



EJERCICIO Nº 6

TEMA IV: Bancos trifásicos de transformadores monofásicos.

OBJETIVOS: Analizar el funcionamiento de un banco trifásico formado por transformadores monofásicos, revisar circuito equivalente y formas de conexión.

ENUNCIADO: Un transformador monofásico de 3000 kVA 132/38 kV y 50 Hz dio los siguientes resultados en ensayos:

- Ensayo de vacío por el lado de baja: 38 kV, 4 A, 16,67 kW.
- Ensayo de cortocircuito por el lado de alta: 5,5 kV, 11,5 A, 10 kW.

DETERMINAR:

1. El circuito equivalente referido al primario, indicando la resistencia y reactancia de dispersión de cada devanado (tomar como dato que los valores de la resistencia y reactancia del secundario son un 10% de los correspondientes al primario: $R_2=0,1R_1$ y $X_2=0,1X_1$).
2. Considerando que con otros dos transformadores idénticos se forma un banco trifásico, calcular los siguientes parámetros:
 - Potencia nominal
 - Tensiones nominales
 - Corrientes nominales
 - Tensiones de cortocircuito relativas
 - Circuito equivalente

Tanto en el caso de que la conexión sea estrella – estrella como triángulo – estrella.
3. Con el banco alimentado a su tensión nominal, se conecta una carga trifásica en estrella de valor $400+j200$ en cada fase. Calcular la tensión en bornes del secundario considerando el banco conectado estrella – estrella y triángulo – estrella.

SOLUCIÓN:

El problema plantea el estudio de un banco trifásico formado por transformadores monofásicos. Aunque este tipo de máquina no es demasiado frecuente, hay que indicar **que se utiliza en ocasiones, especialmente cuando la potencia a transformar es muy elevada.**

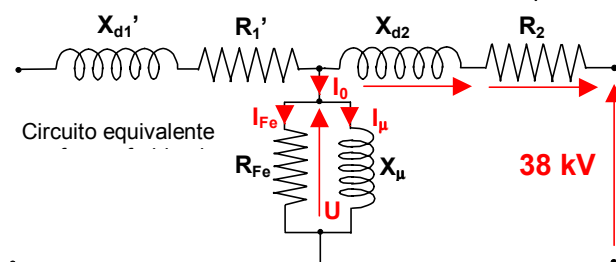
Si bien con el empleo del banco trifásico las pérdidas son más elevadas, en el caso de que la potencia sea muy grande y se desee disponer de una máquina en reserva, resulta más barato hacerlo con un transformador monofásico que con uno trifásico cuya potencia sería mucho mayor.

1º) El circuito equivalente se calcula a partir de los ensayos: $P_0 = U_{2n} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0$, por tanto:

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{U_{2n} \cdot I_0} = \frac{16670}{38000 \cdot 4} = 0,1097. \text{ Las componentes de la corriente de vacío se pueden}$$

determinar entonces como:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 4 \cdot 0,1097 = 0,439 \text{ A} \text{ e } I_{\mu} = I_0 \cdot \sin\varphi_0 = 3,975 \text{ A}.$$



El esquema de la izquierda representa el circuito equivalente del transformador durante el ensayo de vacío. Si se desprecian las caídas de tensión que se producen en la resistencia y reactancia del secundario, se puede considerar que la rama paralelo soporta la tensión nominal del secundario (38 kV).

En ese caso, la resistencia y la reactancia de magnetización se pueden calcular directamente:



$$R_{fe} = \frac{U_{2n}}{I_{fe}} = \frac{38000}{0,439} = 8656 \text{ k}\Omega \quad \text{y} \quad X_{\mu} = \frac{U_{2n}}{I_{\mu}} = \frac{38000}{3,975} = 9,56 \text{ k}\Omega.$$

Tanto la reactancia como la resistencia que se acaban de calcular están referidas al secundario, ya que el ensayo de vacío se realizó por este devanado. Por lo tanto, será necesario referirlas al primario multiplicando por r_t^2 :

$$R_{fe}^1 = R_{fe} \cdot r_t^2 = 86,56 \cdot \left[\frac{132}{38} \right]^2 = 10,44 \text{ k}\Omega.$$

$$X_{\mu}^1 = X_{\mu} \cdot r_t^2 = 9,56 \cdot \left[\frac{132}{38} \right]^2 = 115,3 \text{ k}\Omega.$$

Para calcular el resto de los parámetros se utilizará el ensayo de cortocircuito. En el ensayo realizado se cumple: $P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{cc}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} = \frac{10000}{11,5^2} = 75,6 \Omega$

$$P_{cc} = U_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{cc}} = \frac{10000}{5500 \cdot 11,5} = 0,158 \rightarrow \varphi = 80,9^\circ \rightarrow \text{Tg}\varphi = 6,245$$

Entonces la reactancia se podrá obtener como: $X_{cc} = R_{cc} \cdot \text{Tg}\varphi_{cc} = 472,1 \Omega$.

Con los datos suministrados en el enunciado es posible calcular las resistencias y reactancias de primario y secundario: $R_{cc} = R_1 + R_2'$ y $X_{cc} = X_1 + X_2'$.

Puesto que $R_2' = R_2 \cdot r_t^2$, $X_2' = X_2 \cdot r_t^2$, $R_2 = 0,1 \cdot R_1$ y $X_2 = 0,1 \cdot X_1$ debe cumplirse que:

$$75,6 = R_1 + [0,1 \cdot R_1] \cdot \left[\frac{132}{38} \right]^2 \rightarrow R_1 = 34,2 \Omega \quad \text{y} \quad R_2 = 3,42 \Omega \rightarrow R_2' = 41,26 \Omega.$$

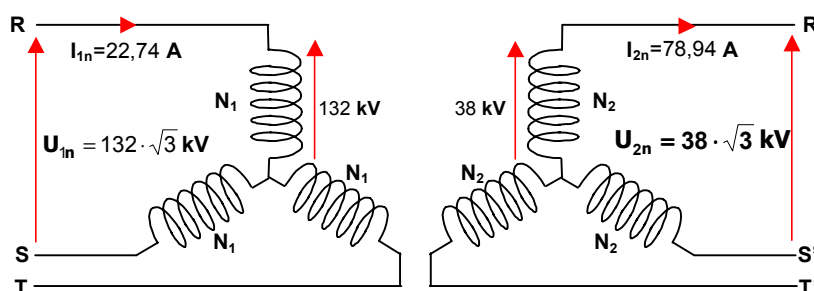
$$472 = X_1 + [0,1 \cdot X_1] \cdot \left[\frac{132}{38} \right]^2 \rightarrow X_1 = 214 \Omega \quad \text{y} \quad X_2 = 21,4 \Omega \rightarrow X_2' = 258,2 \Omega.$$

Por tanto: $R_{cc} = R_1 + R_2' = [34,2 + 41,26] = 75,6 \Omega$

$$X_{cc} = X_1 + X_2' = [214 + 258,2] = 472,2 \Omega$$

2º) En la conexión del banco trifásico en estrella cada transformador monofásico puede soportar como máximo una tensión de 132 kV. Por tanto, la tensión nominal de línea en el primario del banco trifásico conectado en estrella-estrella será de $\sqrt{3} \cdot 132 \text{ kV}$.

La tensión secundaria será por el mismo motivo $\sqrt{3} \cdot 38 \text{ kV}$.



La corriente nominal del banco trifásico deberá ser la misma que para el transformador monofásico, ya que en la conexión en estrella la corriente de línea y la corriente que circula por transformador individual son la

misma. Para cada trafo monofásico, las corrientes se pueden estimar a partir de la potencia aparente nominal: $I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{3000 \cdot 10^3}{132 \cdot 10^3} = 22,73 \text{ A}$ y $I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{3000 \cdot 10^3}{38 \cdot 10^3} = 78,94 \text{ A}$.

La potencia nominal del banco trifásico será:

$S_{n\text{banco}} = \sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_{1n} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 132 \cdot 22,73 = 9000 \text{ kVA}$ que es la suma de la de los tres bancos monofásicos, ya que cada uno era de 3000 kVA.



La relación de transformación del banco trifásico será también la misma: $r_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 132}{\sqrt{3} \cdot 38} = 2 \cdot \sqrt{3}$.

Los parámetros del circuito equivalente coincidirán totalmente en este caso con los que se obtuvieron para el transformador monofásico. El circuito equivalente de los transformadores trifásicos es un circuito equivalente fase – neutro, considerando que en este caso entre fase y neutro está conectado cada uno de los transformadores monofásicos, es evidente que el circuito equivalente deberá ser el mismo.

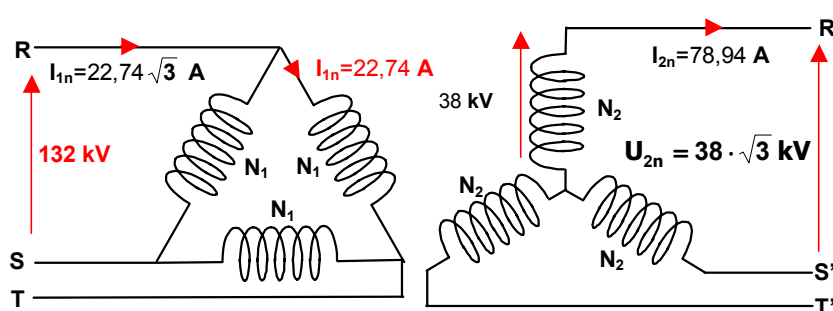
Las tensiones relativas de cortocircuito se pueden calcular directamente a partir de los parámetros del circuito equivalente:

$$\epsilon_{R_{cc}} = \frac{U_{R_{cc}}}{U_{1n}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{75,6 \cdot 22,74}{132000} = 1,3\%$$

$$\epsilon_{X_{cc}} = \frac{U_{X_{cc}}}{U_{1n}} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{472,2 \cdot 22,74}{132000} = 8,2\%$$

$$\epsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{\sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{\sqrt{75,6^2 + 472,2^2} \cdot 22,74}{132000} = 8,3\%$$

2º) En la conexión triángulo – estrella se producen una serie de cambios en el banco trifásico:



En este caso, la tensión nominal del primario del banco trifásico es de **132 kV**, ya que es la que soporta cada uno de los transformadores monofásicos. En el secundario ocurre lo mismo que con el banco conectado

estrella-estrella: la tensión nominal será **$38\sqrt{3}$ kV**, ya que de ese modo cada uno de los transformadores trifásicos conectados en el secundario soporta **38 kV**, tal y como establecen sus condiciones nominales.

Respecto de las corrientes nominales, el secundario se comporta exactamente igual que en el apartado anterior, es decir, **su corriente nominal debe ser idéntica a la corriente nominal del secundario en el transformador monofásico**, ya que al estar conectado en estrella, la corriente de línea es la que atraviesa a cada devanado secundario. Por lo tanto: **$I_{2n}=78,94$ A**.

En el primario la situación cambia, ya que la conexión está en triángulo. En este caso, la corriente de fase nominal en el triángulo será la del transformador monofásico, es decir **22,74 A**. Por tanto, la corriente de línea del primario, que es la nominal del banco trifásico será $\sqrt{3}$ veces mayor, es decir **$I_{1n} = 22,74 \cdot \sqrt{3}$ A**.

La potencia nominal del banco trifásico va a ser la misma que en el apartado anterior, ya que **siempre que no se sobrepasen las tensiones o corrientes nominales de cada transformador monofásico, se obtendrá como potencia del banco trifásico el triple de la correspondiente a cada uno de los transformadores monofásicos:**

$$S_n = \sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_{1n} = \sqrt{3} \cdot 132 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} \cdot 22,74 = 9000 \text{ kVA}.$$

La relación de transformación en este caso habrá cambiado: $r_t = \frac{132}{38 \cdot \sqrt{3}} = 2,002$.



Los parámetros del circuito equivalente también se habrán modificado. El circuito equivalente del transformador trifásico es siempre un circuito equivalente fase-neutro. En este caso, cada banco monofásico que forma el primario en triángulo presenta los siguientes parámetros (referidos al primario) en su circuito equivalente:

$$R_{fe} = 10,44 \text{ k}\Omega .$$

$$X_{\mu} = 115,3 \text{ k}\Omega .$$

$$R_1 = 34,2 \Omega \text{ y } R_2 = 3,42 \Omega \rightarrow R_2' = 41,26 \Omega .$$

$$X_1 = 214 \Omega \text{ y } X_2 = 21,4 \Omega \rightarrow X_2' = 258,2 \Omega .$$

Considerando que la equivalencia es fase-neutro será necesario convertir la conexión en triángulo en su equivalente en estrella: $Z_{\perp} \equiv \frac{Z_{\Delta}}{3}$. - Es decir, todas las impedancias correspondientes al primario del transformador quedarán en este caso divididas por 3:

$$R_1 = \frac{34,2}{3} = 11,4 \Omega , \quad X_1 = \frac{214}{3} = 71,34 \Omega \text{ etc.}$$

Los parámetros del secundario referidos al primario se obtuvieron en el apartado anterior multiplicando por la relación de transformación, es decir: $R_2' = R_2 \cdot r_t^2$, $X_2' = X_2 \cdot r_t^2$, por lo tanto, la forma más fácil de obtenerlos para la nueva conexión triángulo-estrella es hacer lo mismo pero utilizando la nueva relación de transformación:

$$R_2' = R_2 \cdot r_t^2 = 3,42 \cdot 2,002^2 = 13,7 \Omega$$

$$X_2' = X_2 \cdot r_t^2 = 21,4 \cdot 2,002^2 = 86,1 \Omega$$

El resultado que se acaba de obtener es el mismo que se obtendría si directamente se hubiesen dividido por 3 los valores de los parámetros obtenidos para el transformador con conexión estrella – estrella:

$$R_{2\Delta\perp}' = \frac{R_{2\perp\perp}'}{3} = \frac{41,26}{3} = 13,7 \Omega$$

$$X_{2\Delta\perp}' = \frac{X_{2\perp\perp}'}{3} = \frac{258,2}{3} = 86,1 \Omega$$

$$\text{Por tanto: } R_{cc\Delta\perp} = R_{1\Delta\perp} + R_{2\Delta\perp}' = [11,4 + 13,7] = 25,1 \Omega \rightarrow R_{cc\Delta\perp} = \frac{R_{cc\perp\perp}}{3}$$

$$X_{cc} = X_1 + X_2' = [71,34 + 86,1] = 157,4 \Omega \rightarrow X_{cc\Delta\perp} = \frac{X_{cc\perp\perp}}{3}$$

En definitiva, se puede concluir que los parámetros del circuito equivalente una vez que se ha conectado EL PRIMARIO en triángulo se pueden obtener dividiendo los parámetros del transformador conectado estrella – estrella entre 3. Si los dos devanados están en triángulo también se podrán obtener del mismo modo. Bastaría para hacer esta comprobación repetir el ejercicio planteando los 4 casos posibles.

Las tensiones relativas de cortocircuito se obtendrán de igual manera que en el apartado anterior:

$$\epsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{25,1 \cdot 22,74 \cdot \sqrt{3}}{132000} = 1,3\%$$

$$\epsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{157,4 \cdot 22,74 \cdot \sqrt{3}}{132000} = 8,2\%$$

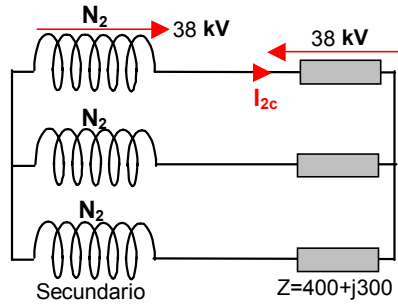
$$\epsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{\sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} = 8,3\%$$



3º) La forma más simple de resolver este apartado consiste en utilizar los dos circuitos equivalentes del banco calculando directamente sobre ellos la tensión del secundario. En este cálculo, se podrá suprimir la rama en paralelo si la carga que está conectada al secundario hace que el transformador trabaje con un índice de carga lo bastante elevado.

La impedancia cumple: $Z = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \Omega$.

En el banco estrella-estrella al conectar la carga anterior en el secundario la corriente que circula se puede aproximar por:



$$I_{2c} = \frac{38000}{500} = 76 \text{ A}.$$

Por tanto, el índice de carga en este

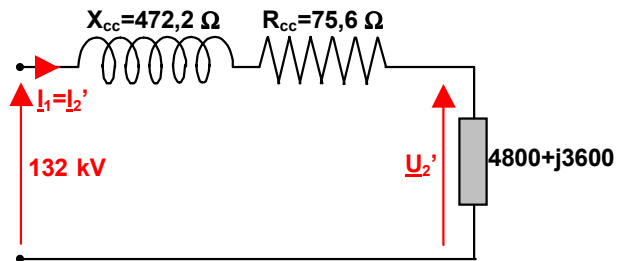
$$C = \frac{I_{2c}}{I_{2n}} = \frac{76}{78,94} = 0,96.$$

Puesto que el transformador trabaja prácticamente a plena carga con la impedancia de $400 + j300j$, se puede eliminar la rama paralelo para hacer el cálculo de la tensión en el secundario.

Para utilizar el circuito equivalente, que está referido al primario, es necesario referir también la carga a este devanado:

$$Z_{\perp}^1 = Z_{\perp} \cdot r_t^2 = 4800 + j3600$$

Una vez hecha esta transformación, y teniendo en cuenta que el circuito equivalente debe alimentarse con la tensión de fase, ya se puede calcular la corriente:



$$I_2' = \frac{132 \cdot 10^3}{\sqrt{[75,6 + 4800]^2 + [472,2 + 3600]^2}} = 20,8 \text{ A}.$$

La tensión en bornes de la carga será:

$$U_2' = Z \cdot I_2' = \sqrt{4800^2 + 3600^2} \cdot 20,8 = 124,8 \text{ kV}.$$

Refiriendo está tensión al secundario:

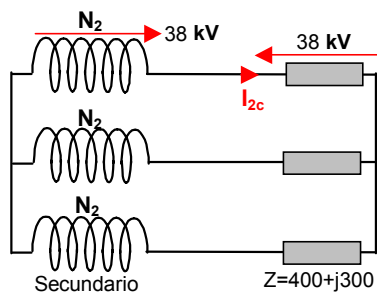
$$U_2 = \frac{U_2'}{r_t} = \frac{124,8}{2 \cdot \sqrt{3}} = 36,02 \text{ kV}.$$

La tensión obtenida es una tensión de fase, para calcular la

tensión de línea en bornes del transformador sólo hay que multiplicar por $\sqrt{3}$:

$$U_{2\text{línea}} = U_2 \cdot \sqrt{3} = 36,02 \cdot \sqrt{3} = 62,4 \text{ kV}.$$

Para el caso del banco conectado triángulo-estrella el proceso a seguir es el mismo:



Puesto que en este nuevo banco trifásico el secundario del transformador trabaja en condiciones idénticas:

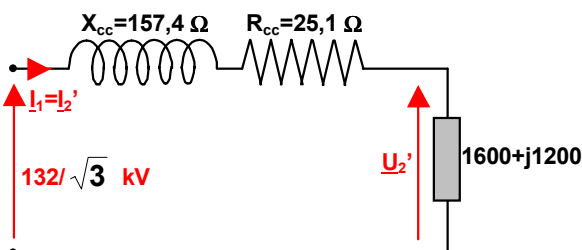
$$I_{2c} = \frac{38000}{500} = 76 \text{ A}.$$

Por tanto, el índice de carga en este

$$C = \frac{I_{2c}}{I_{2n}} = \frac{76}{78,94} = 0,96,$$

siendo posible

despreciar la rama en paralelo para calcular la tensión en bornes del secundario.



Teniendo en cuenta que en este caso la relación de transformación es diferente que en el anterior, la impedancia de carga reducida al primario también será distinta:

$$Z_{\perp}^1 = Z_{\perp} \cdot r_t^2 = 1600 + j1200$$



Una vez hecha esta transformación, y **considerando que el circuito equivalente debe alimentarse con la tensión de fase, ya se puede calcular la corriente:**

$$I_2' = \frac{132 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{\sqrt{[25,1 + 1600]^2 + [157,4 + 1200]^2}} = 36 \text{ A} . \text{ La tensión en bornes de la carga será:}$$

$$U_2' = Z \cdot I_2' = \sqrt{1600^2 + 1200^2} \cdot 20,8 = 72 \text{ kV} . \text{ Refiriendo está tensión al secundario:}$$

$$U_2 = \frac{U_2'}{r_t} = \frac{72}{2} = 36 \text{ kV} . \text{ Esta tensión es una tensión de fase, para obtener la tensión de línea}$$

en bornes del transformador sólo hay que multiplicar por $\sqrt{3}$:

$$U_{2\text{línea}} = U_2 \cdot \sqrt{3} = 36 \cdot \sqrt{3} = 62,4 \text{ kV} .$$

La tensión en este caso, errores de redondeo aparte, debe ser exactamente la misma que en el caso anterior, ya que se está alimentando el transformador en ambos casos con la tensión nominal, los dos secundarios están en estrella y la carga conectada en ambos es la misma.

RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**
 - Componentes de la corriente de vacío.
 - Cálculo parámetros circuito equivalente.
 - Formas de realización ensayos vacío y cortocircuito: diferencias entre realizarlos por el primario y por el secundario.
 - Formas de conexión transformadores trifásicos.
 - Equivalencia entre impedancias conectadas en estrella y en triángulo.
 - Utilización del circuito equivalente para el cálculo de tensiones y corrientes.
 - Relación de transformación: variaciones al conectar en estrella y triángulo.
 - Magnitudes de fase y de línea.
 - Índice de carga.
- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**
 - $P_0 = U_{2n} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0$
 - $I_{fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 \quad I_\mu = I_0 \cdot \sin\varphi_0$
 - $P_{cc} = \sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_{cc}}$
 - $P_{cc} = 3 \cdot R_{cc} \cdot I_{cc}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2}$
 - $R_{cc} = R_1 + R_2' \quad X_{cc} = X_1 + X_2'$
 - $S_{nbanco} = \sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_{1n}$
 - $X_{cc} = R_{cc} \cdot \text{Tg}\varphi_{cc}$
 - $Z_2' = Z_2 \cdot r_t^2$
 - $C = \frac{I_{2c}}{I_{2n}}$
 - $Z_\perp = \frac{Z_\Delta}{3}$



- $\epsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}}$ $\epsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}}$ $\epsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}}$
 - $\epsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}}$ $\epsilon_{Xcc} = \frac{I_{2n} \cdot X_{cc}}{U_{2n}}$
 - $\epsilon_c(\%) = C \cdot [\epsilon_{Rcc} \cdot \text{Cos}\phi + \epsilon_{Xcc} \cdot \text{Sen}\phi]$ $\epsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$
-