ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Algebra Lineal

Deber Nº 11

Profesor: Ing. Erwin Delgado **Fecha de entrega: Lunes, 2 de Febrero de 2009**

1) *Ortonormalice las siguientes Bases usando el Proceso de Ortonormalización de Gram – Schmidt. Asuma el producto interno canónico para cada espacio.*

a) $B = \{(2,-2),(-4,3)\}$ *base de* R^2
b) $B = \{(1,2,-2),(0,4,-3),(1,-1,0)\}$ *base de* R^3
c) $B = \left\{\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 0\\ -4 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}\right\}$ *base de* M_{2x2}

2) *Sea* $V = P_2$, *y* $W = \{ax^2 + bx + c \;\; | \;\; 3a - 2b - 6c = 0\}$

Determine:

a) *El complemento ortogonal de W.*
b) *La proyección ortogonal de* $-3x^2 + x + 4$ *sobre W*
c) *Una base ortonormal de V que contenga a una base de W.*

3) *Sea* $V = M_{2x2}$ *con el siguiente producto interno* $(A|B) = traza(AB^T)$
Sea $H = \{A \in V \;\; | \;\; a_{i2} = 0, \quad i = 1,2\}$

Determine:

a) *La proyección ortogonal de la matriz identidad sobre* $H^{\perp}$
b) *Una base ortonormal de V que contenga una base de* $H^{\perp}$
c) *La matriz F de H tal que* $I = F + proy_{H^{\perp}} I$

4) *Sea* $H = \{(a,b,c) \;\; | \;\; c = -2a + 3b\}$ *un espacio del espacio euclidiano* R^3 *con operaciones usuales y producto interno canónico.*

a) *Encuentre una base y determine la dimensión de* $H^{\perp}$
b) *Si* $v = (1,1,2)$, *encuentre dos vectores* $h \in H$ *y* $p \in H^{\perp}$ *tales que* $v = h + p$.
c) *Determine el* $\cos(\theta)$, *donde* θ *es la medida del angulo formado entre* v *y* p.
d) *La distancia entre los vectores* v *y* h.

5) *En el espacio vectorial* P_1 *está definido el siguiente producto interno:*

$$(p(x)|q(x)) = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$$

a) *Encuentre un vector* $p(x)$ *tal que su norma sea igual a* $\sqrt{30}$ *y la medida del ángulo con el vector* $q(x) = 1 + x$ *sea* $\frac{\pi}{2}$ *radianes.*
b) *Sea el subespacio de* P_1: $W = \{a + bx \mid a + b = 0\}$ *¿Cuál es el vector de W que está "más cerca" de* $r(x) = 1 - 2x$*?*
c) *¿Cuál es la distancia entre* $q(x)$ *y* $r(x)$*?*

VALORES Y VECTORES PROPIOS

6) *Para cada una de las siguientes matrices, determine:*

- *Su polinomio característico*
- *Sus valores propios*
- *Sus vectores propios o bases para los espacios propios correspondientes*
- *Compruebe que la multiplicidad geométrica de cada valor propio no excede a la multiplicidad algebraica.*

a) $\begin{bmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{6} \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{9} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-5} & \mathbf{-7} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$