



Proyecto de Álgebra Lineal I Término 2019

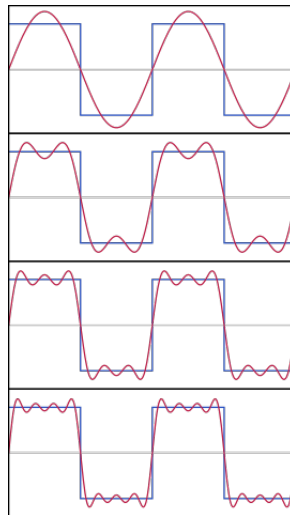
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

Guayaquil, Julio de 2019

1. Introducción

Una serie de Fourier es una serie infinita que converge puntualmente a una función periódica y continua a trozos (o por partes). Las series de Fourier constituyen la herramienta matemática básica del análisis de Fourier empleado para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de dicha función en una suma infinita de funciones sinusoidales mucho más simples (como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras). El nombre se debe al matemático francés Jean-Baptiste Joseph Fourier, que desarrolló la teoría cuando estudiaba la ecuación del calor. Fue el primero que estudió tales series sistemáticamente, y publicó sus resultados iniciales en 1807 y 1811.

La siguiente figura muestra una suma parcial de la serie de Fourier y cómo se acerca a la función original.



Es una aplicación usada en muchas ramas de la ingeniería, además de ser una herramienta sumamente útil en la teoría matemática abstracta. Áreas de aplicación incluyen análisis vibratorio, acústica, óptica, procesamiento de imágenes y señales, y compresión de datos. En ingeniería, para el caso de los sistemas de telecomunicaciones, y a través del uso de los componentes espectrales de frecuencia de una señal dada, se puede optimizar el diseño de un sistema para la señal portadora del mismo.

2. El problema

1. Usted deberá leer la sección 1 del documento *series_de_fourier_producto_interno.pdf* o el documento *funciones_ortogonales_y_sf.pdf*, antes de realizar los problemas que encontrará a continuación.

2. Demuestre que un espacio vectorial V con producto interno, un conjunto ortogonal de vectores no nulos es linealmente independiente.

3. Demuestre que los vectores del conjunto $\{1, \cos(x), \operatorname{sen}(x), \cos(2x), \operatorname{sen}(2x), \dots, \cos(nx), \operatorname{sen}(nx), \dots\}$ son ortogonales con el producto interno $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$

4. Deduzca los coeficientes de la serie de Fourier para una función $f(x)$ que satisfaga las condiciones.

5. Encuentre los coeficientes y la serie de Fourier de las siguientes funciones.

▪ $f(x) = 2x + 1$

▪ $f(x) = x^2$

6. Grafique utilizando un software la serie de Fourier de las funciones anteriores hasta $n=10$.

7. Grafique utilizando un software la serie de Fourier de las funciones anteriores hasta $n=23$.

3. Entregables

Se necesita que su grupo de trabajo elabore un reporte con su solución a este problema. El reporte es un documento con introducción, fundamento teórico, solución, conclusiones, recomendaciones.

Para la sección solución usted deberá presentar:

- El planteamiento matricial del problema
- Resultados numéricos
- Interpretación de los resultados.

Todo lo anterior debe estar escrito de una manera secuencial y con sentido completo. Usted puede (y probablemente debe) ayudarse utilizando herramientas de software para resolver este problema, los mismos que deben ser descritos, y detallar su uso, en el reporte.