EJERCICIO Nº 3

TEMA IV: Transformadores trifásicos

OBJETIVOS: Revisión formas de conexión de los devanados, valoración de pérdidas y rendimiento, variación del rendimiento con el índice de carga y el factor de potencia

ENUNCIADO: De un transformador trifásico de 1500 kVA, 50 Hz, conexión Yd, de 66/33 kV, se sabe que cuando alimenta a una carga trifásica equilibrada con factor de potencia 0,8 inductivo el rendimiento máximo (η_{max}) que presenta es de 0,97 para un índice de carga C=0,7. En estas condiciones la tensión en bornes del secundario es de 31,5 kV.

DETERMINAR:

1. Pérdidas en el hierro, en el cobre y rendimiento cuando trabaje a plena carga con factor de potencia unidad.
2. Tensión en bornes del secundario en las mismas condiciones que en el caso anterior.

SOLUCIÓN:

Antes de comenzar con la resolución del problema hay que aclarar la forma en la que se suministran los datos en los transformadores trifásicos. **Los datos presentados como datos de la placa de características del transformador corresponden siempre a las condiciones nominales y se definen mediante magnitudes de línea.**

1º) La potencia suministrada por el transformador a través del secundario, en unas ciertas condiciones de carga, se puede calcular como: $\mathbf{P}_2 = \sqrt{3}\cdot\mathbf{U}_{2\text{Clínea}}\cdot\mathbf{I}_{2\text{Clínea}}\cdot\mathbf{Cos}\varphi$ donde ($\mathbf{U}_{2\text{clínea}}$ e $\mathbf{I}_{2\text{clínea}}$ son las tensiones y corrientes de línea que aparecen en el secundario del transformador para las condiciones de carga en las que se esté trabajando).

Puesto que el índice de carga C se puede definir como $\mathbf{C} = \dfrac{\mathbf{I}_{2\text{Clínea}}}{\mathbf{I}_{2\text{nlinea}}}$, la corriente del secundario se puede determinar como: $\mathbf{I}_{2\text{clínea}} = \mathbf{C}\cdot\mathbf{I}_{2\text{nlínea}}$. De este modo, la potencia suministrada por el transformador en el secundario se convierte en: $\mathbf{P}_2 = \mathbf{C}\cdot\sqrt{3}\cdot\mathbf{U}_{2\text{Clínea}}\cdot\mathbf{I}_{2\text{nlínea}}\cdot\mathbf{Cos}\varphi$.

En este caso, la corriente nominal del secundario del transformador se puede obtener a partir de su potencia nominal: $\mathbf{S_n} = \sqrt{3}\cdot\mathbf{U}_{2\text{nlínea}}\cdot\mathbf{I}_{2\text{nlínea}}$ y por lo tanto:

$$\mathbf{I}_{2\text{nlínea}} = \frac{\mathbf{S_n}}{\sqrt{3}\cdot\mathbf{U}_{2\text{nlínea}}} = \frac{15\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot33\cdot10^3} = 262{,}4\ \mathbf{A}.$$

Conocida la corriente es posible determinar P_2, ya que la tensión en carga es conocida (31,5 kV), el índice de carga correspondiente es conocido (0,7), y el factor de potencia de la carga es conocido (0,8 ind.): $\mathbf{P}_2 = 0{,}7\cdot\sqrt{3}\cdot31500\cdot262{,}4\cdot0{,}8 = 8018\ \mathbf{kW}$. Una vez calculada la potencia suministrada por el secundario, es posible determinar las pérdidas ya que se conoce el rendimiento máximo que el transformador presenta para esas condiciones de trabajo:

El rendimiento del transformador es: $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_{\text{cedida}}}{\mathbf{P}_{\text{absorbida}}} = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_1}$. Considerando que P_2 es: $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_{\text{fe}} + \mathbf{P}_{\text{cu}}$, el rendimiento puede calcularse como: $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_{\text{fe}} + \mathbf{P}_{\text{cu}}}$. A partir de esta ecuación se puede despejar: $\mathbf{P}_{\text{fe}} + \mathbf{P}_{\text{cu}} = \dfrac{\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_2\cdot\eta}{\eta} = \dfrac{\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_2\cdot0{,}97}{0{,}97} = 248\ \mathbf{kW}$.

Las pérdidas en el hierro cumplen: $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_{\text{fe}}$ donde $\mathbf{P}_0$ son las pérdidas medidas durante en ensayo de vacío.

Por otro lado, para un índice de carga C se cumple que: $\mathbf{P_{cu}} = \mathbf{C}^2 \cdot \mathbf{P_{cc}}$, donde $\mathbf{P_{cc}}$ son las pérdidas en condiciones nominales. Por tanto, las pérdidas totales, es decir los 248 kW calculados anteriormente, cumplen: $248 = 0{,}7^2 \cdot \mathbf{P_{cc}} + \mathbf{P}_0$

Puesto que según los datos del problema el transformador está trabajando con el rendimiento máximo, y en las condiciones de rendimiento máximo se cumple que: $\mathbf{C_{\eta max}} = \sqrt{\dfrac{\mathbf{P}_0}{\mathbf{P_{cc}}}}$, o lo que es equivalente: $\mathbf{C_{\eta max}}^2 \cdot \mathbf{P_{cc}} = \mathbf{P_0}$. Entonces: $0{,}7^2 \cdot \mathbf{P_{cc}} = \mathbf{P}_0$ ----- **(1)**.

Sustituyendo en la ecuación anterior: $248 = 2 \cdot \mathbf{P}_0 \rightarrow \mathbf{P}_0 = 124\,\mathbf{kW}$. Por lo tanto, las pérdidas en el hierro y en el cobre cuando el transformador trabaja con un índice de carga de 0,7 y un factor de potencia 0,8 inductivo serán iguales y de valor 124 kW.

En este apartado del problema se pedía determinar el valor de las pérdidas cuando el transformador trabaja con factor de potencia e índice de carga unidad. El resultado anterior permite determinar las pérdidas **con sólo razonar su dependencia del índice de carga y del factor de potencia**:

A) Las pérdidas en el hierro se consideran iguales a las pérdidas en vacío, por este motivo, serán las mismas que para el índice de carga de 0,7 y el factor de potencia 0,8 inductivo, **ya que la carga aplicada al transformador no las hace variar.**

B) Las pérdidas en el cobre del transformador no dependen del Cosφ, sino del índice de carga, ya que se obtienen como: $\mathbf{P_{cu}} = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{I}_1^2 + \mathbf{R}_2{}' \cdot \mathbf{I}_2{}'^2 \cong \mathbf{R_{cc}} \cdot \mathbf{I}_1^2 = \mathbf{R_{cc}} \cdot \mathbf{I_{1n}}^2 \cdot \mathbf{C}^2 = \mathbf{P_{cc}} \cdot \mathbf{C}^2$. Entonces a plena carga y con factor de potencia unidad las pérdidas en cobre serán iguales a P_{cc}, es decir despejando $\mathbf{P_{cc}}$ de **(1)**: $\mathbf{P_{cc}} = \dfrac{\mathbf{P}_0}{\mathbf{C}^2} = 253\,\mathbf{kW}$.

Para poder ahora determinar el rendimiento del transformador en estas nuevas condiciones es necesario conocer la tensión que va a tener en el secundario, o lo que es lo mismo, determinar su caída de tensión:

$\mathbf{U_{2c}} = \mathbf{U_{2n}} \cdot [1 - \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{c}]$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{c}(\%)} = \mathbf{C} \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{RCC} \cdot \mathbf{Cos\varphi} + \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{XCC} \cdot \mathbf{Sen\varphi}]$. Como en este caso el factor de potencia y el índice de carga son 1, la segunda ecuación se simplifica: $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{c}(\%)} = [\boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{RCC}]$.

La tensión de cortocircuito relativa se puede calcular aplicando su definición, o a partir de las pérdidas y la potencia nominal. Téngase en cuenta que al tratarse de magnitudes de fase se cumple que: $3 \cdot \mathbf{I_{1n}}^2 \cdot \mathbf{R_{cc}} = \mathbf{P_{cc}}$ **(Trifásica)** y $3 \cdot \mathbf{U_{1n}} \cdot \mathbf{I_{1n}} = \mathbf{S_n}$ **(Trifásica)**.

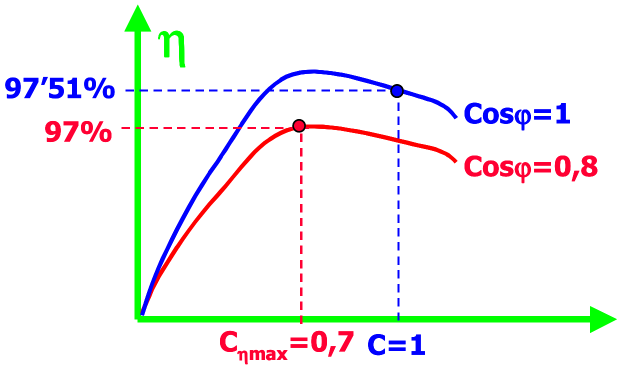
$$: \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{Rcc} = \frac{\mathbf{U_{Rcc}}}{\mathbf{U_{1n}}} = \frac{\mathbf{I_{1n}} \cdot \mathbf{R_{cc}}}{\mathbf{U_{1n}}} = \frac{3}{3} \cdot \frac{\mathbf{I_{1n}}^2 \cdot \mathbf{R_{cc}}}{\mathbf{U_{1n}} \cdot \mathbf{I_{1n}}} = \frac{\mathbf{P_{cc}}}{\mathbf{S_n}} = \frac{253}{15000} = 1{,}69\%.$$

La tensión en el secundario del transformador cuando éste trabaja con factor de potencia unidad e índice de carga del 100% será entonces: $\mathbf{U_{2c}} = 33000 \cdot [1 - 0.0169] = 32443\,\mathbf{V}$.

2º) Conocida la tensión del secundario del transformador en las condiciones anteriores, el rendimiento se obtiene directamente: $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_2 + \mathbf{P_{fe}} + \mathbf{P_{cu}}}$. En este caso las pérdidas en el hierro y el cobre cumplen: $\mathbf{P_{fe}} = 124\,\mathbf{kW}$ y $\mathbf{P_{CU}} = 253\,\mathbf{kW}$ y la potencia de salida del transformador P_2, es conocida: $\mathbf{P}_2 = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U_{2c}} \cdot \mathbf{I_{2n}} \cdot \mathbf{Cos\varphi} = \sqrt{3} \cdot 32443 \cdot 262{,}4 \cdot 1 = 14745\ \mathbf{kW}$.

Por tanto: $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_2 + \mathbf{P_{fe}} + \mathbf{P_{cu}}} = \dfrac{14745}{14745 + 124 + 253} = 0{,}975 \rightarrow \eta = 97{,}5\%$.

Las variaciones en el rendimiento de este transformador con el índice de carga y el factor de potencia quedan reflejadas de una forma muy clara en la siguiente gráfica:



En ella se puede observar como a pesar de que el índice de carga que produce el rendimiento máximo es del 70%, se obtiene un rendimiento mayor en el segundo caso cuando el factor de potencia de la carga es la unidad. Esto se debe a que las curvas de rendimiento son crecientes a medida que el factor de potencia de la carga conectada al transformador aumenta.

RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**
    - Potencia en transformadores trifásicos.
    - Magnitudes de fase y de línea.
    - Formas de conexión devanados en transformadores trifásicos.
    - Índice de carga.
    - Índice de carga de rendimiento máximo.
    - Pérdidas en el cobre.
    - Caída de tensión interna.
    - Tensiones de cortocircuito relativas.
    - Variación del rendimiento con el factor de potencia y el índice de carga.

- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**
    - $P_2 = \sqrt{3} \cdot U_{2C\,línea} \cdot I_{2C\,línea} \cdot Cos\varphi$
    - $C = \frac{I_{2C}}{I_{2n}} \qquad P_2 = C \cdot \sqrt{3} \cdot U_{2C\,línea} \cdot I_{2n\,línea} \cdot Cos\varphi$
    - $S_n = \sqrt{3} \cdot U_{2n\,línea} \cdot I_{2n\,línea}$
    - $\eta = \frac{P_{cedida}}{P_{absorbida}} = \frac{P_2}{P_1}$
    - $P_1 = P_2 + P_{fe} + P_{cu} \qquad \eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fe} + P_{cu}}$
    - $C_{\eta max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$
    - $P_{cu} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2' \cdot I_2'^2 \cong R_{cc} \cdot I_1^2 = R_{cc} \cdot I_{1n}^2 \cdot C^2 = P_{cc} \cdot C^2$
    - $\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \qquad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \qquad \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}}$
    - $\varepsilon_{c(\%)} = C \cdot [\varepsilon_{RCC} \cdot Cos\varphi + \varepsilon_{XCC} \cdot Sen\varphi] \qquad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$
    - $\varepsilon_{c(\%)} = \frac{U_{2n} - U_{2C}}{U_{2n}} = \frac{U_{1n} - U_{2C}'}{U_{1n}} \qquad U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c]$
    - $\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}} \qquad \varepsilon_{Xcc} = \frac{I_{2n} \cdot X_{cc}}{U_{2n}}$
