ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Algebra Lineal

Deber Nº 07

Profesor: Ing. Erwin Delgado **Fecha de entrega: Lunes, 05 de Enero de 2009**

1) Dada las siguientes funciones determine si son transformaciones lineales, en el caso de que una de ellas sea transformación lineal determine el Núcleo, Imagen, Nulidad y Rango.

a) *Sea* $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que* $(a,b) \to T\big((a,b)\big) = (ab, a-b, a+b)$
b) *Sea* $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *tal que* $(a,b,c) \to T\big((a,b,c)\big) = (a+c, 3a-2b)$
c) *Sea* $T:M_{2x2} \to \mathbb{R}$ *tal que* $A_{2x2} \to T(A) = det(A)$
d) *Sea* $T:M_{nxn} \to \mathbb{R}$ *tal que* $A_{2x2} \to T(A) = traza(A)$
e) *Sea* $T:M_{nxn} \to M_{nxn}$ *tal que* $A_{2x2} \to T(A) = A^{-1}$
f) *Sea* $T:P_n \to M_{2x2}$ *tal que* $p(x) \to T(p(x)) = \begin{pmatrix} p(0) & p(1)-p(0) \\ p(1)-p(-1) & p(-1) \end{pmatrix}$
g) *Sea* $T:P_2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que* $p(x) \to T(p(x)) = (p(0)-p(1),\ (p(0))^2, p(-1))$
h) *Sea* $(V, \blacklozenge, \bullet)$ *y* $(W, \boxplus, \odot)$ *dos espacios vectoriales definidos sobre el campo de los reales de la siguiente forma:*

$V = \{(x,y) \mid x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R}^+\}$, *donde:*

$$\blacklozenge:\ (x_1,y_1)\blacklozenge(x_2,y_2) = (x_1+x_2+1, y_1y_2)$$

$$\bullet:\ \alpha \bullet (x,y) = (\alpha + \alpha x - 1, y^\alpha)$$

$W = \mathbb{R}^2$, *donde:*

$$\boxplus:\ (x_1,y_1) \boxplus (x_2,y_2) = (x_1+x_2, y_1+y_2-1)$$

$$\odot:\ \alpha \odot (x,y) = (\alpha x, \alpha y - \alpha + 1)$$

Donde la función T se define de la siguiente manera:

$T:V \to W$ *tal que* $(x,y) \to T(x,y) = (6x + 2ln(y) + 6, 7x + ln(y) + 8)$

2) Determine el Núcleo, Imagen, Nulidad y Rango de las siguientes transformaciones lineales:

a) *Sea* $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que* $(a,b) \to T\big((a,b)\big) = (2a-4b, 3a-6b, a+b)$
b) *Sea* $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *tal que* $(a,b,c) \to T\big((a,b,c)\big) = (a+b+c, 2b-3c)$
c) *Sea* $T:M_{2x2} \to P_2$ *talque:*

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \to T\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = (a-b+2c)x^2 + (3b-d)x + (a+c)$$

3) Construya de ser posible una transformación Lineal T de $\mathbf{R}^3$ a $\mathbf{R}^2$ tal que:

$$i)\ \ [(1,0,2)] = (5,4)$$
$$ii)\ T[(2,-1,5)] = (1,0)$$
$$ii)\ T[(0,4,0)] = (0,-4)$$

4) Construya de ser posible una transformación Lineal T de $\mathbf{M}_{2x2}$ a $\mathbf{P}_2$ tal que:

i) $T\left[\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right] = 2 - 3x + x^2$

ii) $T\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] = 6 + x$

iii) $Nu(T) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \ \middle| \ a = b = 2c = -4d\right\}$

iv) $3 + 2x^2 \epsilon Im(T)$

5) Construya de ser posible una transformación Lineal T de $\mathbf{P}_2$ a $\mathbf{R}^3$ tal que:

$$\text{i)}\ \ [2 - x] = (1,0,4)$$
$$ii)\ T[6] = (0,-18,0)$$
$$iii)\ BaseNu(T) = \{x + x^2\}$$