



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
LABORATORIO DE FÍSICA A



Profesor:

Jng. Carlos Alberto Martínez Briones

Título de la práctica:

“Memento de Inercia”

Realizado por:

**Miriam Vanessa
Hinojosa Ramos**

Grupo de trabajo:

**Gisell Litardo
Vanessa Hinojosa
Carlos Lecaró**

Fecha de práctica:

Jueves, 29 de julio de 2010

Fecha de elaboración:

Sábado, 31 de julio de 2010

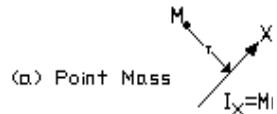
Fecha de entrega:

Jueves, 6 de agosto de 2010

Paralelo: **13**

Semestre: **Primer término**

Año: **2009 - 2010**

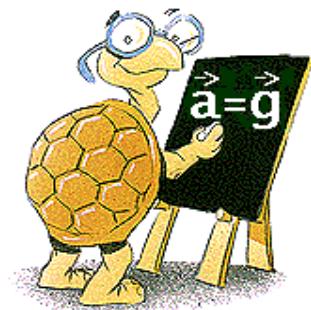


(b) Point Masses

$$I_x = \sum_{i=1}^n M_i r_i^2$$

(c) Distributed Mass

$$I_x = \int r^2 dM$$



RESUMEN:

En la práctica de hoy lo esencial será cuantificar la constante del resorte y partiendo de allí determinar experimentalmente el momento de inercia de unos cilindros y de un disco, para comprobarlos con los valores teóricos. Se aplicarán conceptos de Torque, Desplazamiento angular y Aceleración angular para comprender mejor el fenómeno físico. Finalmente realizaremos el experimento con equipos de alta calidad para tener mayor veracidad en nuestros resultados.

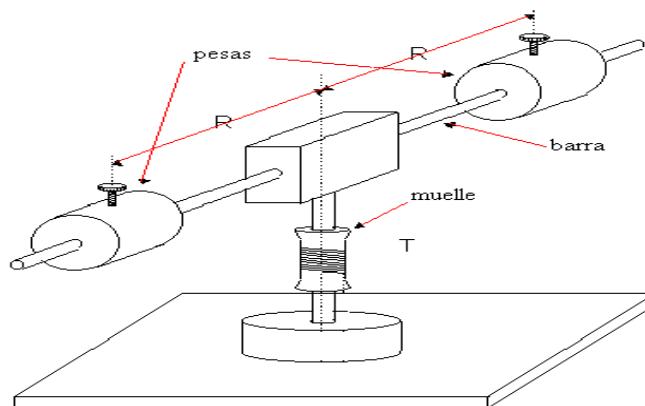


FIGURA 1

Las dos masas puntuales o pesas como les llaman en la figura son capaces de girar sobre un eje de oscilación tantas vueltas como pueda enrollarse el muelle o resorte de torsión.

ABSTRACT:

In the today practice the essential thing will be to quantify the constant of the spring and from there determining experimentally the moment of inertia of a few cylinders and a disc, to verify them with the theoretical values. There will be applied concepts of Torque, Angular Displacement and Angular Acceleration to understand better the physical phenomenon. Finally we will realize the experiment with equipments of high quality to have major veracity in our results.

Palabras Clave:

- Torque
- Desplazamiento Angular
- Aceleración Angular
- Momento de Inercia

OBJETIVOS:

- ✓ Hallar la constante del resorte de torsión.
- ✓ Verificar los momentos de inercia de masas puntuales y de un disco.
- ✓ Comprobar el Teorema de los ejes paralelos o de Steiner.

INTRODUCCIÓN:

Antes de realizar nuestro experimento es preciso aclarar ciertos conceptos como torque es el efecto giratorio que produce una fuerza aplicada a un cuerpo provisto de un eje.

Se define por Torque o Momento de rotación a la expresión dada por:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$$

Ec. 1

En la ecuación, \vec{r} es el vector posición (brazo de momento) en donde es aplicada la fuerza \vec{F} .

En la figura 2 observamos claramente hacia donde se genera el torque o momento de torsión al apretar una tuerca.

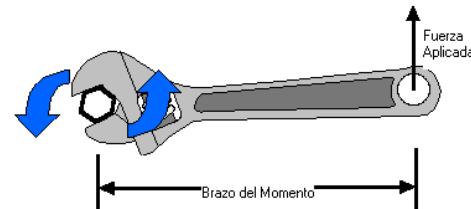


FIGURA 2

Pero al rotar una determinada partícula es preciso percatarse que describirá cierto ángulo al desplazarse por lo que también hablamos de lo que es desplazamiento angular que se ejemplifica a continuación.

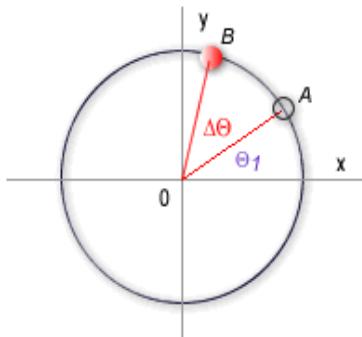


FIGURA 3

Si la partícula en el instante $t = t_1$ ocupa la posición A, con posición θ_1 y en el instante $t = t_2$ ocupa la posición B, con posición θ_2 , cuando se mueve desde A hasta B su desplazamiento angular será $\Delta\theta$ (ver figura 3).

Obviamente el desplazamiento angular también se medirá en radianes.

Entonces, definimos el desplazamiento angular como el cambio en la posición angular: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Por lo tanto si hablamos de un desplazamiento después de que el cuerpo ha recorrido la trayectoria y sabemos que lo hace a determinada velocidad entonces también experimentará el cuerpo un tipo de aceleración, la angular.

Se define la aceleración angular como el cambio que experimenta la velocidad angular por unidad de tiempo. Se denota por la letra griega alfa α .

Esta aceleración tiene carácter vectorial y se expresa en radianes por segundo al cuadrado.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

Ec. 2

Definimos el vector aceleración angular, y lo representamos por α , de modo que ω es el vector velocidad angular del cuerpo alrededor del eje de rotación.

Con este preámbulo conceptual podemos entrar a lo que es nuestra práctica referente al Momento de Inercia, en la cual aplicaremos y necesitaremos de los conceptos revisados para clarificar cualquier duda que existiera.

Momento de Inercia

El momento de inercia es una magnitud que establece la resistencia que presenta un cuerpo a cambiar su velocidad angular.

Con relación a un eje definido, el torque externo aplicado a un cuerpo rígido, se relaciona con la aceleración angular adquirida mediante la ecuación:

$$\sum \tau = I \alpha \quad \text{Ec. 3}$$

En el que I es el <momento de inercia>, α es la aceleración angular y τ es el torque aplicado.

Si se tiene una distribución de masa discreta el momento de inercia puede calcularse con la ecuación:

$$I = \sum m r^2 \quad \text{Ec. 4}$$

Donde m son las masas puntuales y r la distancia al eje de rotación. Si la distribución de masa es continua para el cálculo se utilizará la integral:

$$I = \int r^2 dm \quad \text{Ec. 5}$$

Si se conoce el Momento de Inercia I_0 con relación a un eje que pasa por el centro de masa, es posible calcular el momento de inercia I de un cuerpo de masa M , con relación a un eje paralelo al primer eje situado a una distancia r , con el Teorema de Steiner o de ejes paralelos, expresado por:

$$I = I_0 + Mr^2 \quad \text{Ec. 6}$$

Marco Teórico de la Práctica

Determinación experimental del Momento de Inercia

El objeto cuyo momento de inercia se desea establecer se ajusta a un resorte de torsión fijo a una base metálica.

Si se ejerce un momento de torsión (torque) al resorte, este recorre un ángulo θ , al soltarlo el resorte ejerce un torque de restauración proporcional al ángulo θ , por lo tanto:

$$\tau = -K\theta \quad \text{Ec. 7}$$

Donde K es la constante del resorte, de aquí se puede establecer por igualdad de Torques:

$$-K\theta = I \alpha \quad \text{Ec. 8}$$

Como α es la aceleración angular esta puede ser expresada como la segunda derivada del desplazamiento angular con respecto al tiempo, por lo tanto la ecuación puede ser expresada:

$$\left[\frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] + \left[\frac{K\theta}{I} \right] = 0 \quad \text{Ec. 9}$$

La solución a la ecuación diferencial Ec. 9 es:

$$\theta = \theta_0 \operatorname{Sen}(\omega t + \delta)$$

Esto significa que el Momento de Inercia del objeto acoplado al resorte puede establecerse conociendo el período de oscilación T y la constante del resorte K, al despejar I:

$$I = \frac{KT^2}{4\pi^2} \quad \text{Ec.10}$$

Determinación experimental de la constante K del resorte

Si se aplica un torque $\tau = F \cdot r$ al eje del resorte, donde F es la fuerza y r es el brazo del momento, el torque recuperador $\tau = -K\theta$ del resorte equilibra el torque externo aplicado es decir:

$$\sum \tau = Fr - K\theta = 0$$

De donde se puede despejar K (Ver figura 4):

$$K = \frac{Fr}{\theta} \quad \text{Ec.11}$$

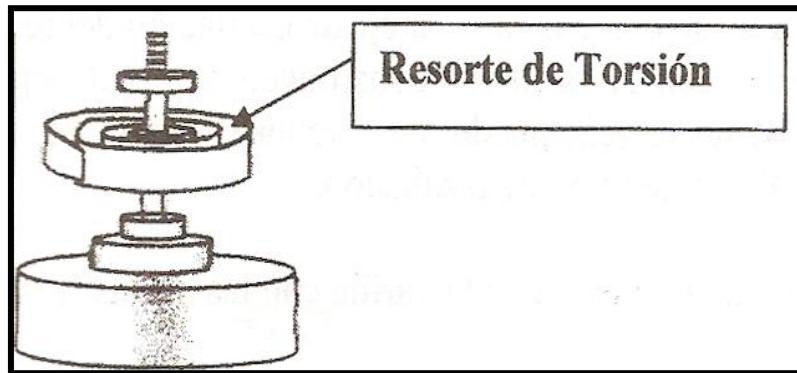


FIGURA 4

Momento de inercia de masas puntuales

El momento de inercia de 2 masas M puntuales e iguales, que se encuentran una distancia r del eje de rotación, de acuerdo a la Ec. 12 es:

$$I = 2Mr^2 \quad \text{Ec.12}$$

La Ec. 11 se verifica ajustando dos cilindros de masa M, por medio de una varilla a distancias r iguales al eje de oscilación del resorte.

Las masas con la varilla se constituyen como el objeto, sujeto al eje del resorte cuyo momento de inercia puede ser calculado por la Ec. 10 conociendo la constante del resorte K y el período de oscilación.

El momento de inercia de la varilla con las masas I_T será:

$$I_T = I_V + 2Mr^2 \quad \text{Ec.13}$$

Donde I_V es el momento de inercia de la varilla. (Ver figura 5)

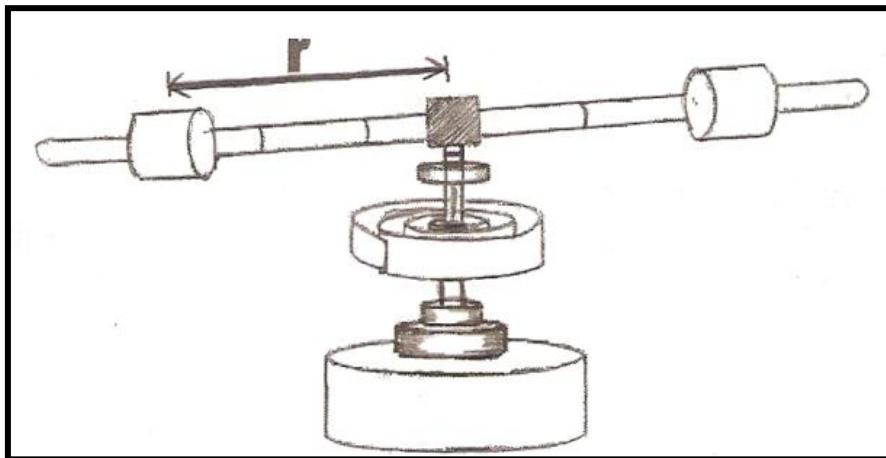


FIGURA 5

Momento de inercia de disco (Ejes Paralelos o Steiner)

La ecuación 6 se verifica utilizando un disco metálico que se fija al eje del resorte en diferentes posiciones a lo largo del disco. Cambiando el eje de oscilación del disco, el momento de inercia del disco con relación a cada nuevo eje será:

$$I_{disco} = I_0 + Md^2 \quad \text{Ec.14}$$

Donde I_0 es el momento de inercia del disco con relación al eje del resorte que pasa por el centro del disco y d la distancia del centro al eje de oscilación (Ver figura 6).

El momento del disco se obtiene de Ec. 10 y es:

$$I_{disco} = \frac{KT^2}{4\pi^2}$$

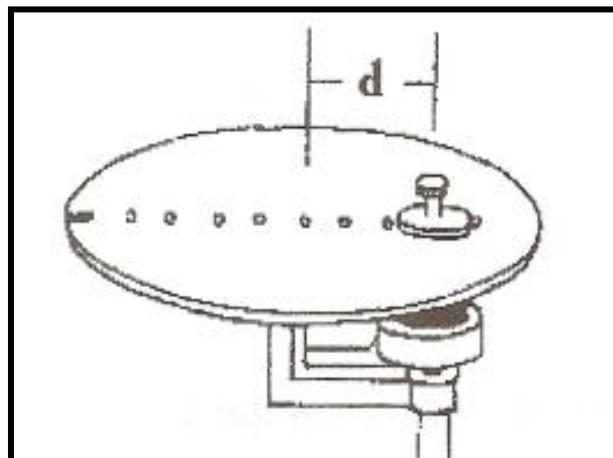


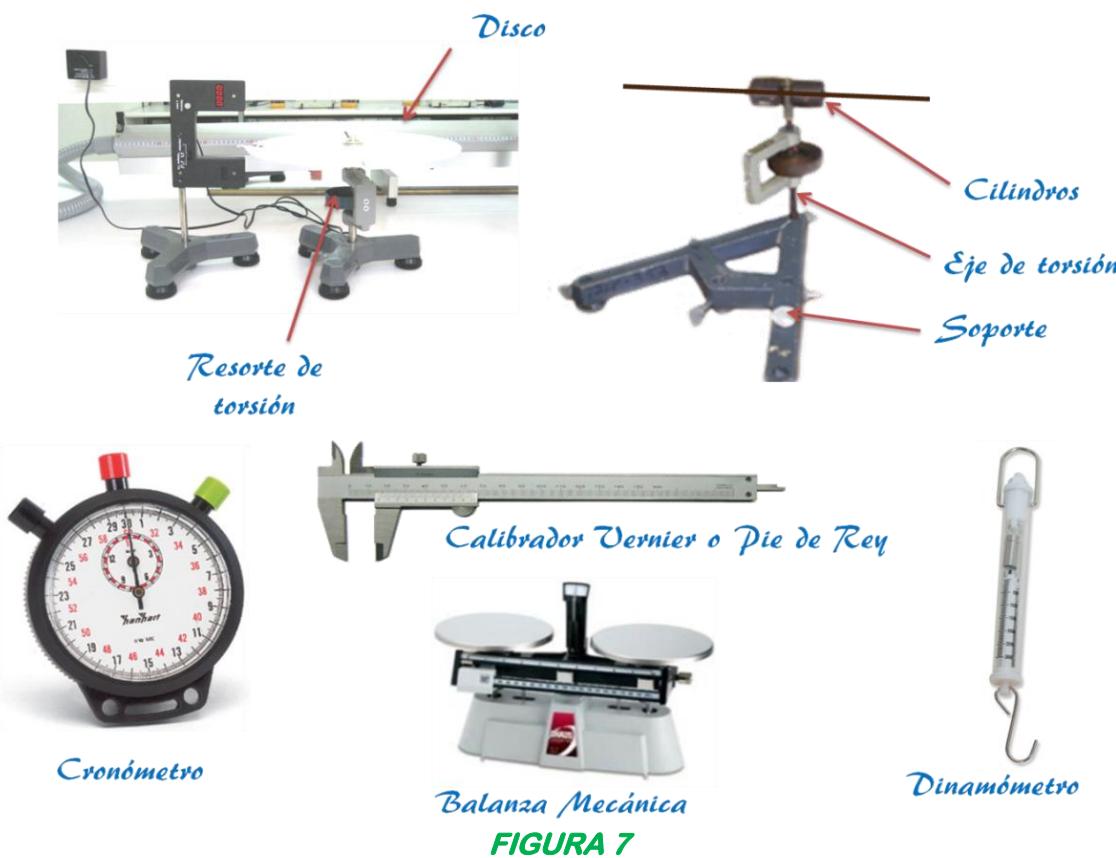
FIGURA 6

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL:

Materiales:

- ✓ Soporte
- ✓ Eje de torsión (varilla de acoplamiento)
- ✓ Cilindros (masa puntuales)
- ✓ Disco para eje de torsión
- ✓ Resorte de Torsión
- ✓ Balanza mecánica
- ✓ Cronómetro
- ✓ Calibrador Vernier
- ✓ Dinamómetro

**Detalle de Equipos y Materiales
(Ver Figura 7)**



Experimento:

Se deben tomar las dimensiones y la masa del disco y la varilla.

Procedimiento Experimental 1: Constante del Resorte

1. Colocar la varilla en el soporte previamente armado y ajustarla.
2. Fijar un ángulo determinado de oscilación, se recomienda que sea π rad para evitar que la varilla hiera a alguien por la velocidad que adquiere al regreso del giro.
3. Seleccionar un objeto representativo y usarlo como marco de referencia para medir el ángulo determinado previamente que va a girar la varilla con respecto a este.

4. Medir con el dinamómetro la fuerza F y su respectiva r con el calibrador, las r vienen dadas por hendiduras en la varilla a ciertas distancias del eje de oscilación. Es importante que el dinamómetro se encuentre paralelo al piso.
5. Anotar los datos tomados del dinamómetro en la tabla respectiva.

Procedimiento Experimental 2: Masas Puntuales

1. Ajustar las masas a diferentes distancias r del eje de oscilación de acuerdo a la figura.
2. Seleccionar un ángulo de oscilación, en este caso se trabajará con el que ya se eligió en el procedimiento anterior.
3. Para cada distancia mida el correspondiente período de oscilación usando el cronómetro.
4. Completar la tabla de datos de evaluación.

Procedimiento Experimental 3: Disco (Teorema de Steiner)

1. Fijar el disco metálico al soporte con el tornillo de ajuste pasando el eje del resorte por el centro del disco de acuerdo a la figura 8.
2. Medir el período de oscilación T con el cronómetro.
3. Cambiar la posición del disco utilizando las perforaciones a lo largo del radio del disco como en la figura 9, midiendo la distancia d correspondiente y el período de oscilación para cada nueva posición.
4. Registrar los datos en la tabla respectiva.

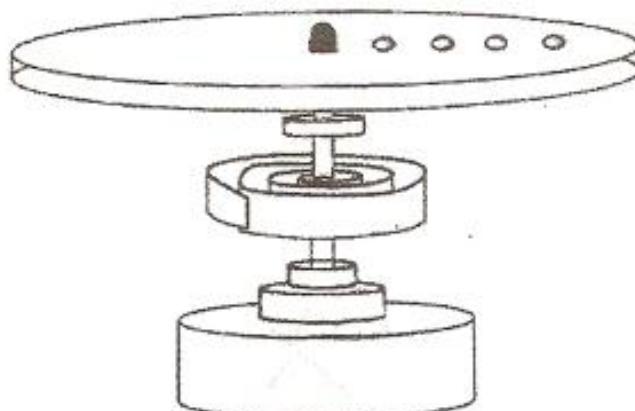


FIGURA 8

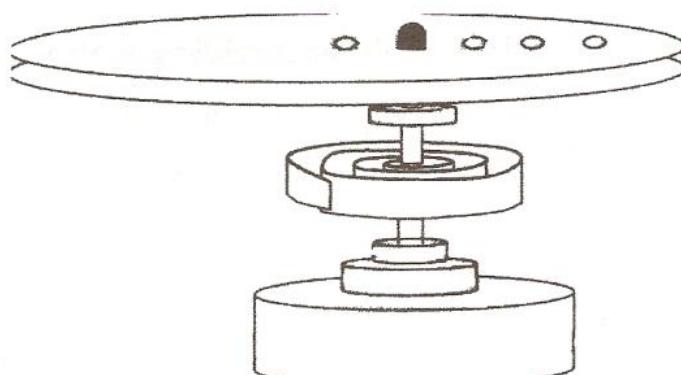
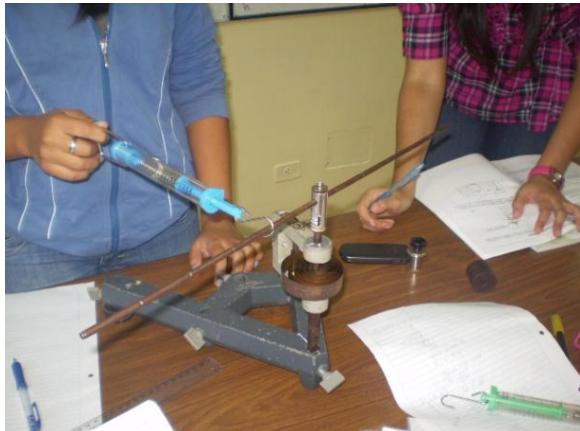


FIGURA 9

Fotos del Experimento

Procedimientos Experimentales en Imágenes



Mediciones con el dinamómetro para hallar la constante del resorte.



Mediciones de las distancias r para hallar la constante k .



Ajuste de las masas (cilindros) a la varilla.



Anotación de los períodos de oscilación obtenidos de acuerdo al cronómetro del celular.



Cambio de posición del disco con respecto al eje y medición del nuevo d .



Pesaje de cilindros en la balanza mecánica.

FIGURA 10

RESULTADOS:

Tablas de Datos Experimentales:

Mediciones Generales:

Tabla 1.- Mediciones Directas Registradas:

Objeto	Masa m(kg) $\partial m = \pm 0.001$ (kg)	Distancia R(m) $\partial R = \pm 0.01$ (m)
Varilla	0.128	0.55 (longitud)
Disco	0.686	0.40 (diámetro)
Cilindro	0.236	

*Estas mediciones fueron obtenidas mediante la balanza mecánica y el calibrador Vernier.

Procedimiento Experimental 1: Constante del Resorte

Tabla 2.- Mediciones Directas e Indirectas Registradas:

Nº	Ángulo de Oscilación θ (rad)	Distancia entre eje y hendidura $r(m)^*$ $\partial r = \pm 0.001$ (m)	Fuerza aplicada que genera torque $F(N)^*$ $\partial F = \pm 0.01$ (kg)	Constante del resorte $K = \frac{Fr}{\theta} \left(\frac{N}{m} \right)$ $\partial K = \pm 0.001$ (N/m)
1	π rad	0.023	3.70	0.027
2	π rad	0.073	1.25	0.029
3	π rad	0.123	0.80	0.031
4	π rad	0.173	0.50	0.028
5	π rad	0.223	0.35	0.025
6	π rad	0.273	0.30	0.026
$K_{prom} =$				0.028

*Estas mediciones fueron obtenidas directamente del calibrador Vernier y del dinamómetro.

Cálculos para tablas:

Constante K individual del resorte

$$K_1 = \frac{(F_1 * r_1)}{\theta}$$

$$K_1 = \frac{(3.70 * 0.023)}{\pi}$$

$$K_1 = \frac{(3.70 * 0.023)}{3.1416} = 0.027 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$K_2 = \frac{(F_2 * r_2)}{\theta}$$

$$K_2 = \frac{(1.25 * 0.073)}{\pi}$$

$$K_2 = \frac{(1.25 * 0.073)}{3.1416} = 0.029 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$K_3 = \frac{(F_3 * r_3)}{\theta}$$

$$K_3 = \frac{(0.80 * 0.123)}{\pi}$$

$$K_3 = \frac{(0.80 * 0.123)}{3.1416} = 0.031 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$K_4 = \frac{(F_4 * r_4)}{\theta}$$

$$K_4 = \frac{(0.50 * 0.173)}{\pi}$$

$$K_4 = \frac{(0.50 * 0.173)}{3.1416} = 0.028 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$K_5 = \frac{(F_5 * r_5)}{\theta}$$

$$K_5 = \frac{(0.35 * 0.223)}{\pi}$$

$$K_5 = \frac{(0.35 * 0.223)}{3.1416} = 0.025 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$K_6 = \frac{(F_6 * r_6)}{\theta}$$

$$K_6 = \frac{(0.30 * 0.273)}{\pi}$$

$$K_6 = \frac{(0.30 * 0.273)}{3.1416} = 0.026 \left[\frac{N}{m} \right]$$

Constante K promedio del resorte

$$\overline{K_{prom}} = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6}{6}$$

$$\overline{K_{prom}} = \frac{0.027 + 0.029 + 0.031 + 0.028 + 0.025 + 0.026}{6}$$

$$\overline{K_{prom}} = 0.028 \left[\frac{N}{m} \right]$$

Procedimiento Experimental 2: Masas puntuales

Tabla 3.- Mediciones Directas e Indirectas Registradas:

Nº	Distancia entre eje y hendidura $r(m)^*$ $\partial r = \pm 0.001$ (m)	Distancia al Cuadrado $r^2 (m^2)$ $\partial r = \pm 0.0001$ (m ²)	Período de Oscilación T $T(s)^*$ $\partial T = \pm 0.01$ (s)	Período al Cuadrado $T^2 (s^2)$ $\partial T = \pm 0.0001$ (s ²)	Inercia total del sistema $I_T = \frac{KT^2}{4\pi^2}$ (kg · m ²) $\partial I = \pm 0.001$ (kg m ²)
1	0.023	0.001	3.70	6.503	0.005
2	0.073	0.005	1.25	9.923	0.007
3	0.123	0.015	0.80	14.977	0.010
4	0.173	0.030	0.50	27.144	0.020
5	0.223	0.050	0.35	33.524	0.024
6	0.273	0.075	0.30	49.562	0.035

*Estas medidas fueron obtenidas por medio del Calibrador Vernier y el cronómetro.

Cálculos para tablas:

Distancia al Cuadrado

$$r_1^2 = (0.023)^2$$

$$r_1^2 = 0.001 [m^2]$$

$$r_4^2 = (0.173)^2$$

$$r_4^2 = 0.030 [m^2]$$

$$r_2^2 = (0.073)^2$$

$$r_2^2 = 0.005 [m^2]$$

$$r_5^2 = (0.223)^2$$

$$r_5^2 = 0.050 [m^2]$$

$$r_3^2 = (0.123)^2$$

$$r_3^2 = 0.015 [m^2]$$

$$r_6^2 = (0.273)^2$$

$$r_6^2 = 0.075 [m^2]$$

Período de Oscilación al Cuadrado

$$T_1^2 = (3.70)^2$$

$$T_1^2 = 6.503 [s^2]$$

$$T_4^2 = (0.50)^2$$

$$T_4^2 = 27.144 [s^2]$$

$$T_2^2 = (1.25)^2$$

$$T_2^2 = 9.923 [s^2]$$

$$T_5^2 = (0.35)^2$$

$$T_5^2 = 33.524 [s^2]$$

$$T_3^2 = (0.80)^2$$

$$T_3^2 = 14.977 [s^2]$$

$$T_6^2 = (0.30)^2$$

$$T_6^2 = 49.562 [s^2]$$

Inercias Totales del sistema

$$I_{T1} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_1)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T1} = \frac{0.028 * 6.5025}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T1} = 0.005 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{T4} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_4)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T4} = \frac{0.028 * 27.1441}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T4} = 0.020 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{T2} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_2)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T2} = \frac{0.028 * 9.9225}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T2} = 0.007 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{T5} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_5)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T5} = \frac{0.028 * 33.5241}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T5} = 0.024 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{T3} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_3)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T3} = \frac{0.028 * 14.9769}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T3} = 0.010 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{T6} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_6)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{T6} = \frac{0.028 * 49.5616}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{T6} = 0.035 [kg \cdot m^2]$$

Procedimiento Experimental 3: Teorema de Steiner

Tabla 4.- Mediciones Directas e Indirectas Registradas:

Nº	Distancia entre eje central y nuevo eje $d(m)*$ $\partial d = \pm 0.0001$ (m)	Distancia al Cuadrado $d^2 (m^2)$ $\partial d = \pm 0.0001$ (m ²)	Período de Oscilación T $T(s)*$ $\partial T = \pm 0.01$ (s)	Período al Cuadrado $T^2 (s^2)$ $\partial T = \pm 0.0001$ (s ²)	Inercia del disco $I_D = \frac{KT^2}{4\pi^2}$ (kg · m ²) $\partial I = \pm 0.0001$ (kg m ²)
1	0	0	4.58	20.9764	0.015
2	0.040	0.002	4.64	21.5296	0.015
3	0.080	0.006	5.00	25.0000	0.018
4	0.120	0.014	5.73	32.8329	0.023
5	0.160	0.026	6.09	37.0881	0.026

*Estas medidas fueron obtenidas por medio del Calibrador Vernier y el cronómetro.

Cálculos para tablas:

Distancia entre eje original y eje paralelo al Cuadrado

$$d_1^2 = (0)^2$$

$$d_1^2 = 0 [m^2]$$

$$d_4^2 = (0.120)^2$$

$$d_4^2 = 0.014 [m^2]$$

$$d_2^2 = (0.040)^2$$

$$d_2^2 = 0.002[m^2]$$

$$d_5^2 = (0.160)^2$$

$$d_5^2 = 0.026[m^2]$$

$$d_3^2 = (0.080)^2$$

$$d_3^2 = 0.006[m^2]$$

Período de Oscilación al Cuadrado

$$T_1^2 = (4.68)^2$$

$$T_1^2 = 20.9764 [s^2]$$

$$T_4^2 = (5.73)^2$$

$$T_4^2 = 32.8329[s^2]$$

$$T_2^2 = (4.64)^2$$

$$T_2^2 = 21.5296[s^2]$$

$$T_5^2 = (6.09)^2$$

$$T_5^2 = 37.0881[s^2]$$

$$T_3^2 = (5.00)^2$$

$$T_3^2 = 25.0000[s^2]$$

Inercias del disco

$$I_{D1} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_1)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{D1} = \frac{0.028 * 20.9764}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{D1} = 0.015 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{D2} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_2)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{D2} = \frac{0.028 * 21.5296}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{D2} = 0.015 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{D3} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_3)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{D3} = \frac{0.028 * 25.0000}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{D3} = 0.018 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{D4} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_4)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{D4} = \frac{0.028 * 32.8329}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{D4} = 0.023 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{D5} = \frac{\overline{K_{prom}} * (T_5)^2}{4\pi^2}$$

$$I_{D5} = \frac{0.028 * 37.0881}{4(3.1416)^2}$$

$$I_{D5} = 0.026 [kg \cdot m^2]$$

Gráficos.-

- **Gráfico 1.- Inercias Totales del sistema vs. Radios al Cuadrado**
- **Gráfico 2.- Inercias del disco vs Distancias del eje central al eje paralelo al Cuadrado**

(Ver anexos)

Cálculos de los gráficos.-

Gráfico 1.- Inercias Totales del sistema vs. Radios al Cuadrado

<<“ I_T vs r^2 ”>>

Cálculo Experimental de la Pendiente:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$m = \frac{(13.5 * 2)}{(20 * 3)} = \frac{27.0}{60.0}$$

$$m = 0.45 \text{ [kg]}$$

Incertidumbre Absoluta de la Pendiente:

$$m = \frac{a}{b}$$
$$\partial m = \frac{\partial a b + \partial b a}{b^2}$$

$$a = Y_2 - Y_1 = 0.007 - 0.005 = 0.002$$

$$b = X_2 - X_1 = 0.005 - 0.001 = 0.004$$

$$\partial a = \partial Y_2 + \partial Y_1 = 0.0002 + 0.0002 = 0.0004$$

$$\partial b = \partial X_2 + \partial X_1 = 0.0003 + 0.0003 = 0.0006$$

$$\partial m = \frac{(0.0004 * 0.004) + (0.0006 * 0.002)}{0.004^2} = 0.175 \approx 0.18 \text{ [kg]}$$

Valor Experimental de $2m$ (Masas de 2 cilindros):

$$m = (0.45 \pm 0.18) \text{ [kg]}$$

Cálculo Experimental de I_V (Intercepto):

$$I_V = \text{valor} * \text{escala}$$

$$I_V = 1.7 * (2 \cdot 10^{-3})$$

$$I_V = 0.0034 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Incertidumbre Absoluta de I_V (Intercepto):

$$I_V = \text{valor} * \text{escala}$$

$$\partial I_V = \frac{\text{valor de una división}}{\text{cantidad de divisiones}}$$

$$I_V = 0.0034 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$\partial I_V = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10}$$

$$\partial I_V = 0.0002 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Valor Experimental de I_V (Momento de Inercia de la varilla):

$$I_V = (0.0034 \pm 0.0002) \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Valor Teórico de 2m (Pendiente):

$$m = 2 * \text{masa de cilindros}$$

$$m = 2(0.23625)$$

$$m = 0.4725 \text{ [kg]}$$

Valor Teórico de I_V (Intercepto):

$$I_V = \frac{1}{12} M L^2$$

$$I_V = \frac{1}{12} (0.128)(0.55)^2$$

$$I_V = 0.0032 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Porcentaje de Error de la pendiente:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Teórico}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.4725 - 0.45}{0.4725} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |0.047619| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 4.7619 \approx 4.76\%$$

Porcentaje de Error del Intercepto:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Teórico}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.0032 - 0.0034}{0.0032} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |-0.0625| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 6.25\%$$

Gráfico 2.- Inercias del disco vs Distancias del eje central al eje paralelo al Cuadrado
 <<“ I_d vs d^2 ”>>

Cálculo de la Pendiente:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$m = \frac{(4.5 * 2)}{(12 * 1)} = \frac{9.0}{12.0}$$

$$m = 0.75 \approx 0.8 [kg]$$

Incertidumbre Absoluta de la Pendiente:

$$m = \frac{a}{b}$$

$$\partial m = \frac{\partial ab + \partial ba}{b^2}$$

$$a = Y_2 - Y_1 = 0.018 - 0.015 = 0.003$$

$$b = X_2 - X_1 = 0.006 - 0.002 = 0.004$$

$$\partial a = \partial Y_2 + \partial Y_1 = 0.0002 + 0.0002 = 0.0004$$

$$\partial b = \partial X_2 + \partial X_1 = 0.0001 + 0.0001 = 0.0002$$

$$\partial m = \frac{(0.0004 * 0.004) + (0.0002 * 0.003)}{0.004^2} = 0.1375 \approx 0.1$$

Valor Experimental de m (Pendiente-masa del disco):

$$m = (0.8 \pm 0.1) [kg]$$

Cálculo Experimental de I_0 (Inercia del disco con eje en el centro de masa):

$$I_0 = \text{valor} * \text{escala}$$

$$I_0 = 6.8 * (2 \cdot 10^{-3})$$

$$I_0 = 0.0136 [kg \cdot m^2]$$

Incertidumbre Absoluta de I_0 (intercepto):

$$I_0 = \text{valor} * \text{escala}$$

$$\partial I_0 = \frac{\text{valor de una división}}{\text{cantidad de divisiones}}$$

$$I_0 = 0.0136 [kg \cdot m^2]$$

$$\partial I_0 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10}$$

$$\partial I_0 = 0.0002 [kg \cdot m^2]$$

Valor Experimental de I_0 (Inercia del disco):

$$I_0 = (0.0136 \pm 0.0002) [kg \cdot m^2]$$

Valor Teórico de m (Pendiente):

$m = \text{masa de disco}$

$$m = 0.686 [kg]$$

Valor Teórico de I_0 (Intercepto):

$$I_0 = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_0 = \frac{1}{2} (0.686)(0.2)^2$$

$$I_0 = 0.0137 [kg \cdot m^2]$$

Error en la práctica de la pendiente:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Teórico}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.686 - 0.75}{0.686} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |-0.09329446| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 9.32944\% \approx 9.33\%$$

Error en la práctica del Intercepto:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor Experimental}}{\text{Valor Teórico}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.0137 - 0.0136}{0.0137} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |0.00729| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 0.7299\% \approx 0.73\%$$



DISCUSIÓN:

Análisis de la Práctica

Al inicio es preciso notar que la determinación de la constante del resorte constituye una pieza clave para poder luego determinar con los datos obtenidos las inercias totales y las inercias del disco para diferentes posiciones de ejes.

Este proceso al que hemos llamado “procedimiento experimental 1” es sencillo y simple pero que si no se toman las debidas precauciones del caso puede resultar un agravante para el error porcentual de la práctica al final e incidir en el cumplimiento de nuestros objetivos.

Afortunadamente, los valores tomados fueron 6 lecturas muy cercanas entre sí por lo que concluimos que este primer paso fue realizado con éxito.

Para lograr otro objetivo de la práctica se debieron realizar dos gráficos $\ll I_T \text{ vs } r^2 \gg$ y $\ll I_D \text{ vs } d^2 \gg$. Para el caso específico del primer gráfico se deduce su respectiva ecuación partiendo del concepto de que el momento de inercia de un sistema es igual a la suma de los momentos de inercia de cada objeto que se halla involucrado en el sistema.

De esta forma para el “procedimiento experimental 2” tenemos que $I_T = I_V + 2Mr^2$, donde se tiene que la inercia total es la de la varilla más la de las masas puntuales que se duplica al ser estas iguales.

De esta expresión es que se obtiene nuestra primera gráfica como podemos observar tenemos que una función lineal comparándola con $Y = mx + b$. En donde, la inercia de la varilla es nuestro intercepto y la masa de las dos masas puntuales es la pendiente. (Ver Gráfico 3)

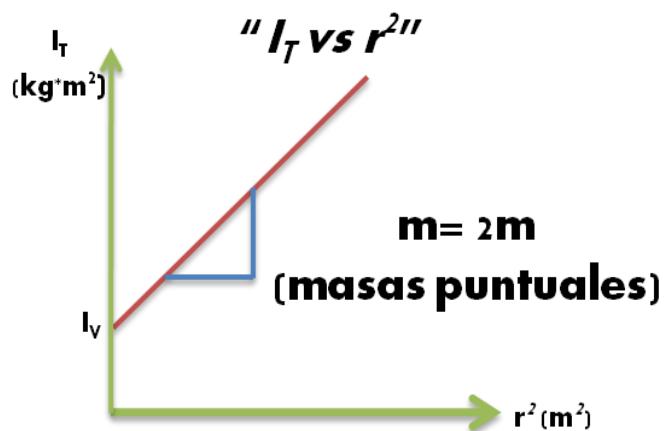


GRÁFICO 3

El segundo gráfico, “ $I_D \text{ vs } d^2$ ” también existe linealidad en la graficación de datos de manera tal que si queremos verificar el Teorema de Ejes

Paralelos o de Steiner, debemos hacer la respectiva comparación con su ecuación.

De manera tal que para hallar el momento de inercia del disco es necesario tomar los datos suficientes para diversos ejes paralelos al que pasa por el centro de masa.

El cálculo se condensa en esta ecuación $I_{disco} = I_0 + Md^2$ y por lo tanto llevándola al plano lineal, tendríamos que la inercia que experimenta el disco cuando el eje está en su centro es el intercepto de la recta siendo para este caso la masa del disco la pendiente de nuestra gráfica. (ver Gráfico 4)

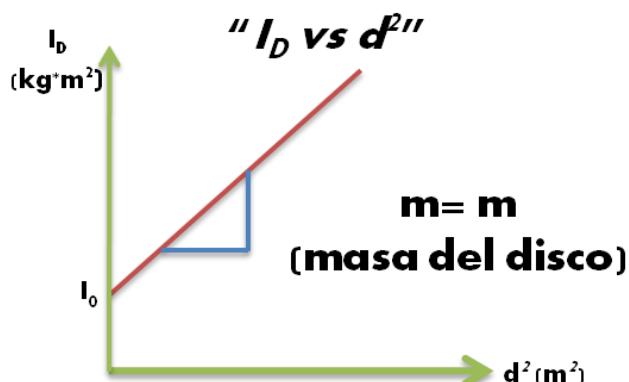


GRÁFICO 4

Encontrando los errores de la práctica para ambas gráficas. Estuvimos dentro del margen de error permitido hasta 10% que Esto nos indica que la interpretación de datos fue la correcta y que se tomó después de varios intentos el mejor ajuste lineal.

Para la primera gráfica referida en el gráfico 3 se tuvieron porcentajes de error de 4.76% y 6.25% entre los valores teóricos y experimentales. En cuanto a la segunda gráfica referida en el gráfico 4, los porcentajes para la pendiente y el intercepto fueron 9.33% y 0.73% respectivamente.

Es importante recalcar que en este caso las gráficas nos arrojaron estos resultados una vez que se interpretó que para la primera teníamos el cuarto dato como aberrante por lo que al tomar la recta más representativa el mismo no fue tomado en consideración.

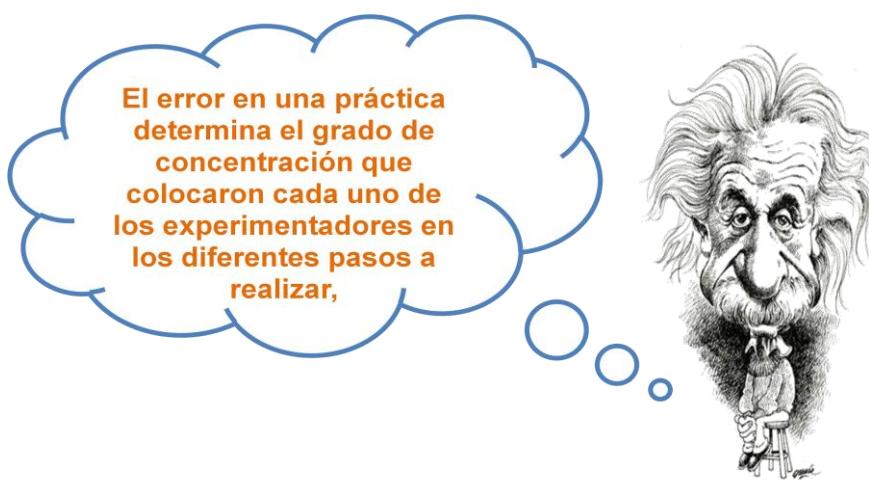
Algo muy similar ocurrió con la segunda gráfica y es que el dato #5 fue descartado rápidamente por su clara lejanía perpendicular a la gráfica de mejor ajuste seleccionada.

Al analizar la práctica en retrospectiva, podemos acotar a lo expresado anteriormente, algunos factores que pudieron afectar significativamente los resultados de nuestra práctica.

- Medición incorrecta del ángulo de oscilación con respecto al eje de referencia seleccionado.
- Toma incorrecta de los períodos de oscilación.
- Pesaje erróneo de las masas puntuales y la masa del disco.
- Colocación equivocada del dinamómetro para obtener la constante K.

Me atrevería a decir que nuestros porcentajes de error se debieron a que la medición del ángulo, en el que masas y disco debían rotar, fue equivocada ya que para las diversas distancias o radios medidos fue complicado girar la varilla o disco a partir del nivel de referencia ya que el mismo si bien es cierto se hallaba en el piso y nosotros tratábamos de ser lo más precisos fue casi imposible evitar errores mínimos en ese aspecto.

En cuanto a los otros aspectos se intentó conservar mucha precisión ya que en todas las prácticas estamos conscientes de que un valor mal tomado puede causar un porcentaje de error que sobrepase el rango normal permitido.



CONCLUSIÓN:

- ✓ No se presentó mayor inconveniente en la recolección de datos (fuerzas y radios) ni en el reemplazo de los mismos en la ecuación 11 para la determinación de la constante promedio del resorte.
- ✓ Para el caso de la inercia de masas puntuales, su respectiva ecuación quedó comprobada con el gráfico << I_T vs r^2 >> ya que mediante el mismo se verificó el momento de inercia de la varilla (intercepto) y la pendiente comprobó el momento de inercia de las masas puntuales ya que fueron 2m.
- ✓ Para el caso de la inercia del disco fue necesario graficar la relación << I_D vs d^2 >> mediante la graficación se logró verificar la inercia del disco cuando el eje pasa por su centro de masa (intercepto) y también que la pendiente es la masa del disco.
- ✓ Se comprobó el Teorema mediante la segunda gráfica ya que se pudo evidenciar claramente lo que ocurre cuando el eje de rotación no se encuentra en el centro de masa, debido a que esto fue lo que se exemplificó con el disco.

BBLLJCGRAFÍA:

Recursos Web:

- http://es.wikipedia.org/wiki/Momento_de_inercia
- <http://www.monografias.com/trabajos35/momentos-inercia/momentos-inercia.shtml>
- http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/inercia/inercia.htm
- <http://html.rincondelvago.com/determinacion-de-momentos-de-inercia-y-teorema-de-steiner.html>

Textos Consultados:

- [Guía de Laboratorio de Física A, Escuela Superior Politécnica del Litoral, ICF, 2005.](#)
- [Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta ® 2005. © 1993-2004 Microsoft Corporation.](#)
- [Halliday D., R. Resnick. 1989. Fundamentos de física: versión ampliada. Editorial Continental, S.A. México DF. 1000p.](#)
- [Wilson, J y A. Buffa. 2003. 5ª ed. Física. Pearson Education. México DF. 874p.](#)

PREGUNTAS:

2) Masas Puntuales

c2) Calcule el valor de la pendiente que corresponde a $2M$ (masa de cilindros) de acuerdo a la ecuación M.10

$$I_T = I_V + 2Mr^2$$

$$2M = \frac{I_T - I_V}{r^2}$$

$$2M = \frac{0.010 - 0.0034}{0.015}$$

$$2M = 0.46 \text{ [kg]}$$

d2) Encuentre el valor de la intersección con el eje Y y verifique si corresponde al valor del momento de inercia de la varilla con relación a un eje que pasa por el centro de la misma.

Cálculo Experimental de I_V (Intercepto):

$$I_V = \text{valor} * \text{escala}$$

$$I_V = 1.7 * (2 \cdot 10^{-3})$$

$$I_V = 0.0034 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Valor Teórico de I_V (Intercepto):

$$I_V = \frac{1}{12}ML^2$$

$$I_V = \frac{1}{12}(0.128)(0.55)^2$$

$$I_V = 0.0032 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

e2) Compare el % de error entre el valor experimental y explique de acuerdo a los instrumentos que utilizó y a su manipulación a que se debería este error.

Porcentaje de Error de la pendiente:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor}_{\text{Teórico}} - \text{Valor}_{\text{Experimental}}}{\text{Valor}_{\text{Teórico}}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.4725 - 0.45}{0.4725} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |0.047619| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 4.7619 \approx 4.76\%$$

Porcentaje de Error del Intercepto:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor}_{\text{Teórico}} - \text{Valor}_{\text{Experimental}}}{\text{Valor}_{\text{Teórico}}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.0032 - 0.0034}{0.0032} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |-0.0625| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 6.25\%$$

El error se debió a que no se tomó mucho en cuenta el nivel de referencia por la dificultad que existía al tomar la medida del ángulo de oscilación tomando como punto de inicio dicho nivel.

3) Teorema de Ejes Paralelos

b3) Tome las dimensiones del disco y de su masa

masa del disco = 686 g

radio del disco = 20 cm

diámetro del disco = 40 cm

d3) Halle la intersección con el eje de las ordenadas y verifique que corresponda al momento de inercia del disco con respecto al eje que pasa por el centro de masa.

Cálculo Experimental de I_0 (Inercia del disco con eje en el centro de masa):

$$I_0 = \text{valor} * \text{escala}$$

$$I_0 = 6.8 * (2 \cdot 10^{-3})$$

$$I_0 = 0.0136 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Valor Teórico de I_0 (Intercepto):

$$I_0 = \frac{1}{2} M R^2$$

$$I_0 = \frac{1}{2} (0.686)(0.2)^2$$

$$I_0 = 0.0137 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

e3) Compare el % de error entre el valor experimental y el teórico y explique de acuerdo a los instrumentos que utilizó y a su manipulación a que se debería este error.

Error en la práctica de la pendiente:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor}_{\text{Teórico}} - \text{Valor}_{\text{Experimental}}}{\text{Valor}_{\text{Teórico}}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.686 - 0.75}{0.686} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |-0.09329446| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 9.32944\% \approx 9.33\%$$

Error en la práctica del Intercepto:

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{\text{Valor}_{\text{Teórico}} - \text{Valor}_{\text{Experimental}}}{\text{Valor}_{\text{Teórico}}} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = \left| \frac{0.0137 - 0.0136}{0.0137} \right| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = |0.00729| * 100$$

$$\% \text{ Err. Rel.} = 0.7299\% \approx 0.73\%$$

El error se debió a que no se tomó mucho en cuenta el nivel de referencia por la dificultad que existía al tomar la medida del ángulo de oscilación tomando como punto de inicio dicho nivel.

Diagrama V DE GOWIN:

DOMINIO CONCEPTUAL

FILOSOFÍA:

Los momentos de inercia de los cuerpos dependen de donde se encuentra colocado el eje de rotación. Sería interesante que cuando un niño hace girar algún disco perforado con una vara a manera de juego sepa que está aplicando un teorema físico.

TEORÍAS:

Para este experimento fue necesario adentrarnos en el capítulo de rotación de un cuerpo o de un sistema aplicando obviamente las Leyes de Dinámica Traslacional y también entender el capítulo de Torque y las fuerzas generadoras del mismo.

PRINCIPIOS Y LEYES:

- Dinámica Rotacional
- Torque o Torca – Movimiento Circular Uniforme
- Momento de Inercia de Sistemas
- Teorema de Ejes Paralelos o de Steiner

CONCEPTOS CLAVES:

- Constante del resorte (N/m)
- Momento de Inercia (kg*m²)

PALABRAS AUXILIARES:

- Torque (N*m)
- Desplazamiento Angular ($\Delta\theta$)
- Aceleración angular (rad/s²)

PREQUITAS CENTRALES:

¿Qué representa las dos masas de los cilindros y el momento de inercia de la varilla?

¿Qué representa la masa del disco y la inercia que tiene cuando el eje pasa por su centro de masa?

¿Cuál es el Teorema de los Ejes Paralelos o de Steiner?

DOMINIO METODOLÓGICO

AFIRMACIONES DE VALOR:

Realizando la comparación respectiva entre los datos de cada gráfico los valores teóricos y experimentales mostraron un error 4.76% y 6.25% y en la segunda fueron de 9.33% y 0.73%.

La linealidad de los datos permitió comprobar para el primer gráfico el momento de inercia de un sistema y el segundo verificó el Teorema de ejes paralelos.

AFIRMACIONES DE CONOCIMIENTO:

En la gráfica de " I_T vs r^2 " el intercepto, es decir, la Inercia de la varilla resultó 0.0034 (kg*m²) y la pendiente (2 cilindros) fue de 0.4725 (kg). En la gráfica de " I_D vs d^2 " el intercepto (inercia de disco con eje en el centro de masa) resultó 0.0137 (kg*m²) y la pendiente (disco) fue de 0.686 (kg).

TRANSFORMACIONES:

Constante del Resorte: $K = (K \pm \delta K) \text{ N/m}$
Momento de Inercia: $I = (I \pm \delta I) \text{ kg*m}^2$

$$K = \frac{Fr}{\theta} \quad I_T = \frac{KT^2}{4\pi^2}$$

$$I_T = I_V + 2Mr^2 \quad I_{disco} = I_0 + Md^2$$

REGISTROS:

- Radio $r = (r \pm \delta r) \text{ m}$
- Fuerza $F = (F \pm \delta F) \text{ N}$
- Período de oscilación $T = (T \pm \delta T) \text{ s}$
- Distancia entre ejes $d = (d \pm \delta d) \text{ m}$

ACONTECIMIENTOS:

Experimentación relacionada con Momentos de Inercia en el Laboratorio



ANEXOS:

BORRADOR DE LA PRÁCTICA

ANEXOS:

GRÁFICOS DE LA PRÁCTICA