ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
Εξαμεν δε Εσταδίστιχα παρα Ινγενιερίασ

NOMBRE: ____ **PAR:** __________

Nota: *Este examen está diseñado para ser* ***desarrollado individualmente****. Tenga en cuenta que es improcedente: consultar notas, formularios o cualquier tipo de textos, igualmente no puede consultar a sus compañeros o utilizar* ***teléfono celular*** *o cualquier medio de comunicación con otra persona. Solo puede hablar con el profesor. Desarrolle los temas en el* ***orden*** *que están presentados. Escriba su* ***número de matrícula*** *y firma en la parte superior derecha de esta página. Los ocho primeros problemas valen 10 puntos cada uno, el noveno vale 20 puntos*

TEMAS:

1a) Enuncie el Teorema del Límite Central
1b) Enuncie, sin resolver, un problema numérico en el que utilice el Teorema del Límite Central

2.- Si tiene un vector aleatorio $\mathbf{X}^T = [\,X_1 \;\; X_2 \;\; X_3]$ trivariado, pruebe que su matriz $\Sigma = (\sigma_{ij})$ de varianzas y covarianzas es diagonalizable ortogonalmente.

3.- Previo al lanzamiento de un nuevo producto industrial, se efectúa un estudio de mercado que toma como muestra 150 hogares, encontrándose que en 61 de ellos estarían dispuestos a utilizarlo. **a**) Construya un intervalo que tenga 95% de confianza para la proporción de hogares dispuestos a utilizar el producto; **b**) Establezca y verifique el contraste de hipótesis que corresponda si se presume que menos del 50% de los hogares en la población objetivo, no estarían dispuestos a utilizarlo (*en el caso del contraste de hipótesis no haga supuestos pre experimentales sino que permita que la muestra "hable"*)

4.- Existe polémica entre dos fabricantes de pinturas, el fabricante *A* proclama que los metros cuadrados que un galón de "su" pintura cubre, son en promedio, al menos 3 mas que su competidor *B* y por tanto su producto es más "conveniente" para el usuario. *A* proclama además que la dispersión de su producto es igual a la de *B*. Los datos tomados por un árbitro de la disputa indican la siguiente cobertura por galón para cada fabricante:

Fabricante A:

$$\mathbf{x}_1^T = \begin{pmatrix} 10.1 & 12.7 & 14.4 & 11.7 & 12.9 \\ 12.0 & 13.1 & 13.3 & 12.2 & 12.7 \\ 12.9 & 13.5 & 13.3 & 14.5 & 14.7 \\ 12.9 & 11.9 & 14.6 & 14.7 & 12.8 \end{pmatrix}$$

Fabricante B:

$$\mathbf{x}_2^T = \begin{pmatrix} 10.6 & 10.4 & 8.8 & 9.3 & 9.6 \\ 10.6 & 9.1 & 6.2 & 8.7 & 10.1 \\ 8.7 & 9.4 & 10.8 & 8.5 & 7.1 \\ 10.2 & 9.8 & 7.4 & & \end{pmatrix}$$

¿Es verdad que las dispersiones de las poblaciones es la misma? Establezca y muestre el contraste de hipótesis que corresponde y los supuestos que hace. Use *valor p* para decidir.

5.- Al margen de los resultados del problema previo, con los mismos datos verifique si las medias de las dos poblaciones es la misma. No haga supuestos pre experimentales para decidir, use valor *p*.

6.- A la luz de los datos que se presentan en la siguiente tabla, puede concluirse que el *color del cabello* y el color de los ojos de las personas son independientes. Use *valor p* para decidir

Color de Ojos	**Color de Cabello**					
	Rubio	*Rojizo*	*Castaño Claro*	*Castaño Oscuro*	*Negro*	**Total**
Verde	688	116	584	188	4	1580
Azul	326	38	241	110	3	718
Cafés	343	84	909	412	26	1774
Negro	98	48	403	681	85	1315
Total	1455	286	2137	1391	118	5387

7.- Se investiga entre los profesores de una institución de educación superior el número de revistas científicas que mensualmente leen y el resultado se muestra en la tabla siguiente:

Número de revistas científicas	0	1	2	3	4	5
Frecuencia	46	21	16	8	2	1

Utilizando un Contraste de *hipótesis plausible,* establezca si la variable X = número de revistas científicas leídas cada mes por un profesor sigue una distribución Poisson. Decida en base a Valor *p*.

8.- Se tiene una población que está conformada por los seis primeros dígitos, si de ellas se toman muestras de tamaño n = 3, determine la distribución acumulada F, la media y la varianza de $X_{(2)}$, el estadístico de orden 2 .

9.- Se conoce que la distribución del peso en kilos, de una componente mecánica de un sistema de seguridad aéreo, instalado dentro de una aeronave sigue una distribución $N(\mu, 4)$; se toma una muestra aleatoria de tamaño n y se diseña una prueba φ para el contraste de hipótesis

$$\mathbf{H_0}\text{: } \mu = 30 \text{ vs. } \mathbf{H_1}\text{: } \mu < 30$$

Se define el siguiente conjunto como su Región Crítica:

$$C = \left\{ (X_1 \; X_2 \; \ldots \; X_n) \in R^n \,\middle|\, (X_1 + X_2 + \ldots + X_n)/n < k \right\}$$

Siendo 30 kilos un peso considerable para los efectos del mecanismo en cuestión, se exige una prueba con nivel de significancia pequeño así como, una rápida convergencia hacia uno, para los valores de μ en los que la Hipótesis Nula no es verdadera. De esta manera se fija, α = 0.01; y, 0.03 es la probabilidad de Error tipo II cuando μ = 29.
Determinar el tamaño n de la muestra y el valor de la constante k, para que se cumplan estas exigencias. Determine además la Probabilidad de Error Tipo II cuando μ = 29.5 y bosqueje un gráfico preciso de la potencia de la prueba entre μ = 28 y μ = 32.

Guayaquil, septiembre 1 de 2011