EJERCICIO Nº 5

TEMA IV: Transformadores trifásicos

OBJETIVOS: Manejo del circuito equivalente en transformadores trifásicos, trabajo en carga, pérdidas y rendimiento

ENUNCIADO: Un transformador trifásico de 50 MVA, 50 Hz, 380/60 kV se somete a un ensayo de cortocircuito por el lado baja tensión obteniéndose:

- U=4,2 KV, I=420,5 A, P=184 kW (magnitudes de línea)

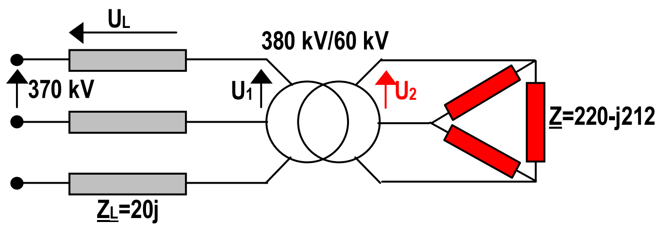
El transformador está conectado a un red de 370 kV a través de una línea trifásica de 50 km de longitud, de resistencia despreciable y reactancia 0,4 Ω/km. El transformador alimenta por el secundario a una carga trifásica equilibrada conectada en triángulo, constituida por una resistencia de 220 Ω conectada en serie con un condensador de 15μF.

DETERMINAR:

1. Corriente por el secundario.
2. Tensión en el secundario.
3. Rendimiento del transformador, teniendo en cuenta que las pérdidas en el hierro son de 150 kV.

SOLUCIÓN:

En el valor de la corriente que circule por el secundario del transformador va a influir, por un lado la tensión de la red que alimenta a la línea (370 kV) y por otro la propia línea, ya que representa una impedancia que provocará una cierta caída de tensión. Es decir, el transformador estará alimentado por el primario a una tensión inferior a 370 kV. La siguiente figura representa la red que hay que analizar:



La impedancia de la línea se obtiene como: $\mathbf{Z_L} = 0{,}4\,\frac{\mathbf{\Omega}}{\mathbf{km}} \cdot 50\,\mathbf{km} = 20\,\mathbf{\Omega}$.

La carga para una red de 50 Hz es: $\frac{1}{\omega \mathbf{C}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 212\,\mathbf{\Omega}$ y $\mathbf{R} = 220\,\mathbf{\Omega}$. Por tanto **Z=220-j212**.

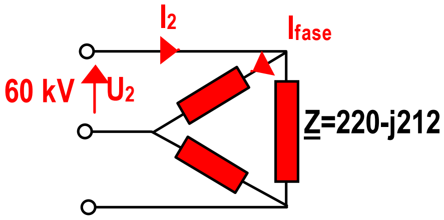
Para calcular la corriente por el secundario del transformador se calculará su circuito equivalente y se le conectarán la impedancia de línea y la carga resolviendo el circuito resultante:

Antes de realizar el cálculo del circuito equivalente, se estimará qué índice de carga provoca la impedancia Z conectada al transformador para saber si se está trabajando con un nivel de carga lo bastante alto como para despreciar la corriente de vacío y, por tanto, no incluir la rama paralelo en el circuito.

La corriente nominal del secundario del transformador se puede calcular como:

$$I_{2n} = \frac{\mathbf{S_n}}{\sqrt{3} \cdot \mathbf{U_{2n}}} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 60 \cdot 10^3} = 481\,\mathbf{A}.$$

La impedancia Z presenta un módulo que vale: $\mathbf{Z} = \sqrt{220^2 + 212^2} = 305\,\mathbf{\Omega}$. Estando esta impedancia conectada en triángulo, en el secundario del transformador circula por ella una corriente de: $\mathbf{I_{fase}} = \frac{60 \cdot 10^3}{305} = 196{,}7\,\mathbf{A}$. Por lo tanto, la corriente de línea que circula por el secundario cuando se conecta esta carga es de:



$\mathbf{I}_2 = \sqrt{3} \cdot 196{,}7 = 340{,}7\ \mathbf{A}$

El índice de carga que provocaría la conexión de esta impedancia se puede estimar como:

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_{2n}} = \frac{340{,}7}{481} \cong 0{,}9\,.$$

Puesto que el índice de carga está próximo al 100%, se puede despreciar la rama en paralelo y tratar el circuito equivalente utilizando sólo la resistencia R_{cc} y la reactancia X_{cc}.

Téngase en cuenta que el cálculo que se ha hecho del índice de carga es aproximado, ya que se ha supuesto que la tensión del secundario es de 60 kV cuando en realidad va a ser inferior, ya que el primario del transformador estará alimentado a una tensión menor que 370 kV. En cualquier caso, el hecho de que el transformador trabaje con tensión inferior a la nominal favorece la precisión del cálculo, ya que al reducir la tensión se reduce el valor del flujo máximo y con él el de la corriente de vacío.

Los parámetros del circuito equivalente se obtendrán a partir del ensayo de cortocircuito.

$$\mathbf{P}_{cc} = 3 \cdot \mathbf{R}_{cc} \cdot \mathbf{I}_{cc}^{\ 2} \rightarrow \mathbf{R}_{cc} = \frac{\mathbf{P}_{cc}}{3 \cdot \mathbf{I}_{cc}^{\ 2}} = \frac{184 \cdot 10^3}{3 \cdot 420{,}5^2} = 0{,}35\ \Omega\,.$$

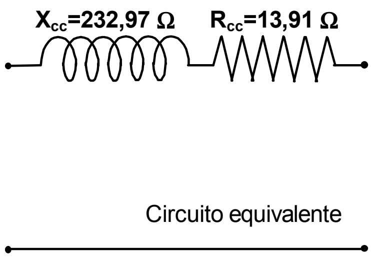
Esta resistencia está referida al secundario, ya que el ensayo se realizó por ese devanado. La resistencia referida al primario sería: $\mathbf{R}_{cc}^{\ 1} = \mathbf{R}_{cc} \cdot \mathbf{r}_t^{\ 2} = 0{,}35 \cdot \left[\frac{380}{60}\right]^2 = 13{,}91\,\Omega$.

La reactancia se podrá obtener como: $\mathbf{X}_{cc} = \mathbf{R}_{cc} \cdot \mathbf{Tg}\varphi_{cc}$. El ángulo φ_{cc} se obtiene también a partir del ensayo:

$\mathbf{P}_{cc} = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U}_{cc} \cdot \mathbf{I}_{cc} \cdot \mathbf{Cos}\varphi_{cc} \rightarrow \mathbf{Cos}\varphi_{cc} = \dfrac{\mathbf{P}_{cc}}{\sqrt{3} \cdot \mathbf{U}_{cc} \cdot \mathbf{I}_{cc}} = \dfrac{184 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 420{,}5} = 0{,}06$. En este caso: $\varphi_{cc} = 86{,}55^{\circ}$. Por tanto: $\mathbf{X}_{cc} = \mathbf{R}_{cc} \cdot \mathbf{Tg}\varphi_{cc} = 0{,}35 \cdot \mathbf{Tg}(86{,}55) = 5{,}81\,\Omega$.

Esta reactancia está referida al secundario, para referirla al primario hay que multiplicarla por r_t^2: $\mathbf{X}_{cc}^{\ 1} = \mathbf{X}_{cc} \cdot \mathbf{r}_t^{\ 2} = 5{,}81 \cdot \left[\frac{380}{60}\right]^2 = 232{,}97\,\Omega$.

El circuito equivalente del transformador será entonces:



Circuito equivalente

A este circuito se le conectará la impedancia de la línea en el lado del primario. **La cual no será necesario transformar de ninguna manera, ya que en el transformador está realmente conectada al primario y el circuito equivalente utilzado está referido a este devanado.**

Para calcular la corriente, será necesario también conectar la carga RC al circuito equivalente. **En este caso será imprescindible someterla a dos transformaciones:**

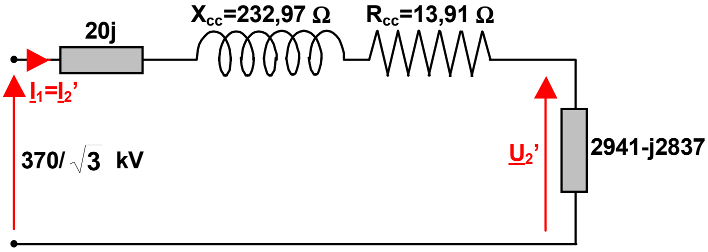
1º) Transformar la carga en triángulo en una carga en estrella: el circuito equivalente es un equivalente fase – neutro. Por este motivo, la carga debe estar siempre en estrella.

2º) Referir la carga al primario: puesto que la carga está conectada en el secundario, y el circuito equivalente está referido al primario, será necesario multiplicar por r_t^2

La carga en triángulo vale: $\underline{\mathbf{Z}}_{\Delta} = 220 - \mathbf{j}212$. Transformándola en su equivalente en estrella se obtiene: $\underline{\mathbf{Z}}_{\perp} = \dfrac{\underline{\mathbf{Z}}_{\Delta}}{3} = \dfrac{220 - \mathbf{j}212}{3} = 73{,}3 - \mathbf{j}70{,}7$.

La relación de transformación es: $\mathbf{r}_t = \dfrac{380}{60} = 6{,}34$. Entonces, la carga equivalente en estrella referida al primario será: $\underline{\mathbf{Z}}_{\perp}^{\ 1} = \underline{\mathbf{Z}}_{\perp} \cdot \mathbf{r}_t^{\ 2} = 2941 - \mathbf{j}2837$.

El circuito que es necesario resolver para obtener la corriente real del secundario del transformador será el siguiente:



Puesto que todos los elementos que aparecen en el circuito son conocidos, la corriente I_2' se puede obtener directamente dividiendo la tensión de alimentación del circuito entre la suma de todas las impedancias.

Debe tenerse en cuenta también que la tensión de alimentación de este circuito debe ser la de fase, ya que el equivalente del transformador es un equivalente fase – neutro.

$\underline{I}_2' = \dfrac{370 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{[13{,}91 + 2941] + \mathbf{j}[20 + 232{,}97 - 2837]} = 40{,}966 + \mathbf{j}35{,}82 = 54{,}4\mathbf{e}^{\mathbf{j}0{,}79}$. Por lo tanto, se cumple que: **I_2'=54,4 A**. Si ahora se refiere esa corriente al secundario, se obtendrá la corriente real del transformador cuando alimenta a la carga: $\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_2' \cdot \mathbf{r_t} = 344{,}5\,\mathbf{A}$.

2º) Conocida la corriente, la tensión del secundario del transformador se puede calcular directamente:

$$\mathbf{U}_2' = [40{,}966 + \mathbf{j}35{,}82] \cdot [2941 - \mathbf{j}2837] = 2{,}22 \cdot 10^5 - \mathbf{j}1{,}08 \cdot 10^4 = 2{,}224 \cdot 10^5\,\mathbf{e}^{-\mathbf{j}0{,}049}.$$

Se ha obtenido que **U_2'=222,4 kV**. Si se refiere esta cantidad al secundario:

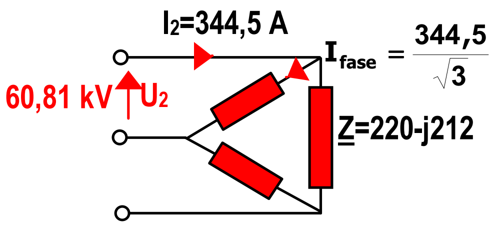
$\mathbf{U}_2 = \dfrac{\mathbf{U}_2'}{\mathbf{r_t}} = 35{,}12\,\mathbf{kV}$. Esta tensión es tensión de fase, ya que se obtuvo a partir del circuito equivalente. Entonces, la tensión de línea del secundario del transformador cuando trabaja con la carga anterior será: $\mathbf{U}_{2\text{línea}} = \sqrt{3} \cdot 35{,}12 = 60{,}83\ \mathbf{kV}$.

El resultado anterior muestra como el transformador presenta una tensión en el secundario mayor que la nominal, a pesar de que la tensión que lo alimenta es menor que la que tiene asignada. El fenómeno que permite que esto ocurra es el EFECTO FERRANTI, ya que la carga del transformador es capacitiva.

3º) Para calcular el rendimiento se utilizará la expresión: $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_2 + \mathbf{P_{fe}} + \mathbf{P_{cu}}}$.

Las pérdidas en el hierro han sido suministradas como dato. Las pérdidas en el cobre se pueden calcular directamente a partir del circuito equivalente:

$\mathbf{P_{cc}} = 3 \cdot \mathbf{R_{cc}} \cdot \mathbf{I_{cc}}^2 = 3 \cdot 13{,}91 \cdot 54.48^2 = 1{,}23 \cdot 10^5\ \mathbf{W}$. La potencia suministrada por el secundario será:



$$\mathbf{I_{fase}} = \frac{344{,}5}{\sqrt{3}}\ \mathbf{A}$$

$$\mathbf{P}_2 = 3 \cdot 220 \cdot \left[\frac{344{,}5}{\sqrt{3}}\right]^2 = 2{,}611 \cdot 10^7\ \mathbf{W}$$

$$\eta = \frac{2{,}611 \cdot 10^7}{2{,}611 \cdot 10^7 + 150 \cdot 10^3 + 1{,}23 \cdot 10^5} = 0{,}99$$

RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**
  - Formas de conexión devanados en transformadores trifásicos.
  - Formas de realización ensayos vacío y cortocircuito: diferencias entre realizarlos por el primario y por el secundario.
  - Equivalencia entre impedancias conectadas en estrella y en triángulo.
  - Utilización del circuito equivalente para el cálculo de tensiones y corrientes.
  - Magnitudes de fase y de línea.
  - Índice de carga.

- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**
  - $\mathbf{P_{cc}} = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U_{cc}} \cdot \mathbf{I_{cc}} \cdot \mathbf{Cos\varphi_{cc}} \rightarrow \mathbf{Cos\varphi_{cc}} = \dfrac{\mathbf{P_{cc}}}{\sqrt{3} \cdot \mathbf{U_{cc}} \cdot \mathbf{I_{cc}}}$
  - $\mathbf{P_{cc}} = 3 \cdot \mathbf{R_{cc}} \cdot \mathbf{I_{cc}}^2 \rightarrow \mathbf{R_{cc}} = \dfrac{\mathbf{P_{cc}}}{3\mathbf{I_{cc}}^2}$
  - $\mathbf{X_{cc}} = \mathbf{R_{cc}} \cdot \mathbf{Tg\varphi_{cc}}$
  - $\mathbf{Z}_2' = \mathbf{Z}_2 \cdot \mathbf{r_t}^2$
  - $\mathbf{P}_2 = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U}_{2\mathbf{C}\,\mathbf{línea}} \cdot \mathbf{I}_{2\mathbf{C}\,\mathbf{línea}} \cdot \mathbf{Cos\varphi}$
  - $\mathbf{C} = \dfrac{\mathbf{I}_{2\mathbf{C}}}{\mathbf{I}_{2\mathbf{n}}}$
  - $\mathbf{Z}_{\perp} = \dfrac{\mathbf{Z}_{\Delta}}{3}$
  - $\eta = \dfrac{\mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_2 + \mathbf{P_{fe}} + \mathbf{P_{cu}}}$