ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
CÁLCULO INTEGRAL – 1er. SEMESTRE 2014
DEBER NO. 5 – ING. LUIS ANDRÉS VARGAS

1.- <u>JUSTIFICANDO SU RESPUESTA</u>, CALIFIQUE COMO VERDADERA O FALSA LAS SIGUIENTES PROPOSICIONES:

a) La integral impropia $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ es convergente para $p \neq 1$

b) El área de la región acotada por $y=\sqrt{x},\ y=0,\ x=9$ es $\int_0^9 \left(9-y^2\right)\, dy$.

c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{2} \frac{dx}{(4-x)^2} = \frac{1}{2}$

d) $\displaystyle\int_{4}^{+\infty} \frac{2dx}{x\ln^2(x)} = \frac{1}{\ln(2)}$

e) El valor de a para que la longitud de la curva C definida por $\begin{cases} x = ae^t sen(t) \\ y = ae^t \cos(t) \end{cases}$, $t \in [0,1]$ sea igual a $2(e-1)$ es $\sqrt{2}$.

f) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^{\frac{x}{a}}} dx = 2a; a \neq 0$

g) El área de la región limitada por $r = 2 + \cos(\theta)$ es $\frac{9\pi}{2}$

h) La longitud de la curva C definida por la ecuación polar $r = 2e^{-\theta},\ \theta \geq 0$, es igual a $2\sqrt{2}$

i) La integral impropia

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$$

es convergente.

2.- Calcular:

a) Calcular el área de la región R común a las limitadas por $r = 3\cos\theta$ y $r = 1+\cos\theta$ ubicada en el primer cuadrante.

b) Hallar el área de la región limitada por $\boldsymbol{y = x^2 + 2x}$ y $\boldsymbol{y = -x^2 + 4}$.

c) Calcule el área de la región limitada por la curva $x = y^2 - 2y$ y la recta $x - y - 4 = 0$

d) Determine el área de la región limitada por: $r = 3\cos(2\theta)$

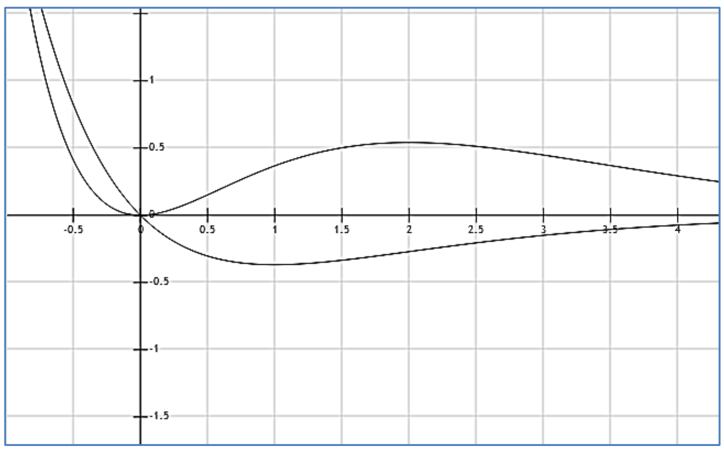
e) Dada región del plano:

$$R=\left\{(x,y)/\frac{-y-4}{2}\le x\le 0\wedge y\le 4x^2\wedge y\le 4\right\}$$

Determine el área de la región R

f) Un depósito de combustible ha sido diseñado por la rotación de una porción de la curva $y=1-\left(\frac{x^2}{16}\right);-4\le x\le 4$ en torno al eje "X", con las longitudes x y y medidas en metros. Determine la capacidad del depósito.

g) Sea R la región limitada por: $\begin{cases} y=-xe^{-x} \\ y=x^2e^{-x} \end{cases}$; $x\ge 0$; sombrear la región R en el gráfico adjunto



Calcular el área de la región R y el volumen que se genera al rotar la región R alrededor de la recta x=0.

h) Sea R la región exterior a la curva definida por la ecuación polar $r=2-2\cos(\theta)$ e interior a la curva definida por la ecuación polar $r=2+2\cos(\theta)$ y ubicada en el primer cuadrante, determine el gráfico de la región R, el área de la región R y el perímetro de la región R.

i) Hallar si es posible, el volumen del sólido que se genera al rotar la región R limitada por las curvas: $y=3x^{-2}, y=e^{-x}, y=2x+1; (x\ge 0)$; alrededor del eje y.

j) Sea R la región exterior a la curva definida por la ecuación $r=3$ e interior a la curva definida por la ecuación $r=2+2\cos(\theta)$ y ubicada en el primer cuadrante, determine el gráfico de la región R, el área y el perímetro de dicha región R.

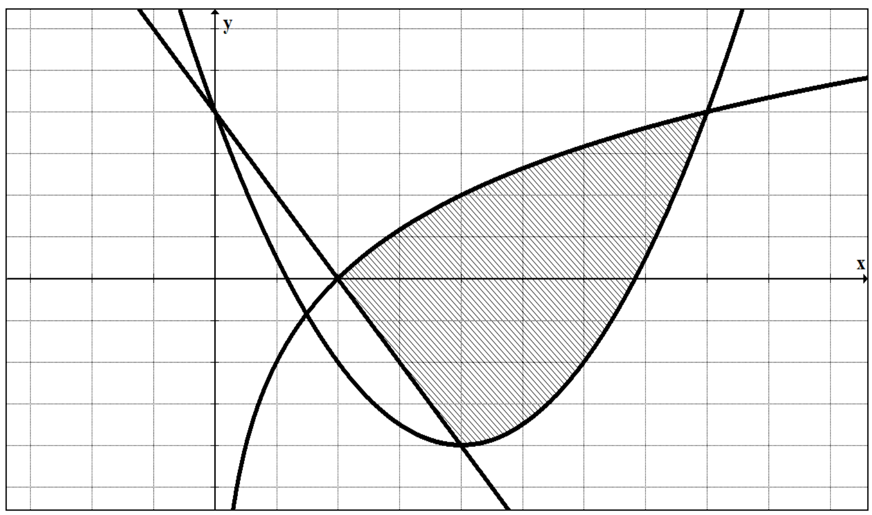
k) Sea R la región exterior a las curvas definidas por las ecuaciones polares $r=2sen(t)$ y $r=1$, pero interior a la curva definida por la ecuación polar $r=2\cos(t)$. Determine el gráfico de la región R, el área y el perímetro de dicha región R.

l) Sea R la región limitada por la curva $y = x^2 - 2x$ y la recta $y - x = 0$. Entonces:

i. Calcule el área de la región R
ii. Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar R alrededor de la recta x=3

m) Calcular el volumen que se general al rotar alrededor de la recta x=1 la región sombreada que está limitada por las funciones:

$$y = \log_2(x), \quad y = 2 - 2x \;\; y \;\; y = (x-2)^2 - 2$$



n) Sea R la región limitada por: $\begin{cases} y = 2 - e^{-x} \\ y = 2 \\ y = 1 - x \end{cases}$; $(x \geq -1 \wedge y \geq 1)$. Determine

i. El gráfico de la región R.
ii. Si es posible, el área de la región R
iii. Si es posible, el volumen del sólido que se genera al rotar R alrededor de la recta y=2.