Trabajo de simulación 3: Respuesta al escalón e índices de desempeño en el tiempo

Nombre: **Paralelo:** **Fecha:**

3.1. Objetivos

3.1.1. Objetivo General

Al finalizar esta sesión el estudiante estará en capacidad de determinar los índices de desempeño en el tiempo de la respuesta de un sistema ante una entrada del tipo escalón en lazo abierto y cerrado tanto de manera teórica como gráfica haciendo uso de comandos de MATLAB® para comparar el desempeño de diferentes sistemas.

3.1.2. Objetivos Específicos

- Obtener la respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado ante una entrada escalón a través de Simulink y MATLAB® .
- Estimar los índices de desempeño en el tiempo de la respuesta al escalón de un sistema de manera gráfica, teórica y haciendo uso de comandos de MATLAB® .
- Obtener la respuesta escalón de un sistema en lazo cerrado y lazo abierto para la comparación de sus respuestas.

3.2. Introducción

En el área de ingeniería de control, se trata de ajustar el comportamiento de un sistema en estudio aplicando diversas técnicas de control. En particular, se estudia el comportamiento de las variaciones de la salida del sistema ante variaciones en la entrada del mismo con respecto a sus respectivos puntos de operación. El estudio de dichas variaciones permite conocer el comportamiento estático y dinámico del sistema, lo cual a su vez permite caracterizar al mismo. Se asume que cada variable del sistema está representada como la suma de su punto de operación y un incremental, es decir:

$$U(t) = U_{op} + \Delta u(t)$$

Se utiliza una función de transferencia para representar la relación entre la variación de la salida del sistema ($Y(t)$) con respecto a su punto de operación (Y_{op}) y la variación de la entrada del sistema ($U(t)$) con respecto a su punto de operación (U_{op}) en el dominio de la frecuencia. Es decir, representa la relación $\frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$.

El comportamiento estático se define con el resultado final que toma la salida de un sistema ante un cambio en la entrada; este valor es conocido como valor de estado estacionario de la salida (Y_{ss}).

El comportamiento dinámico se define con la respuesta transiente que tiene un sistema ante un cambio en la entrada. Para un sistema de segundo orden subamortiguado, el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural del sistema son los dos parámetros que definen la respuesta transiente del sistema. A través de estos parámetros se definen otros como tiempo de estabilización, tiempo pico, valor pico y sobrenivel porcentual, conocidos como índices de desempeño en el tiempo.

3.2.1. Lazo abierto

Un sistema en lazo abierto es aquel en el que la señal de entrada del proceso no se ve afectada por la salida del mismo. Al utilizar una función de transferencia o un sistema linealizado, la entrada a la misma debe ser una variable incremental ($\Delta u(t)$); de igual manera la salida obtenida en ese caso también será una variable incremental ($\Delta y(t)$). En la figura 3.1 se muestra el diagrama de bloques del proceso H en lazo abierto.

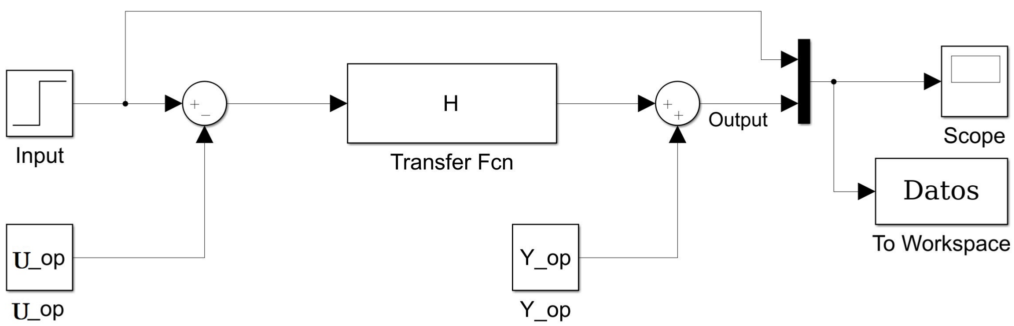

Figura 3.1: Sistema en lazo abierto: Diagrama de bloques

Donde:

- U_op: Punto de operación de la señal de entrada.
- U_inc: incremento o variación de la señal de entrada alrededor de su punto de operación (U_op), también conocido como delta (Δu).
- Y_inc: incremento o variación de la señal de salida alrededor de su punto de operación (Y_op), también conocido como delta (Δy).
- Y_op: Punto de operación de la señal de salida.
- H: Función de transferencia del sistema $\left(\frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}\right)$.

En la figura 3.2 se muestra la configuración del bloque Step (**“Input”**) que aparece en el diagrama de bloques mostrado previamente. Note que la señal de entrada toma dos posibles valores (U_op y U_op + U_inc); al restarle a esta señal el punto de operación de U (U_op) lo que ingresa al proceso es Δu que también se conoce como variable incremental (U_inc) como se explicó previamente. A la salida del proceso se tiene la variable Δy que al sumarse con Y_op da como resultado la variable Y.

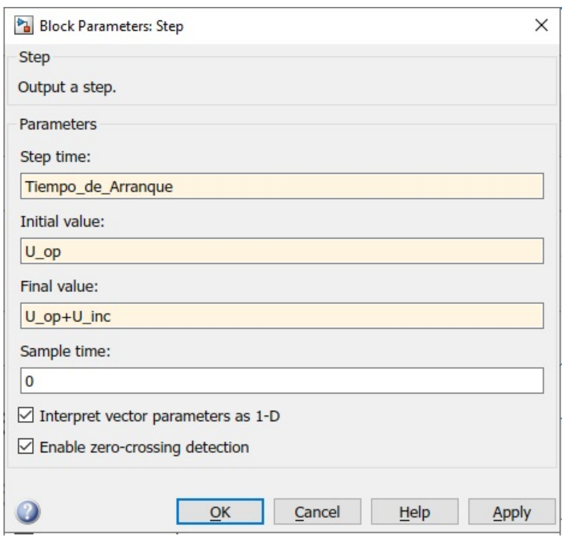

Figura 3.2: Configuración del bloque Step (Lazo abierto)

3.2.2. Lazo cerrado

Un sistema en lazo cerrado es aquel en el que la señal de entrada del proceso se ve afectada en cierto nivel por la salida del mismo. En la figura 3.3 se muestra el diagrama de bloques del proceso H en lazo cerrado con realimentación negativa unitaria. La constante **Y_ op** sumada a la salida de H (Δy) se la utiliza únicamente para representar la salida total del sistema en la simulación; sin embargo, **esta variable no debe ser considerada para la estimación de la función de transferencia de lazo cerrado**. El resultado de esta operación es el que se realimenta para ser comparado con una señal de referencia, también conocida como **Setpoint**. A esta realimentación se le llama negativa unitaria debido a que la señal de salida se realimenta directamente hacia la entrada y es restada de la señal de referencia; es decir que la realimentación del sistema es igual a 1.

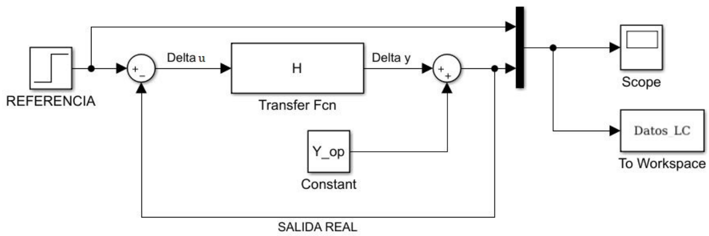

Figura 3.3: Sistema en lazo cerrado: Diagrama de bloques

El diagrama anterior se puede representar de manera equivalente con el diagrama mostrado en la figura 3.4. A diferencia del anterior, se utiliza una entrada de referencia incremental (ΔRef), por lo que no es necesario sumar el punto de operación a la salida ($Y_o p$) para realimentar el sistema.

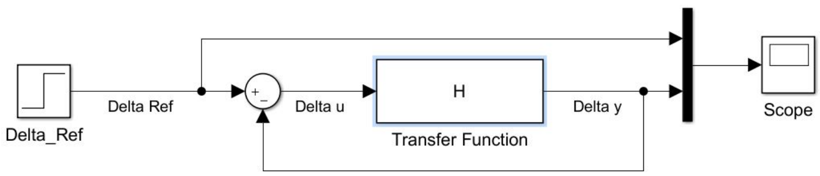

Figura 3.4: Sistema en lazo cerrado: Diagrama de bloques equivalente

En la figura 3.5 se muestra la configuración del bloque Step (**“REFERENCIA”**)del diagrama de la figura 3.3. Note que los dos posibles valores que toma esta señal están relacionados a la señal de salida del sistema ya que la señal de referencia corresponde a los valores que el usuario espera obtener a la salida del sistema.

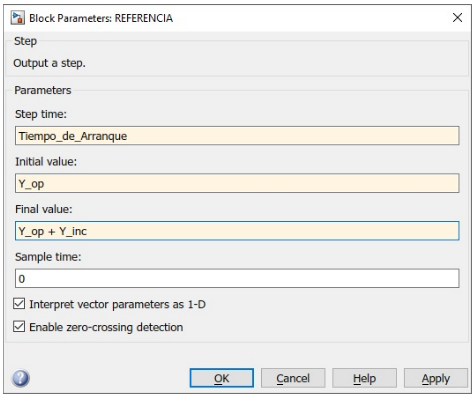

Figura 3.5: Configuración del bloque Step (Lazo cerrado)

3.2.3. Índices de desempeño en el tiempo de la respuesta escalón

Las características de desempeño de un sistema de control en muchos casos prácticos vienen dadas en el dominio del tiempo. Las mismas son visualizadas generalmente mediante la respuesta ante una entrada escalón unitario, debido a que es una señal fácil de general y suficientemente drástica. Las características de la respuesta en el tiempo ante una entrada escalón son las siguientes:

- Td (Tiempo de retardo): Es el tiempo requerido para que la respuesta alcance por primera vez la mitad del valor final. No se debe confundir este parámetro con el tiempo muerto del sistema, el cual indica el retardo que existe entre un cambio en la entrada y el respectivo cambio en la salida.

- Tr (Tiempo de levantamiento): Es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 10 % al 90 %, del 5 % al 95 % o del 0 al 100 % de su valor final. Se utilizará comúnmente la condición del 10 % al 90 %.

- Tp (Tiempo pico): Es el tiempo requerido para que la respuesta alcance el pico del sobrepaso.

- SP (Sobrenivel porcentual): Es el porcentaje en el cual, el valor pico máximo de la curva de respuesta, sobrepasa al valor final de estado estable.

- Tss (Tiempo de estabilización): Es el tiempo que se necesita para que la respuesta del sistema alcance un rango alrededor del 2 % del valor final y permanezca dentro de él.

Debe tomar en cuenta que todas estas características se miden a partir de la variación de la salida del sistema y considerando variables incrementales de entrada y salida (Δ).

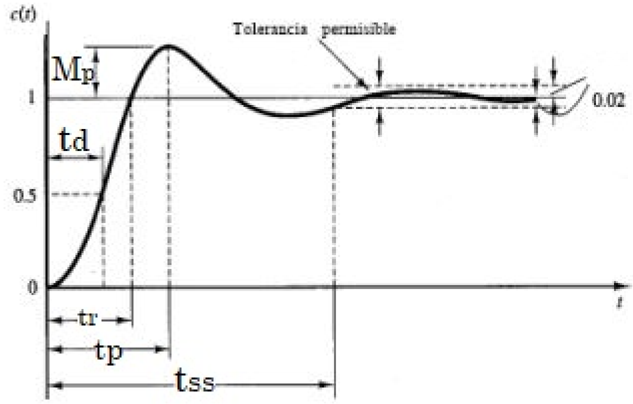

Figura 3.6: Características de la respuesta en el tiempo ante una entrada escalón unitario

3.3. Trabajo a realizar

Para cumplir con el ejercicio propuesto debe crear un script donde realizará los cálculos necesarios para encontrar lo solicitado. Además debe crear el modelo en Simulink requerido, y descargar y completar el formato de presentación TA3 que se encuentra disponible en el blog del curso en la sección "Formatos". Una vez completado, deberá subir el formato en PDF junto a los otros archivos solicitados como constancia de lo trabajado.Recuerde comentar las líneas de código que considere necesarias usando el signo % y agregar su nombre completo al inicio del script y en el modelo de Simulink.

3.3.1. Ejercicio

1. Realice el diagrama de bloques de la figura 3.1 en Simulink y configure los bloques según los datos indicados en la subsección **Valores de los parámetros** que se encuentra al final del trabajo de simulación. Para la configuración del bloque step, guíese con la figura 3.2.

2. Asegúrese de configurar el bloque "To Workspace" o Scope apropiadamente para que pueda exportar correctamente los datos al Workspace. Si es necesario, revise el trabajo de simulación y práctica 2.

3. Realice la simulación del sistema y grafique en dos figuras independientes la entrada y salida del sistema (versus tiempo) con los datos del workspace, utilizando el comando **plot**.

   NOTA:
   Para mejorar la calidad de la simulación, en el modelo de Simulink dé click sobre el símbolo de engrane y en **Solver Options** cambie la opción de "Variable Step" a "Fixed Step". Luego, coloque un tiempo de muestreo (fundamental sample time) de 0.1 segundos.

4. Estime de manera experimental (a partir de la gráfica) y teórica (a partir de la función de transferencia) lo siguiente:
   a) Tiempo de estabilización
   b) Tiempo pico
   c) Sobrenivel porcentual
   d) Ganancia del sistema

   Use las ecuaciones de apoyo de esta guía como ayuda. Recuerde que las gráficas solicitadas son en función del tiempo y deben incluir título, cuadrícula, nombres de los ejes y leyendas de ser necesario. Además debe colocar marquillas en los puntos de interés necesarios para la estimación de los parámetros del ítem anterior. Todos los cálculos realizados a partir de los valores de las marquillas deben ser realizados en el script a adjuntar.

5. Registre el diagrama de bloques utilizado, las gráficas solicitadas y los valores obtenidos en el punto anterior en el formato.

6. Ingrese la función de transferencia (H) en MATLAB® usando los comandos tf o zpk.

7. Utilice el comando step(H) para obtener la respuesta escalón del sistema ingresado previamente. Documente la gráfica obtenida en el formato.

8. Haga click derecho sobre la gráfica y active las características de la respuesta en el tiempo(Sobrenivel porcentual, tiempo de estabilización y valor final); documente las mismas en el formato.

9. Realice los cambios necesarios en el modelo de Simulink para simular el sistema en **lazo cerrado** con retroalimentación negativa unitaria. Puede guiarse con las figuras 3.3 o 3.4 para modificar el diagrama de bloques. Tenga en cuenta que si utiliza el modelo de la figura 3.4, la configuración del bloque Step **no** será la indicada en la figura 3.5. Registre el diagrama de bloques modificado en el formato.

10. Realice la simulación del sistema y grafique en una sola figura la entrada y salida del sistema (versus tiempo) con los datos del workspace, utilizando el comando **plot**. Se recomienda que en lazo cerrado cambie el tiempo de simulación del sistema de manera que pueda observar que el mismo se estabiliza completamente.

11. Estime de manera experimental (a partir de la gráfica) y teórica (a partir de la función de transferencia) lo siguiente:
    a) Tiempo de estabilización
    b) Tiempo pico

c) Sobrenivel porcentual

d) Ganancia del sistema

e) Error de estado estacionario

Recuerde que para el análisis teórico debe encontrar la función de transferencia de lazo cerrado según lo estudiado en clases.

12. Registre las gráficas solicitadas y los valores obtenidos en el punto anterior en el formato. Recuerde que en las gráficas deben estar identificados todos los puntos de interés que sirvieron para la solución, use cualquier cambio de formato (colores, puntos, entre otros) para una mejor comprensión de lo realizado.

13. Registre la función de transferencia de lazo cerrado (T) obtenida y utilizada para el cálculo de los índices de desempeño en el tiempo de lazo cerrado teóricos.

14. Use el comando **step(T)** y active las características en la gráfica. Registre estos resultados y compruebe si sus estimaciones son similares a este resultado.

15. Compare las respuestas e índices de desempeño en el tiempo obtenidas de manera teórica del sistema en lazo abierto y del sistema en lazo cerrado.

3.3.2. Ecuaciones de apoyo

- Función de transferencia de un sistema de segundo orden: $H(s) = \dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

- Tiempo de estabilización: De manera teórica corresponde a $T_s = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}$. De manera experimental, es el tiempo que le toma a la salida del sistema en quedar encerrada entre el 98 y 102 % de su valor final desde que sucede un cambio en la entrada. Recuerde medirlo usando las variables incrementales, es decir calculando el 98 % y 102 % a la diferencia entre el valor final obtenido y el punto de operación de la salida. Grafique la banda del 2 % para poder estimar este índice.

- Tiempo pico: De manera teórica corresponde a $T_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$. De manera experimental, basta con observar el instante de tiempo donde sucede el pico máximo y restarlo del instante de tiempo en el que se dio el cambio de amplitud de la entrada.

- Valor pico: De manera teórica corresponde a $M_{pt} = Y_{ss} + e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}(Y_{ss} - Y_{op})$. De manera experimental, basta con leer el valor del pico máximo de la respuesta obtenida.

- Sobrenivel porcentual: De manera teórica corresponde a $SP = 100e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$. De manera experimental se calcula a través de $SP = \dfrac{M_{pt} - Y_{ss}}{Y_{ss} - Y_{op}}100$.

- Ganancia del sistema: De manera teórica corresponde al valor de K en la función de transferencia. De manera experimental se estima a través de $K = \dfrac{\Delta Y}{\Delta X} = \dfrac{Y_{ss} - Y_{op}}{X_{ss} - X_{op}}$
  Donde X representa la entrada del sistema, es decir que en lazo abierto X es la entrada escalón **“Input”** en la figura 3.1 o U, y en lazo cerrado X es la señal **“REFERENCIA”** en la figura 3.3.

- Error de estado estacionario (Sistema retroalimentado): Para hallar el E_{ss} de forma teórica se utiliza el $\lim_{s\to 0} sE(s)$, donde $E(s) = R(s)(1 - T(s))$, $R(s)$ representa la transformada de Laplace de la señal de referencia y $T(s)$ representa la función de transferencia de lazo cerrado. De manera experimental $E_{ss} = Ref_{ss} - Y_{ss}$.

3.3.3. Valores de los parámetros

Para todos los casos tome Y_inc como un 20 % de su respectivo Y_op.

- Matrícula terminada en 0 hasta 3

$$H(s) = \frac{32}{s^2 + 2s + 16}$$

  - U_op = 5
  - U_inc = 1.5
  - Y_op = 9
  - Tiempo_de_Arranque = 6 s
  - T_sim= 14 s

- Matrícula terminada en 4 hasta 6

$$H(s) = \frac{1.389}{s^2 + 2s + 2.778}$$

  - U_op = 40
  - U_inc = 20
  - Y_op = 50
  - Tiempo_de_Arranque = 10 s
  - T_sim= 20 s

- Matrícula terminada en 7 hasta 9

$$H(s) = \frac{4.938}{s^2 + 2s + 4.938}$$

  - U_op = 0.5
  - U_inc = 0.1
  - Y_op = 1.5
  - Tiempo_de_Arranque = 2 s
  - T_sim= 10 s

3.4. Conclusiones y Recomendaciones