

## DINÁMICA ROTACIONAL

El movimiento de un objeto real que gira alrededor de algún eje, no se puede analizar como el de una partícula, esto debido a que en cualquier instante, diferentes partes del cuerpo tienen velocidades y aceleraciones distintas. Por tanto se deberá considerar a dicho objeto como un conjunto de partículas, cada una con su propia velocidad, aceleración. Es decir considerarlo como un **cuerpo rígido**, lo cual simplificará el análisis de su movimiento.

### ACCIÓN DE UNA FUERZA SOBRE UN CUERPO RÍGIDO:

Una fuerza aplicada a un cuerpo rígido puede provocar un giro o una tendencia a girar en relación a un eje.

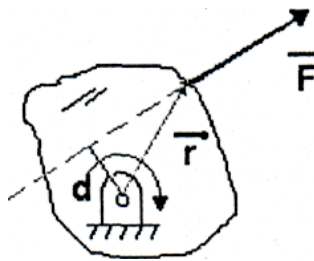


Fig. R.<sub>1</sub>

Si el cuerpo es plano y la fuerza es coplanar con él, la rotación puede darse alrededor de un eje perpendicular al plano de la fuerza, Fig. R.<sub>1</sub>. La tendencia a rotar se mide con el torque  $\tau$ , que es proporcional a la aceleración angular adquirida de acuerdo a la ecuación:

$$\sum \tau = I\alpha$$

El torque se expresa en forma vectorial como el producto de  $\tau = r \times F$  donde su magnitud  $\tau = dF$  siendo  $d$ , el brazo de palanca de la fuerza; es decir, la distancia perpendicular del eje de rotación a la línea de acción de la Fuerza.

### Realización de la práctica

Previo a realización de la práctica titulada Dinámica Rotacional, el estudiante debe, identificar el problema a resolver, repasar los fundamentos teóricos en los que se basará la práctica, resolver las preguntas planteadas al final de la unidad.

### Problema a resolver

Obtener experimentalmente la ecuación que caracteriza el movimiento rotacional de un cuerpo rígido en torno a un eje fijo, conocido como movimiento rotacional puro.

### Base teórica

Para esta práctica es necesario revisar los conceptos Momento de Torsión, Momento de Inercia, Segunda ley de Newton para la rotación.

### Materiales a utilizarse

Compresor de 150 psi.

Equipos de dinámica rotacional (equipo que consta de discos, medidor de frecuencia, base)

Arandelas.  
 Balanza  
 Calibrador vernier

## MONTAJE DEL EQUIPO DE ROTACIÓN

El equipo utilizado se indica en la Fig.R.2

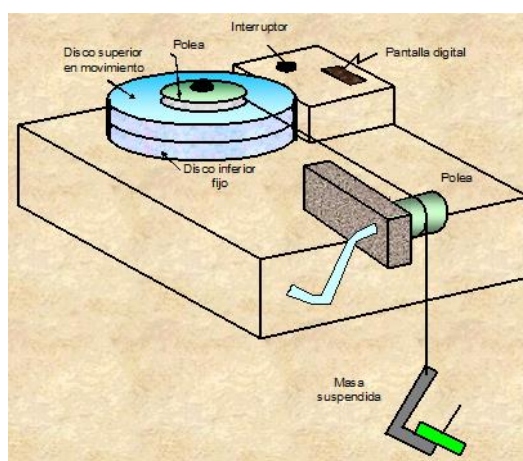


Fig.R.2

Un disco metálico con una polea liviana incorporada descansa sobre otro que permanecerá fijo durante el proceso. Una cuerda de peso despreciable se enrolla en la polea y se fija a una carga que es un cilindro metálico. El cilindro se suspende pasando por una polea especial que dispone de un sistema neumático que permite disminuir considerablemente la fricción.

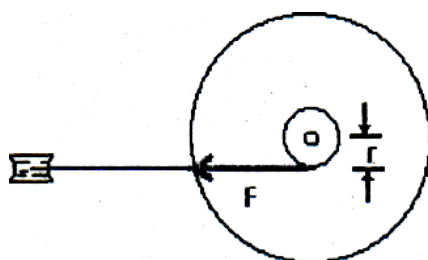


Fig.R.3

La tensión de la cuerda  $F$  establece un Torque  $\tau = F r$  donde  $r$  es el radio de la polea; si se considera el Momento de Inercia del disco metálico solamente, despreciando la masa pequeña de la polea que enrolla la cuerda, se tiene que  $I = M R^2/2$  donde  $M$  es la masa del disco y  $R$  su radio. Adicionalmente para la masa suspendida se tiene  $mg - T = ma$  donde  $a$  es la aceleración lineal. Combinando estas expresiones y tomando en cuenta que  $m$  es mucho menor que  $M$ , se tiene para la aceleración angular:

$$mg - T = ma$$

$$T = mg - ma$$

$$Tr = I\alpha$$

$$mgr - m(\alpha r)r = I\alpha$$

$$mgr = (I_{\text{disc}} + mr^2)\alpha$$

$$\tau = (I_{\text{disc}} + mr^2)\alpha$$

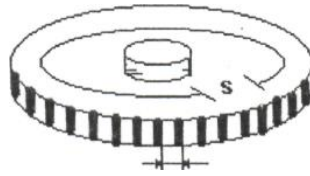
Esta aceleración permanecerá constante durante la caída de la carga  $m$  y puede ser verificada con mediciones realizadas sobre el disco.

Debido a que la masa  $m$  que cuelga es pequeña en comparación con la del disco se puede despreciar para obtener una relación aproximada

$$\tau = I_{\text{disc}} \alpha$$

### ACELERACIÓN ANGULAR DEL DISCO

El Disco Metálico tiene marcas alternadas en colores blanco y negro a lo largo de su contorno. Ver Fig. R.4



2mm Fig. R.4

Un sensor en el borde del disco genera una señal cada vez que una franja oscura pasa frente a él, la distancia entre las franjas oscuras es de 2 mm. El contador digital muestra la lectura correspondiente al número de señales  $N$  que recibe por segundo; esta lectura se muestra con un intervalo de **dos segundos**. Este dato permite establecer la frecuencia de rotación como se indicará a continuación:

### MEDICIÓN DE FRECUENCIA Y VELOCIDAD ANGULAR

La frecuencia se define por  $f = n/t$  donde  $n$  es el número de vueltas en el tiempo  $t$ . El número de vueltas se puede obtener de la relación  $n = S/2\pi R$ , siendo  $S$  la longitud de la circunferencia que pasa frente al sensor ubicado en el borde del disco y  $R$  el radio del disco. Si la distancia entre marcas es 2 mm, como se indica en la Fig. R3, se puede considerar la longitud  $S = 2\text{mm} \cdot N$  donde  $N$  es el número de pulsos por segundo que indica el contador digital. La velocidad angular se define por:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \left( \frac{n}{t} \right) \quad \omega = 2\pi \left( \frac{s}{2\pi R t} \right) = 2\pi \left( \frac{2N}{2\pi R t} \right)$$

Tomando en cuenta las consideraciones hechas al inicio, y el tiempo  $t$  igual a un segundo, se tiene:

$$\omega = \frac{2N}{Rt} \quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2s} = \frac{1}{2} \left( \frac{2N_2}{R(1)} - \frac{2N_1}{R(1)} \right) \quad \alpha = \frac{N_2 - N_1}{R}$$

OBSERVACION: Si consideramos las lecturas  $N_1$  y  $N_3$  para determinar la aceleración angular, debemos tener en cuenta que el intervalo de tiempo  $\Delta t$  será 4 segundos, es decir el tiempo en que el equipo se demora en mostrar  $N_3$  con respecto a  $N_1$ .

## PROCEDIMIENTO

1. Realice el montaje del equipo de dinámica rotacional que se indica en la Fig.R.2, de tal manera que se encuentre a una altura aceptable para que la masa que está siendo acelerada pueda caer una distancia máxima. Energice el equipo y active la pantalla del equipo a través del interruptor correspondiente.
2. Usando la clavija negra asegure el carrete y la polea pequeña al agujero que está en el centro del disco superior. El carrete calza en el descanso de la polea y la clavija pasa a través del agujero en el disco superior. El hilo debe calzar a través de la ranura en la polea y correr sobre el surco del cojín de aire del cilindro dejando suspendida la masa que se va a acelerar.
3. Determine el valor de la masa que suspenderá. Colóquela en el extremo libre del hilo.
4. Abrir la válvula de aire, a fin de minimizar los efectos de la fricción en las poleas y entre los discos metálicos superior e inferior.
5. Hacer girar lentamente el disco superior desenrollando el hilo alrededor de la polea hasta que la parte superior de la masa suspendida este en el nivel de la mesa de trabajo.
6. Mantenga el disco superior estacionario por el momento y luego suéltelo sin impartir ninguna velocidad inicial. La masa suspendida al caer acelerará el disco. Cuando todo el hilo se haya desenrollado de la polea, la masa va a invertir su dirección y el hilo se va a enrollar en la polea, de tal manera que la masa suspendida ascenderá.
7. Registre en la tabla de datos los valores de  $N$  que muestra la pantalla del equipo utilizado. Solo deberá registrar los valores mientras la masa suspendida está descendiendo. Recuerde que el equipo muestra los valores de  $N$  cada dos segundos.
8. Repetir los pasos indicados en los numerales 3 al 7 para diferentes masas.
9. Realice los cálculos necesarios para obtener los valores correspondientes para realizar el gráfico  $\alpha$  vs  $\tau$

## PRUEBA DE ENTRADA

1. En la práctica de dinámica rotacional, al graficar  $\alpha$  vs  $\tau$ , la pendiente corresponde a la inercia  $I_2$  (inercia del disco grande)

Verdadero o falso

2. En la práctica de dinámica rotacional, si se obtiene  $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7$  y  $N_8$ . ENTONCES

$$\alpha = (N_7 - N_2) / 3R$$

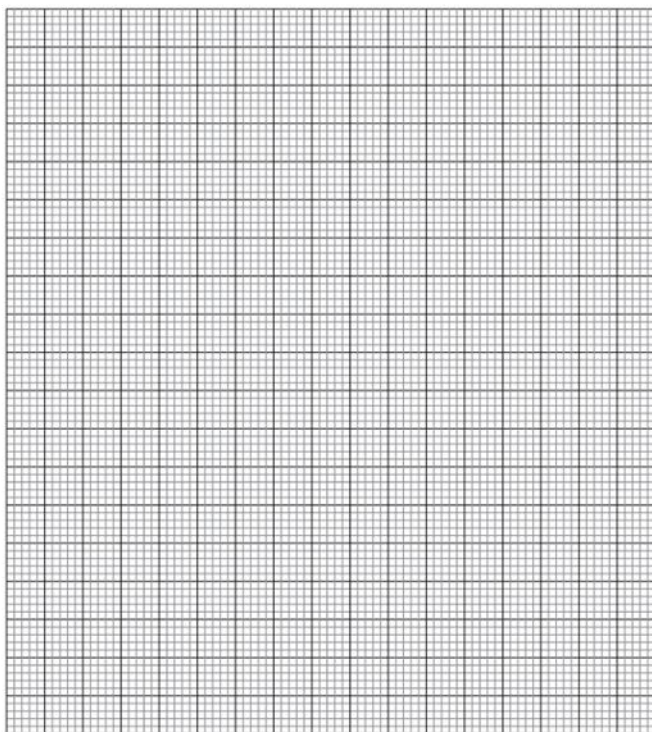
Verdadero o falso

3. En la práctica de dinámica rotacional, se obtuvo la información dada en la tabla, donde  $m$  es la masa colgada en el extremo de la cuerda,  $N_2$  y  $N_5$  son las lecturas registradas por el contador de pulsos, (estas lecturas son no consecutivas, sabiendo que las mismas son presentadas por el contador cada 2s)  $M$  y  $R$  es la masa y el radio del disco, y  $r$  es el radio de la polea en donde está enrollada la cuerda:

$$M \pm \delta M = (1353,5 \pm 0,1)g; R \pm \delta R = (63,3 \pm 0,1)mm; r \pm \delta r = (12,5 \pm 0,1)mm$$

m (g)	N <sub>2</sub>	N <sub>5</sub>	$\alpha(\text{rad/s}^2)$	$\tau$ (Nm)
3.0	12	49		
7.5	31	104		
12.2	42	154		
15.3	71	208		
18.7	88	251		
24.4	104	314		
27.7	120	358		

- a) Completar la tabla con los valores de  $\tau$  y  $\alpha$
- b) Realizar el gráfico  $\tau$  vs  $\alpha$
- c) Determinar el valor de la pendiente con su respectivo error absoluto.



4. Para la práctica de Dinámica Rotacional, escriba la expresión literal que permite calcular los valores de  $\alpha$  y  $\tau$ , y anótelos en la tabla en base a la siguiente información:  $M=1352$  g;  $R=63.25$  mm;  $r= 11.5$  mm;  $N_3$  y  $N_5$  son la tercera y quinta lectura del contador digital que se utiliza en el desarrollo de la práctica. La masa suspendida es “m”:

m (g)	N <sub>3</sub>	N <sub>5</sub>	$\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	$\tau$ (N.m)
13.5	68	127		

## REPORTE DE DATOS Y RESULTADOS

**Práctica de Dinámica Rotacional** Fecha\_\_\_\_\_ Paralelo\_\_\_\_\_ Prueba de Entrada \_\_\_\_\_

**Apellidos**\_\_\_\_\_ **Nombres**\_\_\_\_\_ **Desempeño en clase** \_\_\_\_\_

**Informe Técnico** \_\_\_\_\_

**Prueba de Salida** \_\_\_\_\_

**Total** \_\_\_\_\_

**Objetivos de la práctica** \_\_\_\_\_

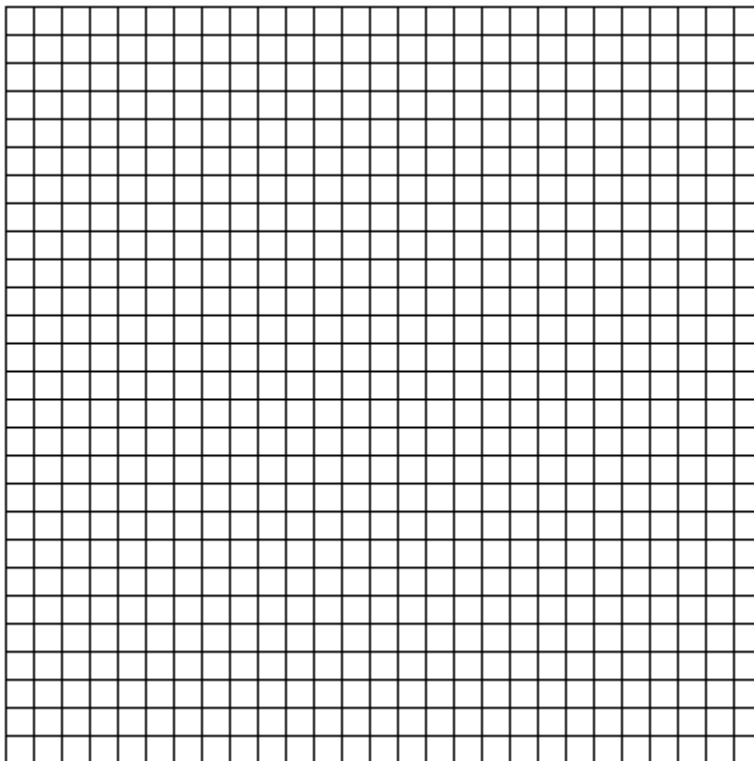
a) Complete la tabla de datos mostrada

**M= 1352g    R=63.25mm    r =11.5mm**

m	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	$\alpha$	$\tau$	I <sub>exp</sub>	I <sub>teor</sub>

b) Calcular el valor teórico y experimental de la aceleración angular ( $\alpha$ ) y su variación porcentual

c) Graficar  $\tau$  vs.  $\alpha$  Calcular el valor de la pendiente y su incertidumbre e interprete los valores obtenidos



d) Escriba la expresión literal que permite calcular los valores de  $\alpha$  y  $\tau$  y anótelos en la tabla en base a la siguiente información:  $M = 1352 \text{ g}$ ;  $R = 63.25 \text{ mm}$ ;  $r = 11.5 \text{ mm}$ ;  $N_3$  y  $N_5$  son la tercera y la quinta lectura del contador digital que se utiliza en el desarrollo de la práctica. La masa suspendida es “m”:

m (g)	$N_3$	$N_5$	$\alpha \text{ (rad/s}^2\text{)}$	$\tau \text{ (N.m)}$
13.5	68	127		