V_B - V_i = \frac{m_p}{2q_p}{v_i}^2$$

$$E_i = -\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}$$

$$E_i = -\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_A + \sigma_B + \sigma_C) = \frac{10^{-6}}{2(8.85 * 10^{-12})}(3.54 + 7.08 - 10.62)$$

$$\overrightarrow{E_i} = -1200\ \hat{\imath}\ (KN/C)$$

$$V_A > V_i$$

$$V_i - V_A = -E_i d \quad \Rightarrow \quad V_i - V_A = -1200 * 10^3(0.5)$$

$$V_i - V_A = -0.6 * 10^6(V) \quad \Rightarrow \quad V_i = -0.6 * 10^6 + V_A$$

$V_B - V_A = 800\ [KV] \quad \Rightarrow \quad V_B = 800 * 10^3 + V_A$

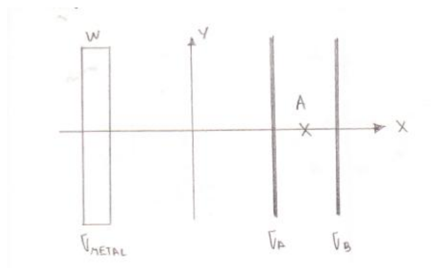
$$(800 * 10^3 + V_A) - (-0.6 * 10^6 + V_A) = \frac{m_p}{2q_p} {v_i}^2$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2(1.4 * 10^6)q_p}{m_p}} = \sqrt{\frac{2(1.4 * 10^6)(1.6 * 10^{-19})}{1.67 * 10^{-27}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_i = 0.01638 * 10^9\ [m/seg]}}$$

Ejercicio 15.

La figura de abajo muestra una placa conductora de espeso W y dos láminas dieléctricas, todas muy grandes (infinitas), se muestra una vista lateral. La placa conductora tiene carga uniformemente distribuida en sus dos superficies, σ_{Metal}, las láminas dieléctricas tiene carga uniformemente distribuida de densidades σ_A y σ_B. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto A



W = 3cm.

$\boldsymbol{\sigma_A = -2.5\ uC/m^2}$

$\boldsymbol{\sigma_B = +7.5\ uC/m^2}$

$\boldsymbol{\sigma_{Metal} = +2.0\ uC/m^2}$

$$E_A = \overbrace{\frac{\sigma_{Metal}}{\varepsilon_0}}^{\substack{Campo\ \ para \\ un\ conductor}} - \underbrace{\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}}_{\substack{Campo\ \ para \\ un\ diel\acute{e}ctrico}}$$

$$E_A = \frac{2 * 10^{-3}}{8.85 * 10^{-12}} - \frac{2.5 * 10^{-3}}{2(8.85 * 10^{-12})} - \frac{7.5 * 10^{-3}}{2(8.85 * 10^{-12})}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_A = -0.339 * 10^9\ \hat{\imath}\ [N/C]}}$$

Ejercicio 16.

La figura de abajo muestra tres planos, todas de áreas muy grandes. Las dos placas delgadas (láminas) están hechos de material aislante y tienen carga uniformemente distribuidas de densidades σ_A y σ_B respectivamente. La placa metálicas tiene ancho W, y esta inicialmente descargada.

$d_1 = 4\ cm$

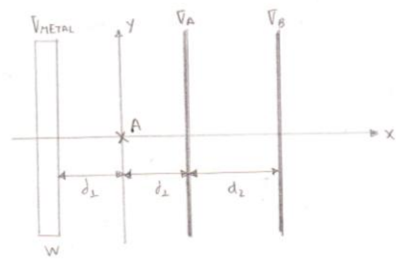
$d_2 = 12\ cm$

$W = 3\ cm$

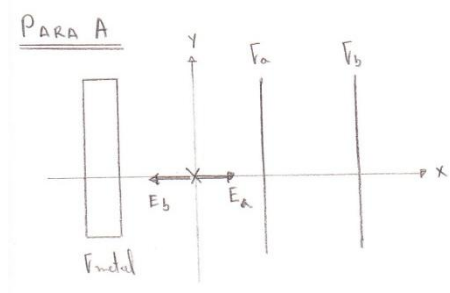
$\sigma_A = -2.5\ uC/m^2$

$\sigma_B = +7.5\ uC/m^2$

$\sigma_{Metal} = 0$



a) **¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico E_A en el origen (el punto marcado con A en el origen)?**
b) **¿Cuál es el signo de la densidad superficial de carga σ, sobre la superficie izquierda de la placa metálica?**
c) **Calcule la diferencia de potencial eléctrico entre las láminas no conductoras, esto es, entre (x = d_1) y (x = d_2)**

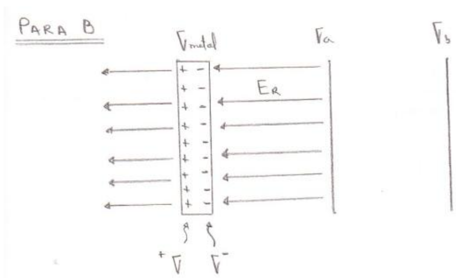


Para a)

$$E_R = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

$$E_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_A - \sigma_B) = \frac{10^{-6}}{2(8.85 * 10^{-12})}(2.5 - 7.5)$$

$$\boxed{\overrightarrow{E_R} = -0.28 * 10^6\ \hat{\imath}\ [N/C]}$$



Para b)

Entran en negativas y salen de las positivas

$$\boxed{\therefore\ Es\ positivo}$$

$$E_{conductor} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad |\sigma| = E_R\varepsilon_0 = 0.28 * 10^6(8.85 * 10^{-12})$$

$$\boxed{|\sigma| = 2.478 * 10^{-6}\ [C/m^2]}$$

Para c)

$$\overrightarrow{E_R} = -\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} = -\frac{10^{-6}}{2(8.85 * 10^{-12})}(2.5 + 7.5)$$

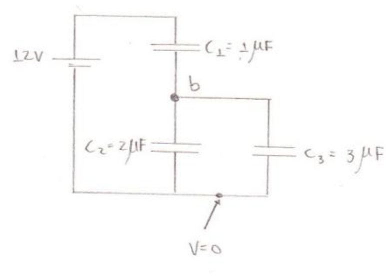
$$\overrightarrow{E_R} = -0.56 * 10^6 (N/C) \quad \Rightarrow \quad E_R = 0.56 * 10^6 (N/C)$$

$$V_B > V_A \quad \Rightarrow \quad V_B - V_A = +E_R d$$

$$V_B - V_A = 0.56 * 10^6(0.12) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_B - V_A = 0.068 * 10^6\ [V]}$$

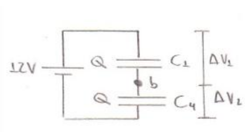
CAPACITANCIA

Ejercicio 1.
Suponga que todos los capacitores se encuentran descargados antes de ensamblar el circuito.
Si definimos el potencial en el alambre inferior como cero. Determine el valor del potencial $\boldsymbol{V_b}$ en el punto b indicado en la figura.



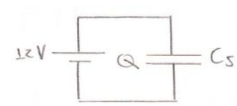
$C_4 = C_2 + C_3$

$C_4 = 5\ uF$



$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_4} = \frac{C_4 + C_1}{C_4 C_1}$

$C_5 = \frac{5}{6} uF$



$C_5 = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad Q = VC_5 = 12\left(\frac{5}{6}\right) = 10\ uC$

$Q = 10\ uC$

$\Delta V_2 = \frac{Q}{C_4} = \frac{10}{5}$

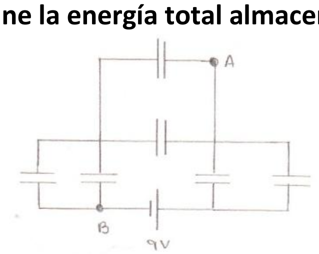
$\Delta V_2 = 2\ [V]$

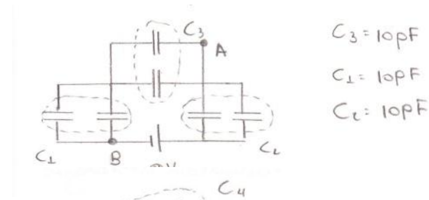
$\Delta V = V_b - V = 2$

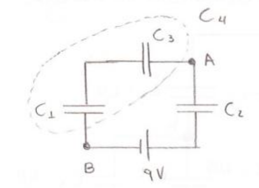
$V_b - V = 2$

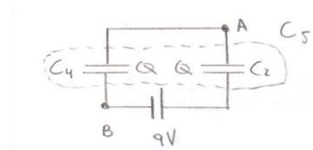
$\boxed{\boldsymbol{V_b = 2\ [V]}}$

Ejercicio 2.
Seis capacitores idénticos de 5Pf de capacitancia son conectados a una batería de 9 voltios como se muestra en el diagrama. Calcule la diferencia de potencial eléctrico entre los puntos A y B marcados en el circuito. Determine la energía total almacenada en los seis capacitores.









$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_3 + C_1}{C_3 C_1}$$

$$C_4 = \frac{10(10)}{10+10} \quad \Rightarrow \quad C_4 = 5pF$$

$$C_5 = \frac{C_4 C_2}{C_4 + C_2} = \frac{5(10)}{5+10}$$

$$C_5 = \frac{10}{3} pF$$

$$C_5 = \frac{Q}{9V} \quad \Rightarrow \quad Q = C_5 9V = 9\left(\frac{10}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad Q = 30\,uC$$

$$C_4 = \frac{Q}{\Delta V_{ab}} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{ab} = \frac{Q}{C_4} = \frac{30}{5} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\Delta V_{ab} = 6\ [V]}}$$

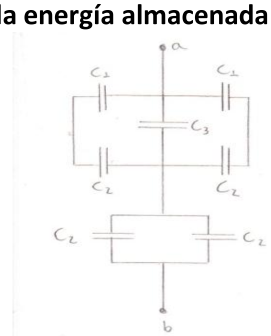
$$U_{Total} = \frac{1}{2} C_5 V^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{10}{3} * 10^{-12}\right)(9)^2$$

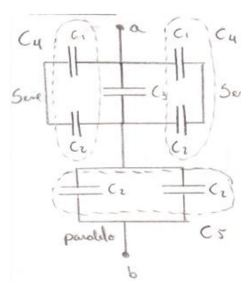
$$\boxed{\boldsymbol{U_{Total} = 1.35 * 10^{-10}\ [J]}}$$

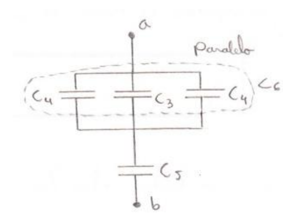
Ejercicio 3.

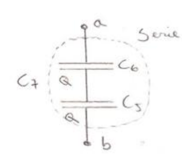
Encuentre:

- **a)** **La capacitancia equivalente entre los puntos a y b para el grupo de capacitores conectados, como se indica en la figura si $C_1 = 5.0\ uF$, $C_2 = 10.0\ uF$, $C_3 = 2.0\ uF$**
- **b)** **Si V_{ab}= 60 voltios, ¿Cuál es la energía almacenada en C_3?**









Para a)

$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

$$C_4 = \frac{5(10)}{5+10} \quad \Rightarrow \quad C_4 = \frac{10}{3} uF$$

$$C_5 = C_2 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_5 = 20\,uF$$

$$C_6 = C_4 + C_3 + C_4 = 2\left(\frac{10}{3}\right) + 2 \quad \Rightarrow \quad C_6 = \frac{26}{3} uF$$

$$C_7 = \frac{C_7 C_5}{C_7 + C_5} = \frac{(26/3)(20)}{(26/3)+20} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_7 = C_{eq} = \frac{260}{43} uF}}$$

Para b)

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 (\Delta V_{C3})^2$$

$$C_7 = \frac{Q}{V_{ab}} \quad \Rightarrow \quad Q = C_7 V_{ab} = \frac{260}{43}(60) \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{15600}{43} uC$$

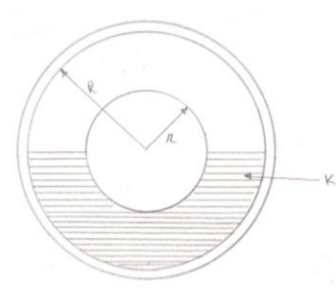
$$C_6 = \frac{Q}{\Delta V_{C6}} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{C6} = \frac{Q}{C_6} = \frac{(15600/43)}{(26/3)} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{C6} = \Delta V_{C3} = \frac{1800}{43}(V)$$

$$U_3 = \frac{1}{2}(2 * 10^{-3}) \left(\frac{1800}{43}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{U_3 = 1.752\ [J]}}$$

Ejercicio 4.

Un condensador esférico, formado por dos esferas conductores, de radios r y R, se carga a una diferencia de potencial V_0. Enseguida, se introduce entre las esferas un dieléctrico líquido de constante k, hasta llenar la mitad del volumen interior.

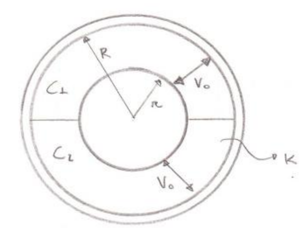
- **a) ¿Cómo están conectados los dos condensadores? Explique por que**
- **b) Encuentre la capacitancia equivalente del condensadores**
- **c) Determine el cabio en la energía electroestática del sistema, debida a la introducción del dieléctrico.**



Para a)

Tienen la misma diferencia de potencial

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{Estan\ conectados\ en\ paralelo}}$$



Para b)

Capacitancia de condensador esférico de radio interior a y radio exterior b $C = \frac{ab}{K_e(b-a)}$; K_e= constante eléctrica

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = \frac{ab}{K_e(b-a)} + \frac{ab}{K_e(b-a)} k$$

$$\boxed{\boldsymbol{C_{eq} = \frac{ab}{K_e(b-a)}(k+1)\ [F]}}$$

Para c)

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

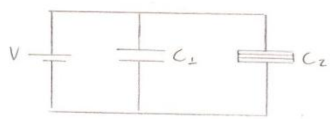
$$U_0 = \frac{1}{2}C{V_0}^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{ab}{K_e(b-a)}\right]{V_0}^2 \; (Antes\ de\ introducir\ el\ dieléctrico)$$

$$U_f = \frac{1}{2}C_{eq}{V_f}^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{ab}{K_e(b-a)}(k+1)\right]\left(\frac{V_0}{k}\right)^2 \; (Despues\ de\ introducir\ el\ dieléctrico)$$

$$\boxed{\therefore\ \boldsymbol{U_0 > U_f}}$$

Ejercicio 5.

Dos capacitores son conectados a una batería como se muestra en la figura. Los capacitores son idénticos. La única diferencia es que el espacio entre sus placas esta en vacío (k = 1) en el caso de C_1 y una lamina dieléctrica (k > 1) en el caso de C_2



a) **Compare las cargas sobre el capacitor C_1 y sobre le capacitor C_2**
b) **Compare las magnitudes del campo eléctrico entre las placas de los capacitores**
c) **Compare la diferencia de potencial entre las placas de los capacitores**

Para a)

$$C_1 = C_1 \quad ; \quad C_2 = kC_2 \quad ; \quad V_1 = V_2 = V$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{V} \quad ; \quad C_2 = \frac{Q_2}{V}$$

$$Q_1 = C_1V \quad ; \quad Q_2 = KC_1V$$

$$\boxed{\boldsymbol{Q_1 > Q_2}}$$

Para b)

$$E_1 = \Delta V d \quad ; \quad E_2 = E_{conductor} - E_{dieléctrico}$$

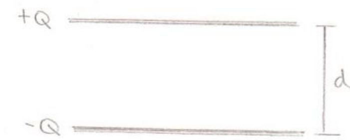
$$\boxed{\boldsymbol{E_1 > E_2}}$$

Para c)

$$V_1 = V_2 = V$$

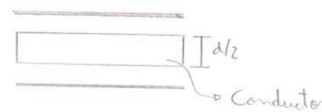
El circuito está conectado en paralelo $\boxed{\therefore \boldsymbol{V_1 = V_2}}$

Ejercicio 6.
Dos placas metálicas paralelas y cargadas de área A separadas por una distancia d.
A = 0.2 m^2
d = 0.03 m



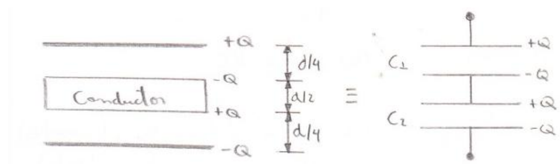
¡) Un conductor de espesor d/2 es insertado entre las placas como se muestra abajo. La capacitancia total

a) **Se incrementa**
b) **Disminuye**
c) **No cambia**



$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)} \qquad ; \qquad C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$



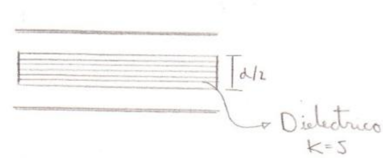
$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)} * \varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)}}{\varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)} + \varepsilon_0 \frac{A}{(d/4)}} = \frac{2\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C_{eq} = \frac{2(8 * 85 * 10^{-12})(0.2)}{0.03} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = 1.18 * 10^{-10} \ (F)$$

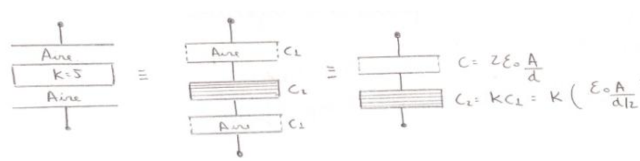
$\boxed{\textit{Se incrementa}}$

ii) El conductor es reemplazado con un dieléctrico de espesor d/2 y constante k = 5, como se muestra. ¿Cuál es la capacitancia total del sistema?

a) $\boldsymbol{C = 3.54 * 10^{-10} F}$
b) $\boldsymbol{C = 2.95 * 10^{-10} F}$
c) $\boldsymbol{C = 7.08 * 10^{-10} F}$
d) $\boldsymbol{C = 9.83 * 10^{-10} F}$
e) $\boldsymbol{C = 4.92 * 10^{-10} F}$



$$C_{eq} = \frac{C_1 C}{C_1 + C} = \frac{(2KA\varepsilon_0/d)(2A\varepsilon_0/d)}{2\varepsilon_0 \frac{A}{d} + 2k\varepsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{4k{\varepsilon_0}^2 A^2}{2\varepsilon_0 A d^2 (k+1)} = \frac{2k\varepsilon_0 A}{d(k+1)}$$

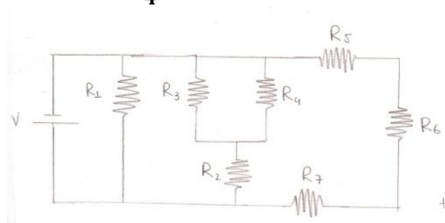


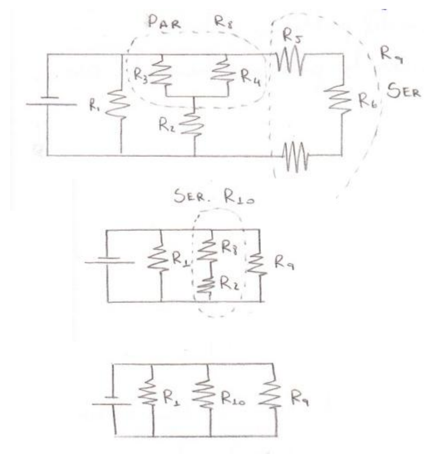
$$C_{eq} = \frac{2(5)(8 * 85 * 10^{-12})(0.2)}{0.03(5+1)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{eq} = 9.83 * 10^{-10} F}}$$

RESISTENCIA

Ejercicio 1.
El siguiente circuito contiene 7 resistores idénticos de resistencia R = 10Ω y una batería de voltaje $\varepsilon = 18V$. Todos los resistores tienen resistencia de 10 ohmios.

a) **Calcule la caída de voltaje a través de R_5**
b) **¿Cuál es la corriente a través de R_4?**





Para a)

$$\frac{1}{R_8} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_3+R_4}{R_3R_4} \quad \Rightarrow \quad R_8 = \frac{R_3R_4}{R_3+R_4} = \frac{10(10)}{10+10} \quad \Rightarrow \quad R_8 = 5\Omega$$

$$R_9 = R_5 + R_6 + R_7 = 10 + 10 + 10 \quad \Rightarrow \quad R_9 = 30\Omega$$

$$R_{10} = R_8 + R_2 \quad \Rightarrow \quad R_{10} = 15\Omega$$

$$V = IR \quad \Rightarrow \quad I_9 = \frac{V}{R_9} = \frac{18}{30} \quad \Rightarrow \quad I_9 = 0.6\ A$$

$$I_9 = I_6 = I_5 = I_7$$

$$V_5 = I_9R_5 = 0.6(10) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V_5 = 6\ [V]}}$$

Para b)

$$I_{10} = \frac{V}{R_{10}} = \frac{18}{15} \quad \Rightarrow \quad I_{10} = 1.2\ A$$

$$I_{10} = I_8 = I_2 \quad ; \quad V_8 = I_8R_8 = 1.2(5) \quad \Rightarrow \quad V_8 = 6V$$

$$V_8 = V_3 = V_4 \quad ; \quad I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{6}{10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{I_4 = 0.6\ [A]}}$$

Ejercicio 2.
Una típica tostadora eléctrica puede generar 1200 watts en su resistencia (elemente calefactor) cuando se conecta a una fuente de 120 voltios. El elemento calefactor es un alambre delgado de nicromio de 4 metros de longitud y sección transversal de 0.33 $(mm)^2$

$$V = IR \quad ; \quad P = VI \quad \Rightarrow \quad P = V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P}$$

$$R = \rho\frac{l}{A} \quad \Rightarrow \quad \frac{V^2}{P} = \rho\frac{l}{A} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{AV^2}{Pl} = \frac{(0.33 * 10^{-6})(120)^2}{1200(4)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\rho = 9.9 * 10^{-7}\ [\Omega m]}}$$

Ejercicio 3.

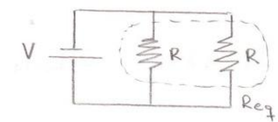
Si nosotros incrementamos la longitud del alambre de nicromio del problema anterior (manteniendo el voltaje y el área constante). ¿Qué sucedería con la potencia por el elemento calefactor?

$$P = \frac{V^2}{R} \quad ; \quad \downarrow P = \frac{A}{\rho l \uparrow} V^2 \rightarrow (constante)$$

$$\boxed{\therefore \textit{Sí aumenta longitud, aumenta resistencia, entonces la potencia disipada disminuye}}$$

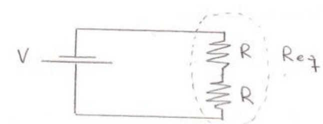
Ejercicio 4.

Cuando dos resistores idénticos son conectados en paralelo entre los terminales de una batería, la potencia entregada por la batería es de 10 watts. Si estos resistores fueran conectados en serie entre los terminales de la misma batería, ¿Cuál sería ahora la potencia entregada por la batería?



$$R_{eq} = \frac{R}{2} \quad ; \quad P_0 = \frac{V^2}{R_{eq}} \quad \Rightarrow \quad P_0 = \frac{2V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 10 = \frac{2V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 5 = \frac{V^2}{R}$$

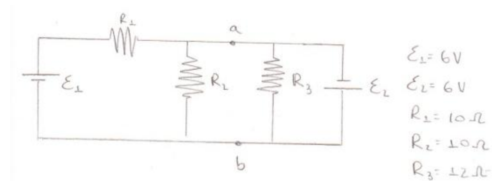
$$R_{eq} = 2R \quad ; \quad P_f = \frac{V^2}{R_{eq}} \quad \Rightarrow \quad P_f = \frac{V^2}{2R} \quad \Rightarrow \quad 2P_f = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 2P_f = 5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{P_f = 2.5\ [W]}}$$



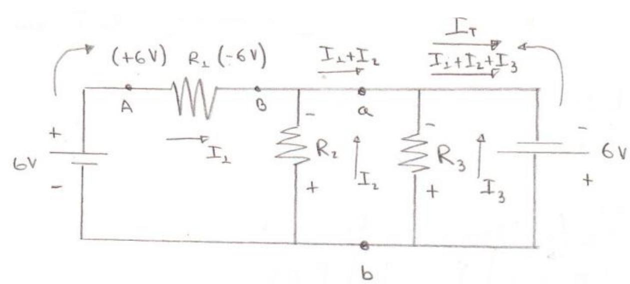
Ejercicio 5.

Se desea colocar un foco con resistencia R intercalándolo en el circuito mostrado abajo. Se requiere que le foco experimente el máximo brillo, máximo potencia disipada. ¿En donde se debería intercalar el foco.

a) **En serie con la fuente $\boldsymbol{\varepsilon_1}$**
b) **En serie con la fuente $\boldsymbol{\varepsilon_2}$**
c) **Entre los puntos a y b**



$$\Delta V_{R1} = V_A - V_B \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{R1} = 6 - (-6) = 12V$$



$$I_1 = \frac{\Delta V_{R1}}{R_1} = \frac{12}{10} \quad \Rightarrow \quad I_1 = 1.2\ A$$

$$I_2 = \frac{V_{\varepsilon_2}}{R_2} = \frac{6}{10} \quad \Rightarrow \quad I_2 = 0.6\ A$$

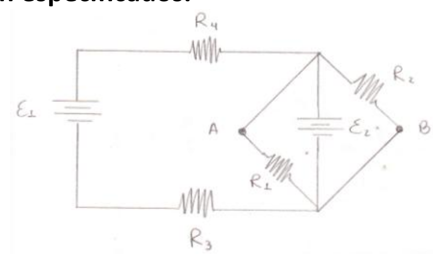
$$I_3 = \frac{V_{\varepsilon_2}}{R_3} = \frac{6}{12} \quad \Rightarrow \quad I_2 = 0.5\ A$$

$$I_{Total} = 1.2 + 0.6 + 0.5 = 2.3\ A$$

$$\boxed{\therefore \textit{En serie con la fuente } \boldsymbol{\varepsilon_2}}$$

Ejercicio 6.

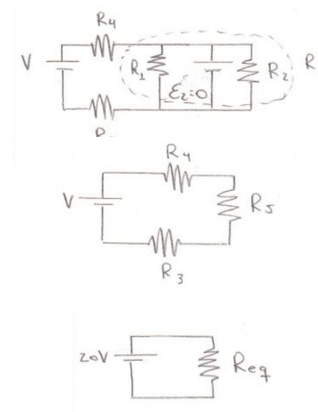
La batería ε_1 tiene un valor de 20 voltios. El valor de ε_2 no es especificado. El valor de esta fuente se ajusta de tal forma que no fluya corriente a través de ella. Las cuatro resistencias son iguales pero sus valores no son especificados.



a) Si 20 W son disipados en R_3 ¿Cuánta potencia es disipada en R_2?

b) Encuentre el valor de ε_2 de tal forma que no fluya corriente a través de esta batería.

<u>Para a)</u>



$$R_5 = \frac{R}{2}$$

$$R_{eq} = 2R + \frac{R}{2} = \frac{5}{2}R$$

$$V = IR \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{20}{(5/2)R} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{8}{R}$$

$$V_3 = IR_3 = \frac{8}{R}R \quad \Rightarrow \quad V_3 = 8V$$

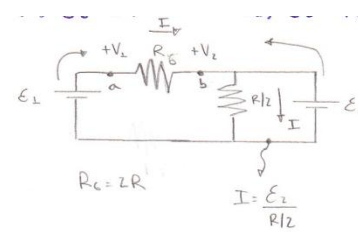
$$P_3 = \frac{V^2}{R_3} \quad \Rightarrow \quad 20 = \frac{64}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{16}{5}\Omega$$

$$V_5 = I_5R_5 = \left(\frac{8}{R}\right)\left(\frac{R}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad V_5 = 4V$$

$$R_2 = R \quad ; \quad V_2 = V_5 = 4V$$

$$P_2 = \frac{(V_2)^2}{R_2} = \frac{4^2}{(16/5)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{P_2 = 5\,[W]}}$$

<u>Para b)</u>



$$\Delta V_{R6} = V_A - V_B$$

$$\Delta V_{R6} = \varepsilon_1 - (+\varepsilon_2) \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{R6} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$I = \frac{\Delta V_{R6}}{R_6} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_6}$$

Para que no fluya corriente a través de ε_2, las corrientes tienen que ser iguales

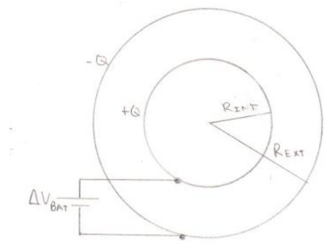
$$\frac{2\varepsilon_2}{R} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2R} \quad \Rightarrow \quad 4\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad \Rightarrow \quad 5\varepsilon_2 = \varepsilon_1$$

$$5\varepsilon_2 = 20 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{\varepsilon_2 = 4\,[V]}}$$

Ejercicio 7.

Un capacitor esférico es construido de placas metálicas y concéntricas, de radios R_{int} y R_{ext} respectivamente. El espacio entre las placas esta inicialmente lleno de aire. Una batería es conectada a las dos placas como se muestra en la figura, estableciéndose una diferencia de potencial $\Delta V_{batería}$ entre ella. Como resultado, cargas iguales de signos opuestos +Q y –Q aparecen sobre las placas.

$$\boldsymbol{R_{int} = 5\ cm}$$
$$\boldsymbol{R_{ext} = 8\ cm}$$
$$\boldsymbol{\Delta V_{batería} = 7\ KV}$$



a) **Calcule la magnitud de la carga Q sobre las placas.**
b) **Si el potencial eléctrico se define como cero en el infinito, ¿Cuál es la magnitud del potencial V en un punto ubicado a 3 cm desde el centro de la esfera.**
c) **Si el espacio entre las placas esféricas se llena con un material dieléctrico de constante dieléctrica k = 5, mientras se mantiene constante el voltaje de la batería, determine la magnitud de la carga Q sobre las placas.**
d) **Suponga ahora que le espacio entre las placas esféricas es cubierto en su totalidad con un material cuya resistividad es $\rho = 10^4 \Omega m$, determine el valor de la corriente entre las placas del capacitor (sugerencia determine el valor de la resistencia del material colocado entre las placas del capacitor)**

Para a)

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad ; \quad C = \frac{ab}{K_e(b-a)}$$

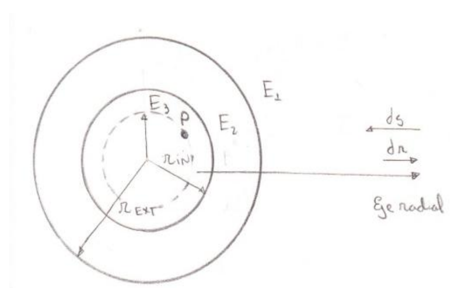
$$\frac{Q}{\Delta V} = \frac{R_{int}R_{ext}}{K_e(R_{ext}-R_{int})} \quad \Rightarrow \quad Q = \Delta V\frac{R_{int}R_{ext}}{K_e(R_{ext}-R_{int})} = (7*10^3)\frac{(0.05)(0.08)}{(9*10^9)(0.08-0.05)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Q = 0.1037\ [uC]}}$$

Para b)

$$\Delta V = -\int E ds \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\int E(-dr)$$

$$\Delta V = \int_{\infty}^{r_p} E dr \quad \Rightarrow \quad V_p - V_\infty = \underbrace{\int_{\infty}^{R_{ext}} E_1 dr}_{\substack{carga\ encerrada \\ es\ cero}} + \int_{R_{ext}}^{R_{int}} E_2 dr + \underbrace{\int_{R_{int}}^{r_p} E_3 dr}_{\substack{caraga\ encerrada \\ es\ cero}}$$

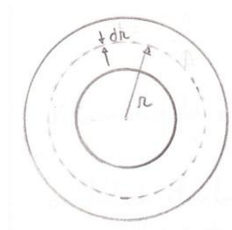


$$V_p = \int_{R_{ext}}^{R_{int}} E_2 dr = V_{R_{int}} - V_{R_{ext}} \quad \Rightarrow \quad V_p = \Delta V_{batería} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V_p = 7\ [KV]}}$$

Para c)

$$Q = \frac{R_{int} R_{ext}}{K_e (R_{ext} - R_{int})} \Delta V_{bater\,ía} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{Q = 0.5185\ [uC]}}$$

Para d)



$$R = \rho \frac{l}{A} \quad ; \quad l \rightarrow r$$

$$dR = \rho \frac{dr}{A} = \rho \frac{dr}{4\pi r^2}$$

$$\int dR = \frac{\rho}{4\pi} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{dr}{r^2} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\rho}{4\pi} \left[-\frac{1}{R} \right]_{R_{int}}^{R_{ext}} = \frac{10^4}{4\pi} \left[-\frac{1}{0.08} + \frac{1}{0.05} \right] \quad \Rightarrow \quad R = 5.968\ (K\Omega)$$

$$I = \frac{\Delta V_{bater\,ía}}{R} = \frac{7 * 10^3}{5.968 * 10^3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{I = 1.17\ [A]}}$$