

Práctica 8: Diseño de compensadores mediante respuesta en frecuencia

8.1. Objetivos

8.1.1. Objetivo general

Diseñar un compensador para mejorar el desempeño de un sistema basado en su respuesta de frecuencia.

8.1.2. Objetivos específicos

- Analizar la respuesta de frecuencia de un sistema para el posterior diseño del compensador.
- Diseñar un compensador en adelanto utilizando comandos de MATLAB® .
- Diseñar un compensador en atraso utilizando comandos de MATLAB®
- Verificar el desempeño de cada compensador a través del cumplimiento de las especificaciones de diseño usando sisotool y Simulink.

8.2. Introducción

En esta práctica se presentan los compensadores de adelanto y atraso de fase. Estos compensadores se implementan en serie con la planta a controlar y tienen como objetivo modificar el comportamiento del sistema en lazo cerrado. Para “moldear” la respuesta de frecuencia del sistema, las especificaciones de diseño deben ser expresadas en términos de lo que se quiere lograr en el dominio de la frecuencia, por ejemplo:

- Margen de fase γ .- Ángulo que le falta a la fase del sistema para llegar a 180 grados medido en la frecuencia en la que la ganancia es cero decibeles.

- Margen de Ganancia K_g .- Ganancia que le falta al sistema para llegar a cero decibeles, medido en la frecuencia a la cual la fase es 180 grados.
- Frecuencia de corte ω_c .- Frecuencia en la cual la ganancia del sistema es 3dB menor a la ganancia DC del mismo . Esta frecuencia coincide con el ancho de banda para los sistemas que se comportan como pasa-bajo.

En la figura 8.1 se ilustra en un diagrama de Bode típico el significado de estas especificaciones en el dominio de la frecuencia. Las especificaciones en el dominio del tiempo no son independientes de las del dominio de la frecuencia, por ejemplo:

- Una frecuencia de corte ω_c grande implica una rapidez de respuesta alta, es decir, un tiempo de establecimiento t_s pequeño.
- Un aumento en el margen de fase γ implica una disminución del máximo sobreimpulso M_p .

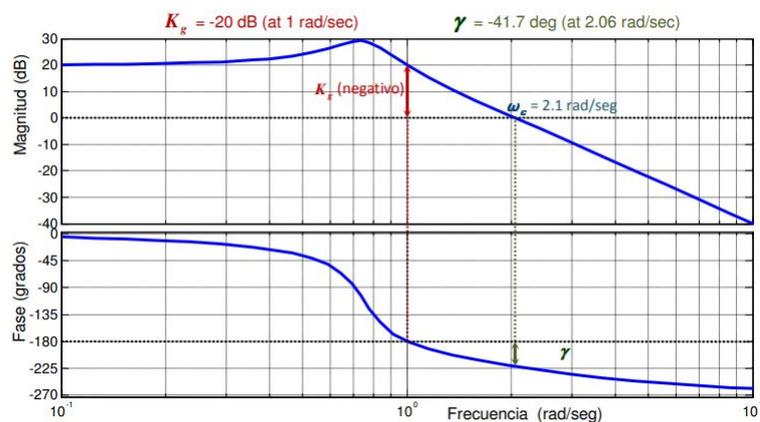


Figura 8.1: Diagrama de Bode típico mostrando márgenes de ganancia K_g , de fase γ y frecuencia de corte ω_c .

A continuación se describe el procedimiento base de diseño de un compensador a partir de especificaciones en el dominio de la frecuencia.

Procedimiento de diseño.

La estructura del sistema de control que se propone es la de un compensador $G_c(s)$ en cascada con una ganancia K_p y con la planta $G_p(s)$, como se muestra en la figura 8.2.

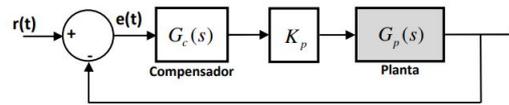


Figura 8.2: Estructura del sistema de control a diseñar.

El procedimiento que se describe a continuación tiene como objetivo lograr las siguientes dos especificaciones del sistema en lazo cerrado:

- 1) Error de estado estable e_{ss} de posición (Respuesta al escalón) o de velocidad (Respuesta a la rampa) finito e igual a cierto valor.
- 2) Margen de fase igual a cierto valor deseado γ_d .

Paso No. 1.- Se ajusta el valor de la ganancia de lazo abierto K_p para satisfacer la especificación del error de estado estable de posición, es decir, de manera que se satisfaga:

$$e_{ss} = \frac{R}{1 + K_p G_p(0)}$$

Donde R es el valor del escalón aplicado a la planta con el ajuste de ganancia K_p pero sin compensador en lazo abierto.

Si la planta contiene un integrador (un polo en el origen) el error en estado estable será cero, por lo tanto se deberá especificar el error de estado estable de velocidad, es decir, deberá satisfacer.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR}{K_p G_p(s)}$$

Donde R es la pendiente de la rampa aplicada a la planta con el ajuste de ganancia K_p pero sin compensador en lazo abierto.

Paso No. 2.- Se traza el diagrama de Bode de la planta $G_p(s)$ con el ajuste de ganancia K_p calculado en el paso anterior, pero sin compensador, en lazo abierto. De este diagrama de Bode se obtiene el Margen de Fase. Si se satisface el margen de fase deseado γ_d , no se requiere compensador.

Paso No. 3.- Si no se satisface el margen de fase deseado se deberá diseñar un compensador $G_c(s)$ para lograr que se satisfaga.

Para esto se deberá seleccionar el tipo de compensador a utilizar, lo cual puede hacerse a partir del diagrama de Bode del paso anterior, decidiendo primero si el ancho de banda (frecuencia de corte ω_c) se aumentará o se disminuirá (dependiendo si la respuesta del sistema se quiere hacer más rápida o más lenta).

A continuación se describen las condiciones que se deben cumplir para diseñar un compensador en adelante o uno en atraso:

Compensador en Atraso.- La ganancia en decibeles en la frecuencia de corte deseada ω_c debe ser positiva y la fase deberá estar por arriba de -180 grados $+ \gamma_d$, ver figura 8.3. Este tipo de compensador disminuye el ancho de banda del sistema.

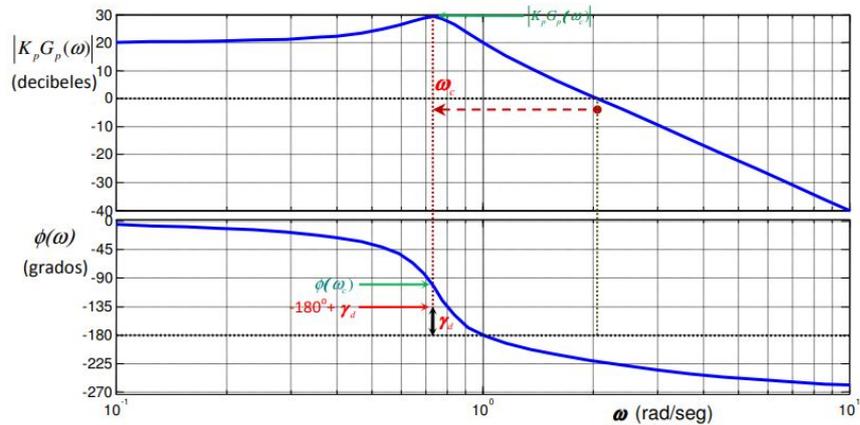


Figura 8.3: Condiciones para diseñar un compensador en atraso.

Compensador en Adelanto.- La ganancia en decibeles en la frecuencia de corte deseada ω_c debe ser negativa y la fase deberá estar por abajo de $-180 + \gamma_d$ grados, ver figura 8.4. Este tipo de compensador aumenta el ancho de banda del sistema; la fase máxima a compensar es de aproximadamente 70° .

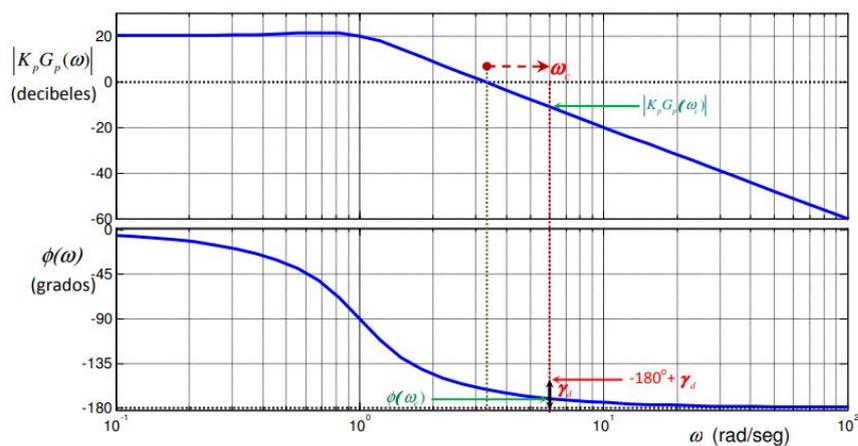


Figura 8.4: Condiciones para diseñar un compensador en adelanto.

Función de transferencia general de los compensadores:

$$G_c(s) = \frac{K_p s + z}{\alpha s + p}$$

Donde α y T se determinan a partir de la deficiencia de ángulo, mientras que K_p se determina a partir del requisito de la ganancia en lazo abierto.

Para valores de $0 < \alpha < 1$, se tiene un compensador en adelanto, y para valores de $\alpha > 1$, se tiene un compensador en atraso. Además se conoce que $\alpha = \frac{z}{p}$.

Determinaremos la red de **compensación en adelanto** a través de los siguientes pasos:

1. Se calcula el margen de fase del sistema no compensado cuando se satisfacen las constantes de error.
2. Se determina el adelanto de fase adicional necesario (se debe permitir un 10% adicional).
3. Se calcula α mediante la relación $\alpha = \frac{1 - \sin(\phi_m)}{1 + \sin(\phi_m)}$.
4. Se calcula $10\log\alpha$ y se determina la frecuencia ω_m donde la curva de la magnitud no compensada es igual a $10\log\alpha$.
5. Se calcula el cero y polo: $z = \omega_m\sqrt{\alpha}$ y $p = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$.
6. Se dibuja la respuesta compensada de frecuencia, se comprueba el margen de fase resultante y se repiten los pasos de ser necesario.

Determinaremos la red de **compensación en atraso** a través de los siguientes pasos:

1. Se obtiene el diagrama de bode del sistema en lazo abierto no compensado pero cumpliendo la condición de constante de error.
2. Se determina la frecuencia ω_p donde se cumpliría la condición de margen de fase deseado γ_d .
3. Se lee de la gráfica la ganancia del sistema para dicha frecuencia y se obtiene el valor de α usando la siguiente expresión: $20\log\alpha = |K_pGH(j\omega_p)|_{dB}$
4. Se ubica el cero del compensador una década por debajo de ω_p ; es decir $z = 0.1\omega_p$.
5. Se calcula el valor del polo usando el valor de α hallado previamente.
6. Se dibuja la respuesta de frecuencia compensada, se comprueba el margen de fase resultante y se repiten los pasos de ser necesario.

Ejercicio 1.

Refiriéndose al sistema en lazo cerrado de la figura 8.5 , diseñe un compensador tal que el margen de fase sea 45 grados, el margen de ganancia no sea menor que 8dB y la constante de error estático de velocidad sea 4. Obtenga las curvas de respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario y ante una señal rampa de pendiente 2.

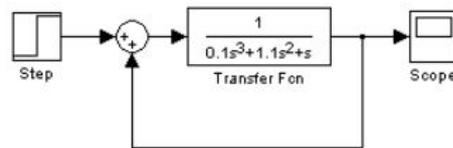


Figura 8.5: Ejercicio 1

Ejercicio 2.

Sea el sistema que se muestra en la figura 8.6. Diseñe un compensador tal que la constante de error estático sea de 50, el margen de fase sea 50 grados y el margen de ganancia sea al menos de 8dB. Obtenga las curvas de respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario y ante una señal rampa de pendiente 2.

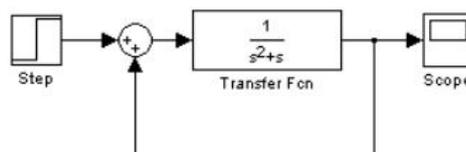


Figura 8.6: Ejercicio 2

8.3. Procedimiento

1. Ingrese en un script la función de transferencia del ejercicio 1.
2. Obtenga la respuesta del sistema en lazo cerrado mediante el comando step.
3. Encuentre el valor de K_p tal que se satisfaga la condición de error estático de velocidad o posición solicitada.
4. Obtenga el diagrama de bode en lazo abierto del sistema con la ganancia K_p .
5. Siga el procedimiento para diseñar un compensador en adelanto de fase.
6. Ingrese el compensador diseñado.
7. Utilice sisotool para corregir el compensador, de tal manera que se ajusten los resultados obtenidos.
8. Obtenga la respuesta del sistema compensado en lazo cerrado ante una entrada escalón unitario y ante una entrada rampa de pendiente 2.

Repita el procedimiento para el ejercicio 2 pero diseñe un compensador en atraso de fase.

8.4. Resultados esperados

Presente un reporte que incluya lo siguiente:

1. Objetivos generales y específicos de la práctica.
2. Gráficas de las respuestas obtenidas en lazo cerrado sin compensador. Incluya títulos, cuadrícula, y nombres a los ejes.
3. La función de transferencia de cada compensador obtenido para cada ejercicio.
4. Los diagramas de bode obtenidos antes y después de compensar. Incluya leyenda y título.
5. Gráficas de las respuestas obtenidas en lazo cerrado con compensador. Incluya títulos, cuadrícula, y nombres a los ejes.
6. Conclusiones y Recomendaciones.