

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS  
CÁLCULO INTEGRAL**

**SEGUNDA EVALUACIÓN**

**FEBRERO 4 DE 2011**

**NOMBRE.....**

**PARALELO: .....**

**TEMA 1**

**Justificando sus respuestas, califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones:**

**VALOR : 16 PUNTOS**

- a) **Para que el área de la región limitada por  $y = \frac{2\pi k}{1+x^2}$ ;  $y = 0$ , sea igual a  $1 u^2$ , el valor de  $k$  es  $\frac{1}{2\pi^2}$ .**

CRITERIO	VALOR
Bosqueja el área de la región	1
Calcula el área de la región	1
Determina el k estableciendo la igualdad de áreas	1
Compara y expresa correctamente el valor de verdad de la proposición.	1

- b) **La serie  $\frac{1}{1 \bullet 2} - \frac{1}{3 \bullet 4} + \frac{1}{5 \bullet 6} - \frac{1}{7 \bullet 8} + \dots$  es absolutamente convergente.**

CRITERIO	VALOR
Identifica el término general de la serie alternante dada	0.5
Analiza la correspondiente serie de términos positivos por algún criterio de comparación	2
Por definición concluye que la serie es abs. Convergente.	1
Expresa correctamente el valor de verdad de la proposición dada.	0.5

- c) **La serie  $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{9} + \dots$  es divergente.**

CRITERIO	VALOR
Identifica el término general de la serie dada	0.5
Analiza la serie de términos positivos aplicando correctamente algún criterio conocido	2
Concluye correctamente acerca de si la serie converge o diverge.	1
Expresa correctamente el valor de verdad de la proposición dada.	0.5

- d) **La longitud del arco de la curva:**  $y^2 = x^3$ , desde  $x = 0$  hasta  $x = 1$ , siendo  $y \geq 0$  es  $\frac{8}{27} \left( \frac{13}{8} \sqrt{13} - 1 \right)$ .

CRITERIO	VALOR
Escribe correctamente la expresión utilizada para calcular la longitud de la curva dada.	0.5
Obtiene correctamente la derivada $dy/dx$	1
Reemplaza y evalúa correctamente la integral obtenida.	2
Expresa correctamente el valor de verdad de la proposición dada.	0.5

### TEMA 2

Calcular el área de la región limitada por las curvas:  $y = \frac{16}{x^2}$ ;  $y = 17 - x^2$ , en el primer cuadrante.

**VALOR : 10 PUNTOS**

CRITERIO	VALOR
Bosqueja correctamente la región dada.	2
Expresa correctamente el diferencial de área	2
Determina correctamente la antiderivada	3
Evalúa la integral definida	2
Simplifica y expresa correctamente el resultado.	1

### TEMA 3

**VALOR : 10 PUNTOS**

Hallar el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar la región limitada por  $y = x^3 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  y  $x = 2$  alrededor de la recta  $x = 2$ .

CRITERIO	VALOR
Bosqueja correctamente la región dada.	2
Expresa correctamente el diferencial de volumen	2
Determina correctamente la antiderivada	3
Evalúa la integral definida	2
Simplifica y expresa correctamente el resultado.	1

### TEMA 4

Determine el área de la región exterior a la curva  $r = 2 + \text{sen}(\theta)$  e interior a la curva  $r = 5\text{sen}(\theta)$ .

**VALOR : 10 PUNTOS**

CRITERIO	VALOR
Bosqueja correctamente la región dada.	2
Expresa correctamente el diferencial de área	2
Determina correctamente la antiderivada	3
Evalúa la integral definida	2
Simplifica y expresa correctamente el resultado.	1

## TEMA 5

A partir de la función  $f(x) = \ln(x)$ :

**VALOR : 14 PUNTOS**

a) **Obtenga su desarrollo en serie de potencias en  $x-1$ .**

CRITERIO	VALOR
Escribe la expresión para determinar la serie de Taylor de $f$ alrededor de $x=1$	1
Obtiene la derivada de orden superior de $f$ y evalúa cada una de ellas en $x=1$	3
Reemplaza el valor de los coeficientes y obtiene la serie requerida.	1

b) **Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie obtenida en el literal a).**

CRITERIO	VALOR
Aplicando el criterio de la razón calcula correctamente el correspondiente límite	1.5
Especifica el radio de convergencia de la serie	1
Analiza la convergencia de la serie en los extremos del intervalo de convergencia.	1.5
Expresa correctamente el intervalo de convergencia de la serie	1

c) **Utilizando la serie del literal a), calcule el valor de :**  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1}$ .

CRITERIO	VALOR
Selecciona correctamente un punto donde evaluar el desarrollo obtenido anteriormente	2
Evalúa, simplifica y especifica la suma de la serie dada.	2