

Práctica 9: Diseño e implementación de controladores discretos

9.1. Objetivos

9.1.1. Objetivo general

Diseñar controladores discretos usando técnicas del lugar geométrico de las raíces para mejorar el desempeño de un sistema usando sisotool de MATLAB[®].

9.1.2. Objetivos específicos

- Discretizar una función de transferencia continua usando comandos de MATLAB[®].
- Diseñar un controlador discreto usando sisotool de manera que se cumplan los requerimientos de diseño.
- Analizar el desempeño del sistema con cada controlador diseñado utilizando diferentes tiempos de muestreo.

9.2. Introducción

El controlador PID analógico se describe como:

$$\frac{U(s)}{X(s)} = G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s.$$

Podemos determinar una implementación digital de este controlador usando una aproximación discreta para la derivada y la integración. Para la derivada de tiempo, usamos la regla de diferencia hacia atrás.

$$u(kT) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=kT} = \frac{1}{T} (x(kT) - x[(k-1)T]).$$

La transformada z de la ecuación es entonces

$$U(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T} X(z) = \frac{z - 1}{Tz} X(z).$$

La integración de $x(t)$ se puede representar mediante la integración rectangular hacia adelante en $t = kT$ como

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Tx(kT),$$

donde $u(kT)$ es la salida del integrador en $t=kT$. La transformada z de la ecuación es

$$U(z) = z^{-1}U(z) + TX(z),$$

y la función de transferencia es entonces

$$\frac{U(z)}{X(z)} = \frac{Tz}{z - 1}.$$

Por lo tanto, la función de transferencia de dominio z del controlador PID es

$$G_c(z) = K_p + \frac{K_I Tz}{z - 1} + K_D \frac{z - 1}{Tz}.$$

De manera general la función de transferencia de dominio z del controlador PID se la puede representar de la siguiente forma:

$$G_c(z) = \frac{(K_{pD} + K_{iD} + K_{dD})z^2 - (K_{pD} + 2K_{dD})z + K_{dD}}{(z - 1)z}$$

El control digital/discreto se ejecuta cada señal de clock; solo usa las señales de entrada en instantes discretos en el tiempo. Por lo tanto, $e(t)$ continuo se muestrea en períodos fijos en el tiempo $e(kT_s)$, donde T_s es el período de muestreo y k es un entero. Se necesita una tarjeta programable para obtener información de entrada y salida del sistema y se requiere conversiones A/D y D/A

El A/D consta de 2 pasos:

- Muestrea una señal continua $e(t)$ cada T_s (el muestreador ignora claramente una gran parte de la señal continua, depende directamente de T_s).
- Convertir una señal física (voltaje) en un número binario, lo cual es una aproximación. Por ejemplo convertir $\pm 10V$ a 12-16 bits.

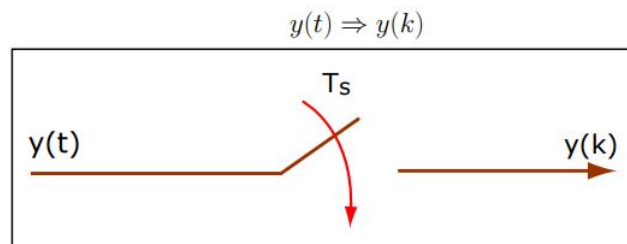


Figura 9.1: Conversión A/D

El D/A también consta de 2 pasos:

- Conversión de sistema binario a señal analógica.
- Convierta la señal discreta (en kT_s) en una continua.

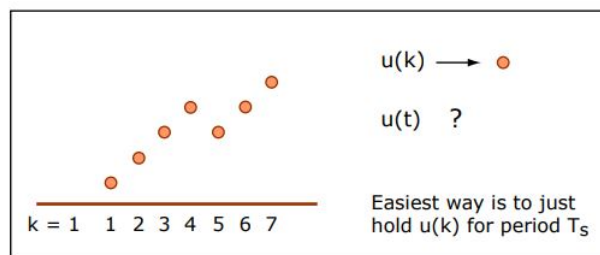


Figura 9.2: Conversión D/A

El enfoque básico es simplemente mantener el último valor de $u(k)$ para los períodos completos T_s . Este enfoque se denomina zero order hold (ZOH) como se muestra en la figura 9.3.

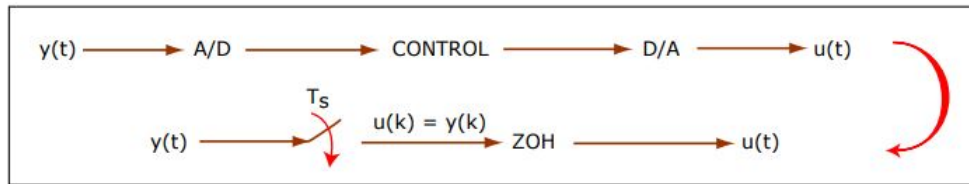


Figura 9.3: Implementación de ZOH.

La planta a controlar está compuesta de una tolva que vierte material sobre una cinta transportadora. La cantidad de material se regula mediante un dosificador a tornillo proporcional. El peso es medido sobre la cinta con una celda de carga ubicada a una distancia determinada de la tolva.

Considerando los distintos elementos del conjunto y haciendo algunas aproximaciones se concluye que un modelo de la planta de cuarto orden, representa bastante bien al sistema. Dicho modelo se muestra a continuación:

$$G(s) = \frac{0.01(s + 0.35)}{(s + 0.01)(s + 0.025)(s + 0.4)(s + 0.5)}$$

Figura 9.4: Planta a controlar.

Se provee una tensión para abrir o cerrar la válvula de la tolva en función del peso leído por la celda. El controlador se va a sintetizar en un PLC.

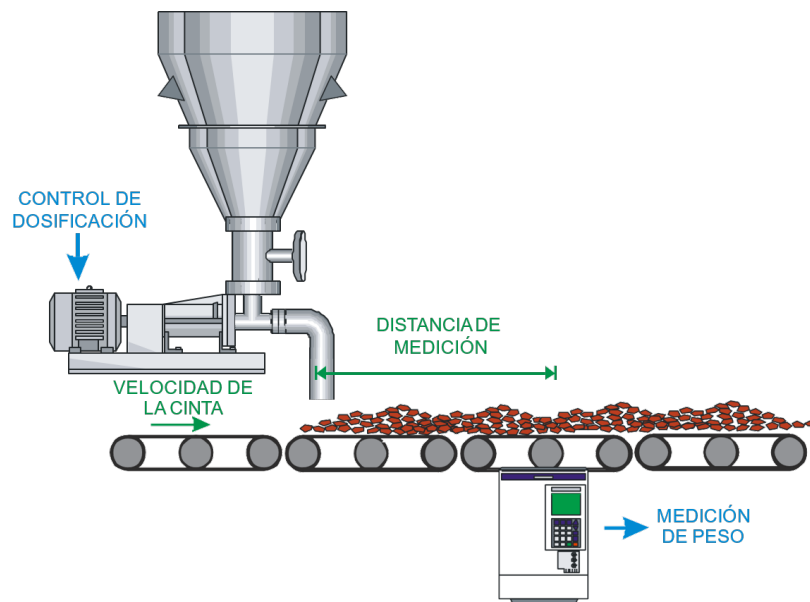


Figura 9.5: 3D de planta a controlar.

9.3. Procedimiento

1. Ingrese la función de transferencia del sistema dado en MATLAB®.
2. Obtenga la función de transferencia discreta equivalente del sistema para cada uno de los siguientes tiempos de muestreo. Utilice el comando **c2d** para realizar este paso. Registre las funciones de transferencia obtenidas en este paso en su reporte.

T_1	14 segundos
T_2	10 segundos
T_3	5 segundos

Tabla 9.1: Tiempos de muestreo a utilizar

3. Para cada una de las funciones de transferencias discretas diseñe un controlador de la familia PID de manera que, de ser posible, se cumplan los siguientes requerimientos ante una entrada escalón unitario:
 - Error de estado estacionario igual a cero.
 - Sobrenivel porcentual menor a 15 %.
 - Tiempo de estabilización entre 150 y 200 segundos.
4. Registre el LGR inicial y final, la respuesta escalón del sistema en lazo cerrado inicial y final, y la función de transferencia de cada controlador en su reporte. Recuerde mostrar las características de la respuesta escalón y marcar las zonas de cumplimiento de requerimientos de diseño en su reporte.
5. Obtenga los parámetros del PID discreto para cada controlador diseñado.
6. En Simulink arme un diagrama de bloques para poner a prueba los controladores diseñados. Recuerde parametrizar el diagrama de bloques de manera que los parámetros del controlador PID y tiempo de muestreos puedan ser modificados desde el script. Configure el Scope o use un bloque To Workspace de manera que exporte los datos hacia el espacio de trabajo luego de cada simulación.
7. Realice las simulaciones descritas a continuación. En cada caso obtenga la gráfica de entrada y salida superpuestas, la gráfica de la señal de control y realice el respectivo análisis para la obtención de los índices de desempeño del sistema.
 - Controlador 1 con su respectivo tiempo de muestreo.
 - Controlador 2 con su respectivo tiempo de muestreo.
 - Controlador 3 con su respectivo tiempo de muestreo.

- Controlador 2 con tiempo de muestreo de 14 segundos.
- 8. Resuma los resultados obtenidos (índices de desempeño) en cada caso en una tabla en su reporte y conteste las preguntas que se presentan a continuación.

9.4. Preguntas

1. ¿Por qué de una misma función de transferencia continua se obtienen diferentes funciones de transferencia discretas?
2. ¿Cómo se representa la condición de tiempo de estabilización o τ constante en el plano z ?
3. ¿Cómo se representa la condición de sobrenivel porcentual o ζ constante en el plano z ?
4. ¿En qué caso se obtuvo un resultado muy diferente al esperado? ¿Por qué?

9.5. Resultados esperados

Presente un reporte que incluya lo siguiente:

1. Objetivos generales y específicos de la práctica.
2. Funciones de transferencia discretizadas para cada tiempo de muestreo dado.
3. LGR inicial y final para cada controlador diseñado mostrando las regiones de cumplimiento de requerimientos de diseño.
4. Respuesta escalón del sistema en lazo cerrado inicial y final para cada controlador diseñado mostrando sus características.
5. La función de transferencia de cada controlador diseñado y los parámetros del PID en cada caso.
6. Diagrama de bloque utilizado para las simulaciones y las configuraciones de bloques nuevos usados durante esta práctica.
7. Gráficas de las respuestas obtenidas en lazo cerrado con cada controlador. Incluya títulos, cuadrícula, nombres a los ejes y leyendas.
8. Tabla resumiendo los índices de desempeño obtenidos con cada simulación. Incluya también capturas de las gráficas con las marquillas utilizadas en la estimación de dichos índices.
9. Conclusiones y recomendaciones.
10. Código utilizado