ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
CÁLCULO INTEGRAL – 2DO. TÉRMINO 2014 - 2015
DEBER NO. 4 – ING. LUIS ANDRÉS VARGAS

1.- <u>JUSTIFICANDO SU RESPUESTA</u>, CALIFIQUE COMO VERDADERA O FALSA LAS SIGUIENTES PROPOSICIONES:

a)
$$\int_0^3 (x - [\![x]\!])\,dx = 3\int_0^1 (x - [\![x]\!])\,dx$$

b) Si f es una función definida en el intervalo $[a,b]$ y F es una antiderivada de f en $[a,b]$, entonces:
$$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$

c) Si f es una función par y g es una función impar tales que $\int_0^2 f(x)dx = -4$ y $\int_0^2 g(x)dx = 5$, entonces:
$$\int_{-2}^0 [2g(x) + 3f(x)]dx = -22$$

d) Si $\int_0^1 f(x)dx = 6$, $\int_0^2 f(x)dx = 4$ y $\int_2^5 f(x)dx = 1$, entonces $\int_1^5 f(x)dx + \int_0^1 f(2x)dx = 1$

e) Si f y g son funciones continuas en $[0,1]$, entonces:
$$\int_0^1 f(x)g(1-x)dx = \int_0^1 f(1-x)g(x)dx$$

f) Si f es la función definida por $f(x) = |x|,\ x \in \mathbb{R}$, entonces $F(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2}{2} & , \quad x < 0 \\ \dfrac{x^2}{2} & , \quad x \geq 0 \end{cases}$, es una anti derivada de $f(x)$ en todos los reales.

g) Si $f(x) \leq g(x),\ x \in [a,b]$, entonces $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \left|\int_a^b g(x)dx\right|$

h) $\int_{-3}^{3} \mu\left(4 - x^2\right)dx = 8$

i) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{4i}{n}}\frac{4}{n}=\frac{32}{3}$

j) $\int_{-2}^{4}(2[\![x]\!]-3|x|)\,dx=-24$

k) Si $g(x)=\int\limits_{-x^2}^{x^2}\frac{t^2}{1+t^2}\,dt$, entonces $g'(x)=\frac{2x^5}{1+x^4}$

l) Si $\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)dx$, entonces f es una función par.

m) Si $\int_{a}^{b}f(x)dx\geq 0$, entonces $f(x)\geq 0, \forall x\in[a,b]$

n) $\int_{-2}^{2}(2x^4+x^3e^{x^2}-x^7\sqrt{1+x^8})dx=64$

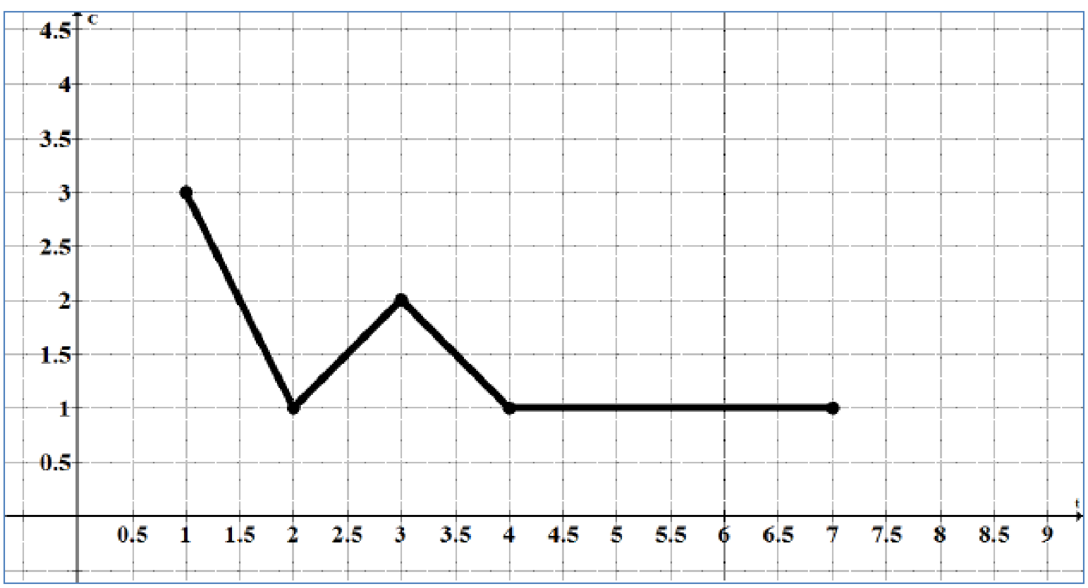
o) Sea f una función continua, definida sobre el intervalo cerrado $[-2,3]$; entonces existe un valor $M\in rgf$, tal que $\int_{-2}^{3}f(x)dx=5M$

p) Sea h una función definida por $h(x)=\int_{0}^{x^2}e^{x+t}dt$, entonces $h'(1)=e(3e-1)$

q) $\int_{-1}^{5}\Big||x|-3\big|-2\Big|\,dx=5$

2.- Desarrollar los siguientes problemas:

a) Si la gráfica adjunta representa el costo *C* (en dólares) de producir un producto en el mes *t*, calcule el costo promedio de producir dicho artículo entre los meses 1 y 7.



b) Un tanque de agua de 5000 litros tarda 10 min en vaciarse. Después de ***t*** minutos la cantidad de agua que queda en el tanque es $V(t)=50(10-t)^2$ litros. ¿Cuál es la cantidad promedio de agua en el tanque durante el tiempo en que se vacía y en qué momento la cantidad de agua que hay en el tanque es igual a su valor promedio?

3.- Calcular:

$$\int_{-2}^{3} |x^2 - 2x| sgn(1-x) dx$$

$$\int_{-2}^{2} \left(\mu\left(x+1\right)+\operatorname{sgn}\left(x-1\right)\right) dx$$

$$\int_{-1}^{1} \left[\arctan^3(x) - 3x^2 + \frac{\sqrt[3]{x}}{\left(1+x^2\right)^7}\right] dx$$

- Sea *f* una función derivable en un intervalo I, y $3f(x) - \int_{0}^{\sqrt{x}} 2sen\left(x^2\right)dx = 2$, determinar $f'(x)$

Si $y = f(x)$ y se cumple que $x^2 + 3xy + \int_{x}^{y} te^t dt = 0$, determine $\frac{dy}{dx}$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \sqrt{sen(t)}dt}{x^3}$$

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{n^2}\right) e^{\left(1+\frac{i}{n}\right)^2}$$

4.- Utilizando la definición de la Integral Definida, a través de la Suma de Riemann, evaluar:

$$\int_{-2}^{1} \left(x^2 + 2\right) dx$$

5.- Utilizando la definición de la integral definida, demuestre que:

$$\int_{a}^{b} x^2 \, dx = \frac{1}{3}\left(b^3 - a^3\right)$$

6.- Utilizando la definición de la integral definida (suma de Riemann), evaluar:

$$\int_{-\frac{4}{3}}^{\frac{14}{3}} \left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)^2 dx$$