

PROYECTO

Término II · 2017 – 2018

FLUJOS DE MASA Y ENERGÍA EN ECOSISTEMAS

Los diferentes tipos de relaciones en la naturaleza suelen describirse mediante grafos dirigidos que indican el flujo de masa o energía a través de las entidades consideradas del mismo. Por ejemplo, el ciclo del CO₂ puede esquematizarse como:

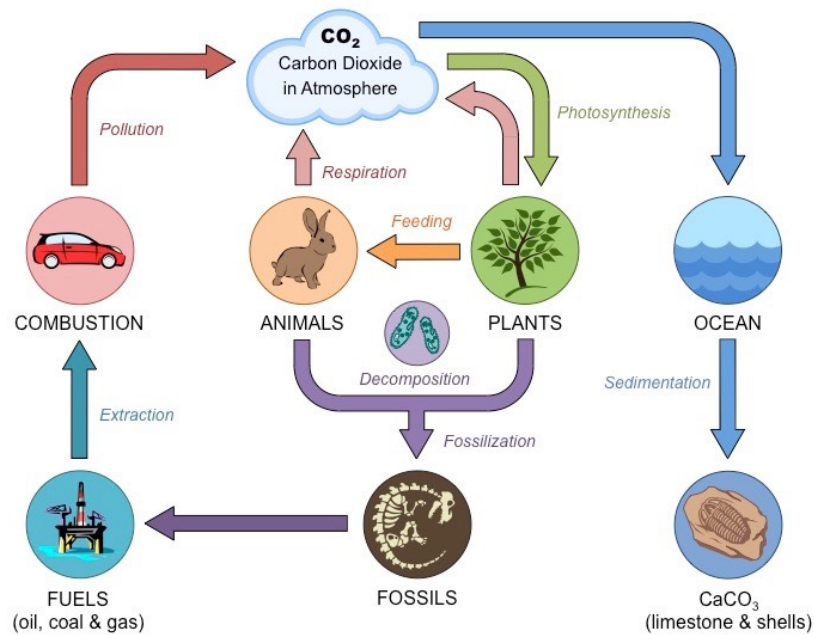


Figura 1

Grafo (DEF).- es un conjunto de elementos denominados nodos, conectados por medios de enlaces llamados aristas.

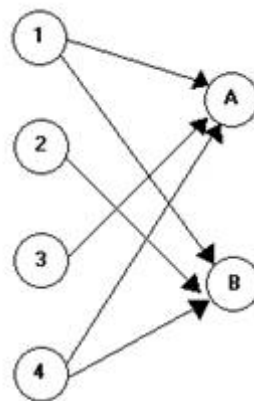


Figura 2

Cuando las aristas son dirigidas en un sentido específico, se denomina grafo dirigido,



PROYECTO

Término II · 2017 – 2018

como es el caso de los grafos mostrados en Figura 1 y 2.

Matriz de Adyacencia.- Es una matriz $n \times n$, donde n es el número de vértices del grafo, que cumple con:

- $\forall i, j \ a_{ij} \geq 0$ (sus entradas son todas positivas)
- $a_{ij} = 1$ si existe la arista (i, j) y 0 en caso contrario.

Es decir, se asocia cada fila y cada columna a un vértice y los elementos de la matriz son 0 o 1. La matriz de adyacencia describe la conectividad del grafo.



Ejercicio 1.- La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Representa el grafo de la figura 2.



En un grafo se define una k -trayectoria como el camino para ir de un vértice X a un vértice Y , atravesando por k enlaces. Podemos observar en la imagen de nuestro grafo que en el existe una 1-trayectoria de Nodo 1 a Nodo A, una 1-trayectoria de Nodo 1 a Nodo B, entre otras.

Además de las 1-trayectorias, existen también las 2-trayectorias, o sea, los caminos de un vértice a otro atravesando exactamente 2 aristas.

Teorema 1. Si A es la matriz de adyacencia de un grafo simple, el elemento ij de A^k es igual al número de k -trayectorias del vértice i al vértice j , para todo $k \in \mathbb{N}$.

Por lo tanto, el problema de hallar las k -trayectorias dentro de un grafo consiste en hallar la k -ésima potencia de la matriz A , para lo cual podemos utilizar los conocimientos sobre diagonalización de matrices, mediante la expresión:

$$A^k = CD^kC^{-1}$$

donde C es la matriz que diagonaliza a la matriz A , mientras D es una matriz diagonal.



Ejercicio.- ¿Cuál es la matriz de adyacencia del modelo del ciclo del carbono mostrado en la Figura 1?



PROYECTO

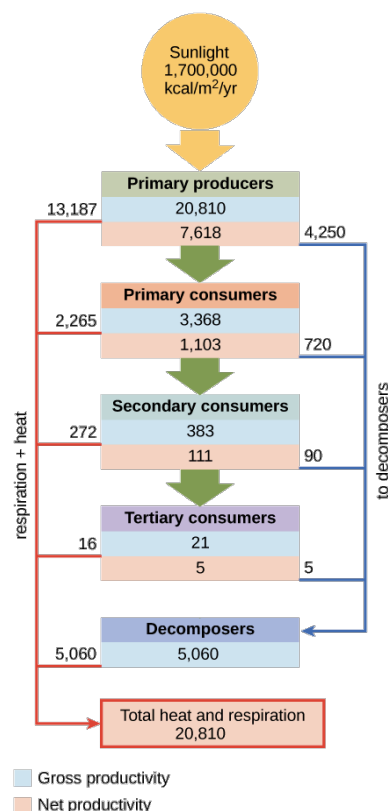
Término II · 2017 – 2018

Ejercicio 3.- Investigue sobre algún tipo de Cadena Trófica (donde se observan las relaciones entre predadores y presas en un ecosistema), y plantee su matriz de adyacencia.



FLUJO DE ENERGÍA EN SILVER SPRINGS, FLORIDA

De acuerdo a las investigaciones por H.T. Odum, en Silver Springs Florida, el flujo de energía entre productores primarios y consumidores, se puede describir con el diagrama adjunto. Se puede observar que la fuente original de energía es el sol, y que los productores primarios (plantas y otros organismos unicelulares) toman 20810 Kcal anuales por metro cuadrado de energía, pero de ella, 13187 se utiliza solo para la respiración y en mantener el calor corporal del organismo; esta energía se disipa y regresa al ambiente en forma de calor. La diferencia, 7618 Kcal/m² anuales es lo que el organismo mantiene y, por lo tanto, está a disposición de sus consumidores. Sin embargo, de esos 7618, Kcal/m² anuales, 4250 Kcal/m² van a los organismos descomponedores cuando el productor primario muere. Solo los restantes 3368 Kcal/m² anuales pasan al siguiente nivel trófico, es decir al consumidor primario que se come al organismo productor primario. Un análisis similar se puede tener en los siguientes niveles tróficos, pues todos los organismos reciben energía de lo que consumen, parte de ella se disipa como calor en el ambiente (respiración, etc), parte va a los descomponedores (luego de la muerte), y solo una porción restante pasa al siguiente nivel trófico. Al final, toda la energía captada por las plantas en la fotosíntesis, regresa al ambiente como calor, pues la energía se conserva.



REFERENCIAS:

- Howard T. Odum, "Trophic Structure and Productivity of Silver Springs, Florida" (Estructura trófica y productividad de Silver Springs, Florida) *Ecological Monographs* 27, no. 1 (1957): 106-107, https://www.jstor.org/stable/1948571?seq=1#page_scan_tab_contents
- Jan A. Nilsson, "Energy Flow Through Ecosystems" (El flujo de energía a través de los ecosistemas) General Biology Hub, consultado el 11 de junio, 2016, http://www.desertbruchid.net/4_GB2_LearnRes_fa11_f/4_GB2_LearnRes_Web_10Ecol.html



PROYECTO

Término II · 2017 – 2018

- Valiela, Ivan. "Factors Affecting Primary Production" (Factores que afectan la producción primaria). En *Marine Ecological Processes*, 36-83. New York: Springer, 1995. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4757-4125-4_2
- F. Stuart Chapin III, Pamela A. Matson, and Harold A. Mooney, "Trophic Dynamics" (Dinámica trófica) en *Principles of Terrestrial Ecosystem Ecology* (New York: Springer-Verlag, 2002), 250-251.
- Peter H. Raven, George B. Johnson, Kenneth A. Mason, Jonathan B. Losos y Susan R. Singer, "The Flow of Energy in Ecosystems" (El flujo de energía en los ecosistemas) en *Biology*, 10th ed., AP ed. (New York: McGraw-Hill, 2014), 1216.

Entregables:

- Se debe presentar dos secciones. La primera parte consta de la resolución de los ejercicios planteados, respondiendo a las preguntas dadas.
- En la segunda sección debe constar exclusivamente el análisis del Flujo de Energía en Silver Springs, proveyendo respuestas a las siguientes cuestiones:
 1. Escriba un la matriz de adyacencia correspondiente al sistema.
 2. ¿Qué nivel trófico tiene mayores fuentes de recursos energéticos a disposición? Justifique su respuesta.
 3. ¿Qué nivel trófico tiene menos fuentes de energía a su disposición? Justifique su respuesta.
 4. ¿Cuántas trayectorias de longitud 2 existen entre los niveles tróficos?
 5. ¿Cuántas trayectorias de longitud 35 existen entre los niveles tróficos?
 6. ¿Cuántas trayectorias de longitud 200 existen entre los niveles tróficos?
 7. Basado en la información dada, y en información adicional que usted investigue, ¿hay algún nivel trófico imprescindible para la supervivencia de los demás niveles tróficos?
 8. Si leyó o consultó un libro o artículo, debe poner al final del documento una sección Bibliografía o Referencias y hacer una lista de cada trabajo consultado, incluyendo título, autor(es), Capítulo/Volumen, páginas.

NOTA: Es lícito apoyarse en la tecnología, pero si necesita utilizar un software o calculadora (Matlab®, Python, etc), o algún sitio de resolución de matrices online (Online Matrix Calculator de blue-bit), debe ser indicado en el documento a entregar, planteando la fórmula teórica, e indicando si se utilizó para resolver esa ecuación; y repitiendo la indicación para cada una de las ecuaciones así resueltas.

